FÍSICA I

Leticia Mata Cárdenas
Gerardo Escamilla Tristán

PREPARATORIA

NOM

AL I

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

ESCUELA PREPARATORIA **No.16**

FISICA

I

ACADEMIA DE FISICA AGOSTO DE 1989.

* FISICA I *

UNIDAD I. ASPECTOS FUNDAMENTALES DE LA FISICA

Objetivo 1.1 Física: Ciencia que investiga los conceptos fundamentales de materia, energía y espacio y las relaciones entre ellos (Cap. 1 pag. 2 Tippens)

Toda ciencia tiene un objeto material y un objeto formal. El objeto material es el sector de la realidad que estudia. El objeto formal es el punto de vista desde el cual observa un sector de la realidad. Así por ejemplo para el caso de la Psicología el objeto material de estudio es el hombre; mientras que su objeto formal es el estudio del hombre desde el punto de vista de las facultades y operaciones del alma y la mente.

Para el caso de la Física, tendremos que: el objeto material de estudio es la investigación de los aspectos fundamentales de materia, energía y espacio; mientras que el objeto formal de estudio son las relaciones existentes entre materia, energía y espacio (La ciencia como institución. Introducción J. D. Bernal).

Objetivo 1.2 La palabra Física proviene del término griego physis que significa naturaleza. Es por ésto que hasta hace 150 años la Física era una parte de la Filosofía natural. Las partes más importantes de la Física son: Mecánica, Termodinámica, Acústica, Electricidad, Magnetismo, Optica y Física Nuclear. El desarrollo de la Física se ejemplifica con la descripción cronológica de los aportes de algunos hombres importantes.

Anaxágoras (500 428 A.C.)

Filósofo griego según el cual la materia prima de la que se originan todas las cosas es una amalgama formada por un número infinito de partículas pequeñísimas cualitativamente distintas. Esta amalgama indiferenciada fue ordenada por la inteligencia, que no es sólo principio de orden, sino también principio de movimiento.

Empédocles (485 - 430 A.C.)

Filósofo griego, sostuvo que la realidad última del Universo está constituido por los 4 elementos o raíces: Agua, aire, tierra y fuego, eternos y opuestos por sus cualidades. Afirmó que la historia del mundo es un ciclo que se repite indefinidamente.

* FISICA I *

UNIDAD I. ASPECTOS FUNDAMENTALES DE LA FISICA

Objetivo 1.1 Física: Ciencia que investiga los conceptos fundamentales de materia, energía y espacio y las relaciones entre ellos (Cap. 1 pag. 2 Tippens)

Toda ciencia tiene un objeto material y un objeto formal. El objeto material es el sector de la realidad que estudia. El objeto formal es el punto de vista desde el cual observa un sector de la realidad. Así por ejemplo para el caso de la Psicología el objeto material de estudio es el hombre; mientras que su objeto formal es el estudio del hombre desde el punto de vista de las facultades y operaciones del alma y la mente.

Para el caso de la Física, tendremos que: el objeto material de estudio es la investigación de los aspectos fundamentales de materia, energía y espacio; mientras que el objeto formal de estudio son las relaciones existentes entre materia, energía y espacio (La ciencia como institución. Introducción J. D. Bernal).

Objetivo 1.2 La palabra Física proviene del término griego physis que significa naturaleza. Es por ésto que hasta hace 150 años la Física era una parte de la Filosofía natural. Las partes más importantes de la Física son: Mecánica, Termodinámica, Acústica, Electricidad, Magnetismo, Optica y Física Nuclear. El desarrollo de la Física se ejemplifica con la descripción cronológica de los aportes de algunos hombres importantes.

<u>Anaxágoras</u> (500 428 A.C.)

Filósofo griego según el cual la materia prima de la que se originan todas las cosas es una amalgama formada por un número infinito de partículas pequeñísimas cualitativamente distintas. Esta amalgama indiferenciada fue ordenada por la inteligencia, que no es sólo principio de orden, sino también principio de movimiento.

<u>Empédocles</u> (485 - 430 A.C.)

Filósofo griego, sostuvo que la realidad última del Universo está constituido por los 4 elementos o raíces: Agua, aire, tierra y fuego, eternos y opuestos por sus cualidades. Afirmó que la historia del mundo es un ciclo que se repite indefinidamente.

Demócrito (460 - 370 A.C)

Filósofo griego, es el fundador del atomicismo mecanicista. Defien de que el Universo está constituido por dos principios: Lo lleno y lo vacío, es decir, los átomos y el espacio en que se mueven.

Arquímides (287 - 212 A C.)

Geometra y físico griego. Se le atribuyen numerosos inventos, entre ellos: La rueda dentada y el tornillo sin fin, la ley de la palanca y el llamado principio de Arquímides.

Tales de Mileto (624 - 547 A.C.)

Filósofo griego. Según Tales el principio fundamental de la naturaleza es el agua y todo procede de ella por su propia capacidad generatriz.

Durante los principios de la era cristiana, la Física se estanca y permanece en este estado durante varios siglos. A partir del siglo XV la Física evoluciona y aparecen las grandes figuras de:

Copérnico (1473 - 1543)

Astrónomo polaco afirmó que no era la Tierra, sino el Sol alrededor del cual girn todos los planetas. Esta concepción fue aceptada y demostrada por Galileo.

Kepler (1571 - 1630)

Físico, alemán, inventó el telescopio astronómico y fundó la mecánica celeste, basada en las tres leyes de Kepler.

Galileo (1564 - 1642)

Físico italiano, fue uno de los fundadores del método experimental. Descubrió las leyes de la caída de los cuerpos, enunció el principio de inercia e inventó la balanza hidrostática.

Pascal (1623 - 1662)

Físico francés estableció el importante principio de Pascal.

Newton (1642 - 1727)

Físico inglés descubrió las leyes de la atracción gravitatoria y creó una teoría corpuscular de la luz (que prevaleció), a pesar de ser falsa, mucho tiempo.

Desde este momento, la Física avanza a grandes pasos. En el siglo XIX brillan entre otros:

Andrés Ampere (1775 - 1836)

Físico francés, estableció las leyes fundamentales del electromagnetismo.

Roberto Kirchoff (1824 - 1887)

Físico alemán, formuló las leyes de las corrientes derivadas

James Maxwell (1831 - 1879)

Físico escocés autor de la teoría electromagnética de la luz y de importantes estudios sobre la teoría cinética de los gases.

Y muchos otros más. La Física Moderna empieza en 1896 con el descubrimiento de Bacquerel de la radioactividad. Max Planck en 1900 descubre la cuantificación de la energía de enorme trascendencia en la Física actual. En 1905 1916 Einstein publica su teoría de la relatividad y en 1923 De Broglie establece las bases de la Mecánica Ondulatoria; en 1934 Federico Joliot obtiene radiactividad artificial; en 1942 Fermi construye la primera pila atómica, paso crucial para la elaboración de la primera bomba atómica.

Importancia de la Física en la sociedad.

El impacto de la Física sobre la sociedad ha sido muy amplio, ejerciendo una influencia directa sobre la Tecnología.

La Tecnología Moderna hubiera sido imposible sin los descubrimientos de la Física Sus teorías no sólo sirven para interpretar la naturaleza, sino también para utilizarla; para comprobarlo no hay que ir más allá de nuestra casa. La mayoría de nuestros adelantos se basan en descubirmientos sobre mecánica, calor, electricidad, átomos y moléculas. Las aspiradoras domésticas, licuadoras, lavadoras, máquinas de escribir, etc , pueden funcionar en base a principios mecánicos o por medio de la electricidad.

Los conocimientos sobre calor han dado lugar a la fabricación de refrigeradores, radiadores y motores de combustión interna.

Los conocimientos sobre átomos y moléculas nos han proporcionado preservativos para alimentos, discos de larga duración, embarcaciones, comunicación electrónica, etc.

Podemos atribuir a los descubrimientos de la ciencia y de la Física en particular, todas nuestras comodidades y adelantos, así como tam bién las alteraciones en la cultura de nuestra civilización; costumbr moral, actitudes sociales, hábitos de trabajo y distracción, estrategias de guerra y de paz; nada ha quedado inalterado.

Objetivo 1.3

LA FISICA Y SU RELACION CON OTRAS CIENCIAS

El objetivo principal de la ciencia consiste en reducir la diversidad a unas cuantas leyes generales. Pero paradójicamente, en el curso del trabajo hacia ese fin unificador, las ciencias se han ido dividiendo en especialidades cada vez más limitadas. Los siete dominios principales de la ciencia son: Matemáticas, Física, Química, Astronomía, Ciencias de la Tierra, Ciencias de la Vida y Ciencias Sociales.

Todas las ciencias se relacionan entre sí para explorar el Universo. En años recientes han aumentado considerablemente las ramas llamadas interdisciplinarias que forman parte de dos o más ciencias; en toda ciencia se aplican conocimientos obtenidos en otra ciencia, a alguna de sus ramas. La Física también extiende cada vez más su influencia, existiendo ramas tales como la biofísica, la geofísica y la química física en donde se aplican los conocimientos de la Física y los de una segunda ciencia.

En el siguiente cuadro se indica la relación de la Física con otras ciencias y las ramas interdisciplinarias derivadas de esta relación:

	CIENCIA CON QUE SE RELACIONA	RAMA DERIVADA DE LA RELACION
FISICA →	→ QUIMICA	FISICA MOLECULAR QUIMICA FISICA QUIMICA NUCLEAR QUIMICA CUANTICA
	→ ASTRONOMIA	ASTRO FISICA ASTRONOMIA – FISICA RADIO – ASTRONOMIA
	→ CIENCIAS DE LA TIERRA	GEOFISICA GEODESIA HIDROLOGIA OCEANOGRAFIA METEOROLOGIA
	→ CIENCIAS DE LA VIDA	BIOFISICA RADIO – BIOLOGIA MEDICINA

UNIDAD 2. UNIDADES Y SISTEMAS DE MEDICION

Objetivo 2 a

unidad de medida — Definición: una *unidad de medida* es la cantidad utilizada como base de comparación en una medición.

En los tiempos antiguos, las unidades de medida eran imperfectas; los carpinteros medían las tablas mediante el largo de un antebrazo, distancia que recibía el nombre de *codo*. Las distancias más grandes se medían en *pasos*, los cuales correspondían al largo de dos pasos normales. Posteriormente, 1 000 pasos recibieron el nombre de milla. Una *mano* era el ancho de una palma que era aceptada como cuatro pulgadas (pulg), actualmente suele utilizarse para medir la alzada de los caballos. La pulgada era la longitud de un nudillo y en la Edad Media se definió como la distancia que cubrían tres pepitas de cebada colocadas punta con punta. La yarda correspondía a la distancia entre la nariz de una persona y la punta del dedo más largo de su brazo extendido. Podemos continuar mencionando muchas otras unidades que ahora sonarían extrañas. El problema de la mayor parte de ellas era que variaban mucho de época en época y de lugar a lugar. Conforme avanzaba la tecnología, la normalización se volvió necesaria. Si actualmente la base de la pulgada fueran las pepitas de cebada, sería imposible emplear tornillos elaborados en una fábrica con tuercas fabricadas en otra.

Objetivo 2.1 **Cantidad física:** Lenguaje preciso y cuantitativo que utilizan los científicos para expresar la misma idea con un mismo término, consta de un número y una unidad

Objetivo 2.2 **Sistemas de medición (o de unidades):** Conjunto de unidades escogidos por acuerdo internacional para medir las cantidades físicas fundamentales.

Objetivo 2.3 Las cantidades físicas fundamentales son: Longitud, masa, tiempo, corriente eléctrica, temperatura,

intensidad luminosa y contenido químico de una sustancia. Todas las demás cantidades físicas son alguna combinación de estas siete. Las unidades de estas últimas reciben el nombre de *unidades fundamentales* del SI, las cuales se enumeran en la tabla 1-1.

En este libro hablaremos de las primeras cinco cantidades y sus unidades básicas. Las dos últimas se utilizan principalmente en óptica y en química, y no las estudiaremos.

¿Pero en realidad sólo hay siete tipos de cantidades que pueden medirse? Podemos medir la rapidez o celeridad de un automóvil con un velocímetro; sin embargo, no se indica en la tabla 1-1. ¿Debería agregarse esta cantidad a la lista? La respuesta es negativa. La rapidez corresponde a la longitud dividida entre tiempo [millas por hora (millas/h) kilómetros por hora km/h), metros por segundo (m/s), etc]. La longitud es una de las cantidades fundamentales y también lo es el tiempo. Al medir la velocidad, nos referimos a dos de las cantidades fundamentales de la tabla 1-1. Lo importante es que sólo podemos medir una combinación de estas siete cantidades básicas.

TABLA 1-1 LAS SIETE CANTIDADES FÍSICAS FUNDAMENTALES Y SUS UNIDADES BÁSICAS EN EL SI

Cantidad	Unidad del SI	Símbolo del SI	Patrón primario del SI
Longitud	Metro	m	Basado en la longitud de onda de la luz emitida por una lámpara de criptón especial
Masa	Kilogramo	kg	Un cilindro de aleación de platino que se conserva en el Laboratorio Nacional de Patrones en Francia
Tiempo	Segundo	s	Basado en la frecuencia de la radiación de un oscilador de cesio especial
Corriente eléctrica	Ampere	A	Con base en la fuerza magnética entre dos alambres que transportan la misma corriente
Temperatura	Kelvin	K	Definido por la temperatura a la que hierve el agua y se congela simultáneamente si la presión es adecuada
Intensidad luminosa	Candela	cd	Basado en la radiación de una muestra de platino fundido preparada especialmente
Cantidad de sustancia	Mol	mol	Con base en las propiedades del carbono 12

Obejtivo 2.b Unidad patrón: Registro físico permanente y fácilmente reproducible de la magnitud de una unidad de medida.

Objetivo 2.4 y 2.c

SISTEMAS DE UNIDADES

Así como los ingenieros y los técnicos deben tener definiciones estandarizadas, es también muy conveniente que se pongan de acuerdo en definir medidas homogéneas para las cantidades físicas. Las tres cantidades fundamentales de la Mecánica se miden en términos de tres unidades fundamentales: una para longitud, una para masa y otra para tiempo. Por ejemplo, el sistema de unidades métricas universalmente aceptado se basa en la elección del *metro* (m), el *kilogramo* (kg) y el *segundo* (s) como las unidades básicas. A este sistema se le ha llamado a menudo el *sistema mks* o *sistema métrico absoluto*. La moderna denominación para el mismo es SI, que proviene de *Système International d' Unités*. En la contraportada podrá encontrar una tabla de todas las unidades del SI.

Desafortunadamente, se han desarrollado otros muchos sistemas de unidades, y es a menudo necesario estar familiarizado con ellos. El *sistema británico gravitacional* (sbg), por ejemplo, tiene como unidades fundamentales el *pie* (pie o ft), el *slug* (sl) y el *segundo* (s). Un resumen de los distintos sistemas de unidades es presentado en la tabla 2-1.

Un estudio breve de las múltiples posibles elecciones de unidades demuestra lo necesario que resulta la congruencia en su uso. Por ejemplo, suponga que un químico describe el peso de un objeto en kilogramos mientras que un ingeniero sostiene que el peso debe darse en newtons. Ambos tendrán razón, cada uno desde su punto de vista, a menos que estandaricemos las unidades de cantidades específicas. Un aspecto principal del SI es que usa unidades distintas para masa y para fuerza (peso). El kilogramo se usa exclusivamente para masa y el newton se restringe como unidad exclusiva de fuerza.

En casi todos los países industriales del mundo, con excepción de Gran Bretaña y Estados Unidos, se utiliza en forma exclusiva el sistema métrico de unidades. Sin embargo, ambos países se han comprometido en un programa para reemplazar gradualmente el engorroso sistema de unidades ingenieril por el métrico, que es más eficiente. Gran Bretaña está muy adelantada en este programa.

Tabla 2-1 Sistema de unidades

Cantidad	SI	sbg	Británico absoluto	Métrico gravitacional
Longitud	m	pie	pie	m
Masa	kg	slug	lb	$kg \cdot s^2/m$
Tiempo	s	s	s	s
Peso	newton (N)	libra (lb)	poundal	kg
Energía	joule (J)	pie·lb	pie·poundal	kg·m

Una ventaja muy importante del SI consiste en el uso de prefijos decimales para denotar rangos variados de la misma cantidad física. Por ejemplo, hay 100 *centi*metros en 1 metro. Prefijos tales como *centi-* y *mili-* se usan para determinar múltiplos de la unidad base. La tabla 2-2 resume los prefijos más comunes y sus significados. Así, un kilogramo (kg) es 10^3 g, o 1000 gramos; y un microvolt (μ V) es 10^{-6}V, o una millonésima de un volt.

La unidad fundamental de longitud en el sistema métrico es el metro. La medida moderna del metro se describe en términos de la longitud de onda de la luz emitida por átomos de kriptón excitados. El metro es 1 650 763.73 veces la longitud de onda de esta luz roja-anaranjada. Los prefijos más comunes utilizados con esta unidad fundamental son

1 micrometro (μm) = 0.000001 m
1 milimetro (mm) = 0.001 m
1 centimetro (cm) = 0.01 m
1 kilómetro (km) = 1000 m

Dado que las unidades del sistema sbg todavía se usan mucho en ingeniería, este texto utilizará ambos sistemas. Hay tres comparaciones importantes que deben recordarse para relacionar las unidades de longitud de un sistema con las del otro:

1 m = 39.37 pulgadas (pulg)
1 pulgada = 2.54 cm
1 milla (mi) = 1.61 km

La familiaridad con las diversas unidades del sistema inglés se logrará con el uso. Una serie de problemas al final del capítulo pretenden contribuir hacia esa familiaridad.

Objetivo 2.5 Múltiplo: Cantidad que contiene un número (que es una potencia positiva de diez) de veces a la unidad patrón en el sistema S.I.

Tabla 2-2 Prefijos para las unidades del SI

Prefijo	Abreviatura	Múltiplo	Ejemplo
tera	T	10^{12}	1 terametro = 10^{12} m
giga	G	10^9	1 gigalitro = 10^9 litros
mega	M	10^6	1 megahertz = 10^6 hertz
kilo	k	10^3	1 kilómetro = 1000 m

Submúltiplo: Número de veces que una cantidad cabe o está contenida en la unidad patrón S.I.

Prefijos para las unidades del SI

Prefijo	Abreviatura	Múltiplo	Ejemplo
deci	d	10^{-1}	1 decigramo = 0.1 g
centi	c	10^{-2}	1 centimetro = 0.01 m
mili	m	10^{-3}	1 miligramo = 0.001 g
micro	μ	10^{-6}	1 microampere = 10^{-6} A
nano	n	10^{-9}	1 nanosegundo = 10^{-9} s
pico	p	10^{-12}	1 picofaradio = 10^{-12} F

Objetivo 2.6 Unidades fundamentales: Son las que sirven de base a los sistemas de medida y poseen las características de invariabilidad y de poder ser reproducidas con exactitud (ver tabla de objetivo 2.3)

Unidades derivadas: Aquellas que se obtienen dividiendo y/o multiplicando las unidades fundamentales, mediante definiciones y fórmulas, para medir otras propiedades físicas.

Objetivo 2.7 Conversión de unidades: Tratamiento algebráico que puede ser aplicad a una magnitud física mediante el cual, aplicando el principio de cancelación, puede expresarse en diferentes unidades.

Factor de conversión de dos unidades es la razón (división) de una de ellas entre su equivalente correspondiente en la otra unidad o vicever El valor numérico de esta división es igual a 1.

Objetivo 2 d y 2.3

CONVERSION DE UNIDADES DE UN SISTEMA A OTRO

En virtud de la existencia de varios sistemas de unidades, todos ellos en uso actualmente; es necesario con mucha frecuencia, convertir unidades de un sistema a otro, para ello, es indispensable tener presentes entre otras, las siguientes equivalencias:

1 m	=	100	cm
1 m	=	1000	mm
1 cm	=	10	mm
1 km	=	1000	m
1 m	=	3.28	pies
1 m	=	1.093	yardas
1 pie	=	30.48	cm
1 pie	=	12	pulgadas
1 pulg	=	2.54	cm
1 milla	=	1.609	km
1 libra	=	454	g
1 kg	=	2.2	libras
1 cm^3	=	1	ml
1 litro	=	1000	cm^3
1 litro	=	1	dm^3
1 galón	=	3.785	litros

Conociendo estas equivalencias, podemos convertir empleando el método llamado de multiplicar por uno, mismo que explicaremos con el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1
Convertir 5 m a cm

Paso 1. Se escribe la cantidad con la unidad medida que se desea convertir:

$$5 \text{ m}$$

Paso 2. Se pone el signo de multiplicación y raya de quebrado, que nos indicarán haremos dos operaciones, una de multi cación y otra de división.

$$5 \text{ m} \times \underline{\hspace{3cm}}$$

Paso 3. Recordamos la equivalencia unitaria e las dos unidades involucradas, es dec que vamos a convertir y la que desea obtener; con ello estaremos encontra el llamado factor de conversión.

En este paso, tendremos siempre la posibilida recordar cualquiera de los dos factores de conver que existen entre una unidad de medida y otra nuestro caso, tenemos que 1 m = 100 cm o tam podemos utilizar el factor de conversión de 1 c 0.01 m.

Paso 4. Una vez recordado cualquiera de los dos factores de conversión, bastará colocarlos de tal forma que pueda eliminarse la unidad que se desea convertir, al hacer nuestras operaciones:

$$5 \cancel{\text{m}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{m}}} = 500 \text{ cm}$$

o bien: $$5 \cancel{\text{m}} \times \frac{1 \text{ cm}}{0.01 \cancel{\text{m}}} = 500 \text{ cm}$$

Ejemplo 2
Convertir 6 km a m

Paso 1. 6 km
Paso 2. $6 \text{ km} \times \underline{\hspace{2cm}}$
Paso 3. 1 km = 1000 m o bien 1 m = 0.001 km

Paso 4. $6 \cancel{\text{km}} \times \frac{1 \times 10^3 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} = 6 \times 10^3 \text{ m}$

o bien: $6 \cancel{\text{km}} \times \frac{1 \text{ m}}{1 \times 10^{-3} \cancel{\text{km}}} = 6 \times 10^3 \text{ m}$

Como se observa, no importa cuál de los dos factores de conversión se use, el resultado es el mismo, sólo debemos cuidar que se elimine la unidad que se desea convertir.

Ejemplo 3
Convertir 5 pies a m

Paso 1. 5 pies
Paso 2. $5 \text{ pies} \times \underline{\hspace{2cm}}$
Paso 3. 1 m = 3.28 pies
Paso 4. $5 \cancel{\text{pies}} \times \frac{1 \text{ m}}{3.28 \cancel{\text{pies}}} = 1.52 \text{ m}$

Cuando se requiere convertir una magnitud como la velocidad, que implica una relación de longitud entre tiempo, el procedimiento es el mismo que el anterior, sólo que implicará dos factores de conversión, veamos:

Ejemplo 4
Convertir $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Paso 1. $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Paso 2. $10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}}$

Paso 3. 1 km = 1000 m y 1 h = 3600 s

Paso 4. $10 \frac{\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \times \frac{1 \times 10^3 \text{ m}}{1 \cancel{\text{km}}} \times \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3.6 \times 10^3 \text{ s}} =$

$2.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Ejemplo 5
Convertir $2 \frac{\text{millas}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Paso 1. $2 \frac{\text{millas}}{\text{h}}$

Paso 2. $2 \frac{\text{millas}}{\text{h}} \times \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}}$

Paso 3. 1 milla = 1609 m y 1 h = 3600 s

Paso 4. $2 \frac{\cancel{\text{millas}}}{\cancel{\text{h}}} \times \frac{1.609 \times 10^3 \text{ m}}{1 \cancel{\text{milla}}} \times \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3.6 \times 10^3 \text{ s}} =$

$0.89 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Ejercicios

Convertir:	*Respuesta:*
1. 8 m a cm	800 cm
2. 25 cm a m	0.25 m
3. 15 pies a m	4.57 m
4. 35 m a pies	114.8 pies
5. 12 kg a libras	26.4 lb
6. 30 pulg a cm	76.2 cm
7. 15 m a yardas	16.39 yardas
8. 0.5 litros a cm^3	500 cm^3
9. 10 dm^3 a litros	10.0 litros
10. 3 galones a litros	11.355 litros
11. $300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$1.08 \times 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
12. $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
13. $12 \frac{\text{millas}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	$5.36 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
14. $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{milla}}{\text{h}}$	$6.21 \frac{\text{milla}}{\text{h}}$
15. $80 \frac{\text{pies}}{\text{s}}$ a $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	$87.8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Cuando las unidades que se desean convertir no son lineales como la longitud, sino cuadráticas o cúbicas como la superficie y el volumen respectivamente, el método de conversión es exactamente el mismo, sólo debemos encontrar el factor de conversión, haciendo lo siguiente:

Ejemplo 1
Convertir 0.5 m^2 a cm^2

Como 1 m = 100 cm para encontrar a cuánto equivale 1 m^2 en cm^2 basta con elevar al cuadrado cada miembro de la igualdad así:

$$(1 \text{ m})^2 = (100 \text{ cm})^2$$

de donde: $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2 = 1 \times 10^4 \text{ cm}^2$

por tanto: $0.5 \cancel{\text{m}^2} \times \frac{1 \times 10^4 \text{ cm}^2}{1 \cancel{\text{m}^2}} = 0.5 \times 10^4 \text{ cm}^2$

Ejemplo 2
Convertir $3.5\ m^2$ a $pies^2$

$$1\ m = 3.28\ pies$$
$$(1\ m)^2 = (3.28\ pies)^2$$

de donde: $1\ m^2 = 10.758\ pies^2$

por tanto: $3.5\ \cancel{m}^2 \times \dfrac{10.758\ pies^2}{1\ \cancel{m}^2} = 37.653\ pies^2$

Ejemplo 3
Convertir $3\ m^3$ a cm^3

Como $1\ m = 100\ cm$ para encontrar a cuánto equivale $1\ m^3$ en cm^3 basta con elevar al cubo cada miembro de la igualdad así:

$$(1\ m)^3 = (100\ cm)^3$$

de donde: $1\ m^3 = 1\ 000\ 000\ cm^3 = 1 \times 10^6\ cm^3$

por tanto: $3\ \cancel{m}^3 \times \dfrac{1 \times 10^6\ cm^3}{1\ \cancel{m}^3} = 3 \times 10^6\ cm^3$

Ejemplo 4
Convertir $10\ m^3$ a $pies^3$

$$1\ m = 3.28\ pies$$
$$(1\ m)^3 = (3.28\ pies)^3$$

de donde: $1\ m^3 = 35.287\ pies^3$

por tanto: $10\ \cancel{m}^3 \times \dfrac{35.287\ pies^3}{1\ \cancel{m}^3} = 352.87\ pies^3$

Ejemplo 5
Convertir $2\dfrac{pies^3}{seg}$ a $\dfrac{cm^3}{seg}$

$$1\ pie = 30.48\ cm$$
$$(1\ pie)^3 = (30.48\ cm)^3$$

de donde: $1\ pie^3 = 28316.8\ cm^3 = 2.83 \times 10^4\ cm^3$

por tanto: $2\dfrac{pies^3}{seg} \times \dfrac{2.83 \times 10^4\ cm^3}{1\ pie^3} =$
$5.66 \times 10^4\ cm^3$

Ejercicios

Convertir:	*Respuesta:*
1. $3\ m^2$ a cm^2	$3 \times 10^4\ cm^2$
2. $0.8\ m^2$ a cm^2	$0.8 \times 10^4\ cm^2$
3. $200\ cm^2$ a m^2	$200 \times 10^{-4}\ m^2$
4. $5\ pies^2$ a m^2	$0.46\ m^2$
5. $18\ m^3$ a cm^3	$18 \times 10^6\ cm^3$
6. $30\ m^3$ a $pies^3$	$1.058 \times 10^3\ pies^3$
7. $150\ pies^3$ a m^3	$4.25\ m^3$
8. $35\dfrac{pies^3}{s}$ a $\dfrac{cm^3}{s}$	$99.05 \times 10^4\ \dfrac{cm^3}{s}$

Objetivo
2.5

1. Relaciona las siguientes columnas, escribiendo en el paréntesis el número del símbolo que le corresponde.

n ( )	1. 1,000,000,000,000 (1×10^{12})
c ( )	2. 1,000,000,000 (1×10^{9})
M ( )	3. 1,000,000 (1×10^{6})
μ ( )	4. 1,000 (1×10^{3})
m ( )	5. 1/10 (1×10^{-1})
p ( )	6. 1/100 (1×10^{-2})
G ( )	7. 1/1000 (1×10^{-3})
d ( )	8. 1/1,000,000 (1×10^{-6})
T ( )	9. 1/1,000,000,000 (1×10^{-9})
k ( )	10. 1/100,000,000,000 (1×10^{-12})

2. Escribe, en los espacios, el símbolo y la cantidad que le corresponde a cada prefijo.

a) Deci ____ ________	f) Mili ____ ________
b) Giga ____ ________	g) Kilo ____ ________
c) nano ____ ________	h) Micro ____ ________
d) Centi ____ ________	i) Mega ____ ________
e) Tera ____ ________	j) Pico ____ ________

Objetivo
2.6

1. Escribe la letra correspondiente según sea el tipo de unidad: Fundamental (f), Derivada (d) o Especial (e).

a) m/s^2 ________	f) m/s ________
b) m^3 ________	g) S ________
c) m ________	h) kg m/s^2 ________
d) pie^2 ________	i) g ________
e) Radián ________	j) Kg ________

Efectua las siguientes conversiones de unidades.

Objetivo 2.8

a)

1. 150 km a m	15. 28 min a seg
2. 15,ooo m a millas	16. 4 dias a seg
3. 20 pie a pulg	17. $2m^2$ a cm^2
4. 3,500 m a km	18. 50,000 cm^2 a m^2
5. 5 m a km	19. 80 mm a cm
6. 50 m a pie	20. 7 litros a cm^3
7. 8 g a kg	21. $30m^3$ a cm^3
8. 6 yar a m	22. 6 gal a lt
9. 29 lb a kg	23. 50 gal a lt
10. 15 lb a g	24. 15,000cm^3 a m^3
11. 16 pulg a cm	25. 10 pie^3 a $pulg^3$
12. 3 pies a pulg	26. 35 lt a gal
13. 19 dias a hr	27. $20m^3$ a pie^3
14. 30 hr a min	28. $5m^3$ a $pulg^3$

b) Problemas con mayor grado de dificultad.

1. 300 pulg a m	6. $5m^2$ a $pulg^2$
2. 15m a pulg	7. 100 $pulg^2$ a m^2
3. 5 millas a pulg	8. 500 lt a m^3
4. 10 ton a kg	9. $5m^3$ a $pulg^3$
5. 5 ton a lib.	10. $6cm^3$ a $pulg^3$

UNIDAD 3. HERRAMIENTAS MATEMATICAS

2.5 POTENCIAS DE BASE 10

Objetivo 3.a y 3.1

En el estudio de la física es muy común utilizar potencias de base 10, ya que ello nos permite expresar grandes o pequeñas cantidades con mayor facilidad. Recordemos que cuando un número se eleva a una potencia, la potencia nos indica las veces que el número se multiplica por sí mismo. Ejemplos:

$$6^2 = 6 \times 6; \quad 9^3 = 9 \times 9 \times 9$$

En el caso de potencias de base 10, siempre será el 10 el que esté elevando a una potencia:

$10^1 = 10$
$10^2 = 10 \times 10 = 100$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$
$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$
$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$
$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1000\,000$

Si observamos cada caso, encontraremos que cuando la base 10 está elevada a una potencia, el resultado es igual al número 1 seguido de tantos ceros como indique la potencia.

Ejemplo. 10^8 es igual al 1 seguido de 8 ceros

$$10^8 = 100\,000\,000$$

Podemos tener ahora el caso, de elevar el 10 a una potencia negativa. Esto equivale a dividir 1 entre 10 elevado a esa misma potencia, pero con signo positivo.

Ejemplos

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0.0001$$

$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000\,000} = 0.000001$$

Si observamos cada caso, encontraremos que cuando la base 10 está elevada a una potencia negativa, el resultado es igual a recorrer el punto decimal a partir del número 1, tantas veces como lo señale la potencia negativa.

Ejemplo. 10^{-8} es igual a recorrer el punto decimal 8 cifras a la izquierda, a partir del número 1.

$$10^{-8} = 0.00000001$$

El punto decimal se recorrió 8 cifras a partir del 1.

$$10^{-5} = 0.00001$$

$$10^{-9} = 0.000000001$$

Apliquemos lo aprendido en la expresión de cantidades, empleando la potencia de base 10:

Ejemplo 1

Expresar la cantidad 620 000 con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10.

Como observamos, 620 000 consta de 6 cifras enteras; para expresarlo con una sola cifra entera, debemos recorrer el punto decimal 5 veces:

$$6.20\,000$$

Por tanto, $620\,000 = 6.2 \times 10^5$

Como se observa, la base 10 está elevada a la 5a. potencia, ya que fue el número de veces que recorrimos el punto decimal.

Ejemplo 2

Expresar las siguientes cantidades con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10:

a) 500
b) 75 000
c) 800 000
d) 7000 000

Solución:

a) $500 = 5 \times 10^2$ (ya que recorrimos 2 veces el punto)
b) $75\,000 = 7.5 \times 10^4$ (ya que recorrimos 4 veces el punto)
c) $800\,000 = 8 \times 10^5$ (ya que recorrimos 5 veces el punto)
d) $7000\,000 = 7 \times 10^6$ (ya que recorrimos 6 veces el punto)

Efectua las siguientes conversiones de unidades.

Objetivo 2.8

a)

1.	150 km a m	15.	28 min a seg
2.	15,000 m a millas	16.	4 dias a seg
3.	20 pie a pulg	17.	$2m^2$ a cm^2
4.	3,500 m a km	18.	50,000 cm^2 a m^2
5.	5 m a km	19.	80 mm a cm
6.	50 m a pie	20.	7 litros a cm^3
7.	8 g a kg	21.	$30m^3$ a cm^3
8.	6 yar a m	22.	6 gal a lt
9.	29 lb a kg	23.	50 gal a lt
10.	15 lb a g	24.	15,000cm^3 a m^3
11.	16 pulg a cm	25.	10 pie^3 a $pulg^3$
12.	3 pies a pulg	26.	35 lt a gal
13.	19 dias a hr	27.	$20m^3$ a pie^3
14.	30 hr a min	28.	$5m^3$ a $pulg^3$

b) Problemas con mayor grado de dificultad.

1.	300 pulg a m	6.	$5m^2$ a $pulg^2$
2.	15m a pulg	7.	100 $pulg^2$ a m^2
3.	5 millas a pulg	8.	500 lt a m^3
4.	10 ton a kg	9.	$5m^3$ a $pulg^3$
5.	5 ton a lib.	10.	$6cm^3$ a $pulg^3$

UNIDAD 3. HERRAMIENTAS MATEMATICAS

2.5 POTENCIAS DE BASE 10

Objetivo 3.a y 3.1

En el estudio de la física es muy común utilizar potencias de base 10, ya que ello nos permite expresar grandes o pequeñas cantidades con mayor facilidad. Recordemos que cuando un número se eleva a una potencia, la potencia nos indica las veces que el número se multiplica por sí mismo. Ejemplos:

$$6^2 = 6 \times 6; \quad 9^3 = 9 \times 9 \times 9$$

En el caso de potencias de base 10, siempre será el 10 el que esté elevando a una potencia:

$10^1 = 10$
$10^2 = 10 \times 10 = 100$
$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$
$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$
$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$
$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1000\,000$

Si observamos cada caso, encontraremos que cuando la base 10 está elevada a una potencia, el resultado es igual al número 1 seguido de tantos ceros como indique la potencia.

Ejemplo. 10^8 es igual al 1 seguido de 8 ceros

$$10^8 = 100\,000\,000$$

Podemos tener ahora el caso, de elevar el 10 a una potencia negativa. Esto equivale a dividir 1 entre 10 elevado a esa misma potencia, pero con signo positivo.

Ejemplos

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10\,000} = 0.0001$$

$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000\,000} = 0.000001$$

Si observamos cada caso, encontraremos que cuando la base 10 está elevada a una potencia negativa, el resultado es igual a recorrer el punto decimal a partir del número 1, tantas veces como lo señale la potencia negativa.

Ejemplo. 10^{-8} es igual a recorrer el punto decimal 8 cifras a la izquierda, a partir del número 1.

$$10^{-8} = 0.00000001$$

El punto decimal se recorrió 8 cifras a partir del 1.

$$10^{-5} = 0.00001$$

$$10^{-9} = 0.000000001$$

Apliquemos lo aprendido en la expresión de cantidades, empleando la potencia de base 10:

Ejemplo 1

Expresar la cantidad 620 000 con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10.

Como observamos, 620 000 consta de 6 cifras enteras; para expresarlo con una sola cifra entera, debemos recorrer el punto decimal 5 veces:

$$6.20\,000$$

Por tanto, $620\,000 = 6.2 \times 10^5$

Como se observa, la base 10 está elevada a la 5a. potencia, ya que fue el número de veces que recorrimos el punto decimal.

Ejemplo 2

Expresar las siguientes cantidades con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10:

a) 500
b) 75 000
c) 800 000
d) 7000 000

Solución:

a) $500 = 5 \times 10^2$ (ya que recorrimos 2 veces el punto)

b) $75\,000 = 7.5 \times 10^4$ (ya que recorrimos 4 veces el punto)

c) $800\,000 = 8 \times 10^5$ (ya que recorrimos 5 veces el punto)

d) $7000\,000 = 7 \times 10^6$ (ya que recorrimos 6 veces el punto)

Ejemplo 3
Expresar la cantidad 0.000003 con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10.

Como observamos 0.000003, no tiene ninguna cifra entera, para expresarlo con una cifra entera, debemos recorrer el punto decimal 6 veces así:

$$0.\underbrace{000003}.$$

Por tanto, $0.000003 = 3 \times 10^{-6}$

Como se observa, la base 10 está elevada a la 6a. potencia, ya que fue el número de veces que recorrimos el punto decimal. El signo es negativo, cada vez que convertimos una fracción decimal a entero.

Ejemplo 4
Expresar las siguientes cantidades con una sola cifra entera, utilizando la potencia de base 10:

a) 0.003 b) 0.000135
c) 0.0000705 d) 0.000000001

Solución:

a) $0.003 = 3 \times 10^{-3}$ (ya que recorrimos 3 veces el punto)

b) $0.000135 = 1.35 \times 10^{-4}$ (ya que recorrimos 4 veces el punto)

c) $0.0000705 = 7.05 \times 10^{-5}$ (ya que recorrimos 5 veces el punto)

d) $0.000000001 = 1 \times 10^{-9}$ (ya que recorrimos 9 veces el punto)

Suma y Resta en Notación Científica

Suponga que necesita sumar o restar números expresados en notación científica. Si tienen el mismo exponente, se suman y restan simplemente sumando o restando los coeficientes y manteniendo la misma potencia de 10.

Ejemplos: Sumas y Restas con Exponentes Iguales

(a) $4 \times 10^{8} + 3 \times 10^{8} = 7 \times 10^{8}$
(b) $4 \times 10^{-8} + 3 \times 10^{-8} = 7 \times 10^{-8}$
(c) $8 \times 10^{6} - 4 \times 10^{6} = 4 \times 10^{6}$
(d) $8 \times 10^{-6} - 4 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-6}$

Si las potencias de 10 no son iguales, deben igualarse antes de que los números se sumen o se resten. Esto se lleva a cabo moviendo los puntos decimales hasta que los exponentes sean iguales.

PROBLEMAS

Determine el valor de cada una de las siguientes ecuaciones. (Exprese sus respuestas en notación científica.)

12. (a) $5 \times 10^{7} + 3 \times 10^{7}$
(b) $6 \times 10^{8} + 2 \times 10^{8}$
(c) $4.2 \times 10^{4} + 3.6 \times 10^{4}$
(d) $1.8 \times 10^{9} + 2.5 \times 10^{9}$

13. (a) $5 \times 10^{-7} + 3 \times 10^{-7}$
(b) $4 \times 10^{-3} + 3 \times 10^{-3}$
(c) $1.66 \times 10^{-19} - 2.30 \times 10^{-19}$
(d) $7.2 \times 10^{-12} + 2.6 \times 10^{-12}$

14. (a) $6 \times 10^{8} - 4 \times 10^{8}$
(b) $3.8 \times 10^{12} - 1.9 \times 10^{12}$
(c) $5.8 \times 10^{9} - 2.8 \times 10^{9}$

15. (a) $6 \times 10^{-8} - 4 \times 10^{-8}$
(b) $3.8 \times 10^{-12} - 1.9 \times 10^{-12}$
(c) $5.8 \times 10^{-9} - 2.8 \times 10^{-9}$

Multiplicación y División en Notación Científica

Los números expresados en notación científica se pueden multiplicar aun cuando los exponentes de 10 no sean iguales. Primero, multiplique los números que anteceden la potencia de diez. Después, sume los exponentes de 10 para obtener la potencia de 10 correcta que corresponde al producto.

Ejemplos: Multiplicación en Notación Científica

(a) $(3 \times 10^{6})\ (2 \times 10^{3}) = 6 \times 10^{9}$
(b) $(2 \times 10^{-5})\ (4 \times 10^{9}) = 8 \times 10^{4}$
(c) $(4 \times 10^{3})\ (5 \times 10^{11}) = 20 \times 10^{14} = 2 \times 10^{15}$

Los números expresados en notación científica también se pueden dividir aun cuando los exponentes no sean iguales. Primero, divida los números que anteceden las potencias de diez. Después reste el exponente del denominador del exponente del numerador. El resultado será la potencia de diez para la respuesta.

Ejemplos: División en Notación Científica

(a) $\dfrac{8 \times 10^{6}}{2 \times 10^{3}} = 4 \times 10^{6-3} = 4 \times 10^{3}$

(b) $\dfrac{8 \times 10^{6}}{2 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{6-(-2)} = 4 \times 10^{8}$

PROBLEMAS

Determine el valor de las siguientes expresiones:

19. (a) $(2 \times 10^{4})\ (4 \times 10^{8})$
(b) $(3 \times 10^{4})\ (2 \times 10^{6})$
(c) $(6 \times 10^{-4})\ (5 \times 10^{-8})$
(d) $(2.5 \times 10^{-7})\ (2.5 \times 10^{16})$

20. (a) $\dfrac{6 \times 10^{8}}{2 \times 10^{4}}$ (b) $\dfrac{6 \times 10^{8}}{2 \times 10^{-4}}$ (c) $\dfrac{6 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{4}}$ (d) $\dfrac{6 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-4}}$

21. (a) $\dfrac{(3 \times 10^{4})\ (4 \times 10^{4})}{6 \times 10^{4}}$
(b) $\dfrac{(3 \times 10^{4})\ (4 \times 10^{4})}{6 \times 10^{-4}}$
(c) $\dfrac{(2.5 \times 10^{6})\ (6 \times 10^{4})}{5 \times 10^{2}}$
(d) $\dfrac{(6 \times 10^{12})\ (6 \times 10^{-6})}{1.2 \times 10^{6}}$

Objetivo 3.2 DESPEJE DE INCOGNITAS EN UNA ECUACION

Para hacer despejes de incógnitas en una ecuación, debemos recordar lo siguiente:

1. Si en una igualdad un número está sumando, puede pasar al otro lado del signo igual, restando.

2. Si en una igualdad un número está restando, puede pasar al otro lado del signo igual, sumando.

3. Si en una igualdad un número está multiplicando, puede pasar al otro lado del signo igual, dividiendo.

4. Si en una igualdad un número está dividiendo, puede pasar al otro lado del signo igual, multiplicando.

Ejemplos

1. Despejar y de la siguiente ecuación:

$$y + b = a.$$

Para despejar a y, debemos pasar al otro lado del signo igual a b como está sumando, pasará restando. Por tanto:

$$y = a - b$$

2. Despejar r de la siguiente ecuación:

$$y + r = b + a$$
$$\therefore r = b + a - y$$

3. Despejar h de la siguiente ecuación:

$$g = h - s$$

Para despejar h debemos pasar al otro lado del signo igual a s, como está restando, pasará sumando. Por tanto:

$$h = s + g$$

4. Despejar d de la siguiente ecuación:

$$d - r = b - c$$
$$\therefore d = b - c + r$$

5. Despejar m de la siguiente ecuación:

$$F = m\,a$$

Para despejar m debemos pasar a al otro lado del signo igual y como está multiplicando, pasará dividiendo.
Por tanto:

$$\frac{F}{a} = m \quad \text{o bien} \quad m = \frac{F}{a}$$

6. Despejar F de la siguiente ecuación:

$$T = F\,d$$
$$\therefore F = \frac{T}{d}$$

7. Despejar d de la siguiente ecuación:

$$v = \frac{d}{t}$$

Para despejar a d debemos pasar al otro lado del signo igual a t como está dividiendo, pasará multiplicando, por tanto:

$$d = v t$$

8. Despejar F de la siguiente ecuación:

$$P = \frac{F}{A}$$

$$\therefore F = P A$$

9. Despejar a de la siguiente ecuación:

$$d = \frac{a t^2}{2}$$

Para despejar a debemos pasar al otro lado del signo igual a t^2 y al 2. Para hacer estos despejes, es recomendable pasar *primero* al otro lado del signo igual, lo que esté dividiendo y *después* lo que está multiplicando:

Paso 1. El 2 que está dividiendo pasa al otro lado del signo igual, multiplicando:

$$2d = a t^2$$

Paso 2. t^2 que está multiplicando pasa al otro lado del signo igual, dividiendo:

$$\frac{2d}{t^2} = a \quad \text{o bien} \quad a = \frac{2d}{t^2}$$

10. Despejar v_f de la ecuación:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t}$$

Paso 1. t que está dividiendo, pasa al otro lado del signo igual, multiplicando:

$$a t = v_f - V_o$$

Paso 2. v_o que está restando, pasa al otro lado del signo igual, sumando:

$$v_f = v_o + a t$$

Objetivo 3.3 y 3.4

TRIGONOMETRÍA

La mayoría de los problemas en Física requieren de una comprensión de las relaciones entre los diferentes *lados* o *catetos* de un triángulo *rectángulo*. En la figura A-1 se da un ejemplo de un triángulo rectángulo. Se llama *hipotenusa* al mayor de los lados R. El lado y es el cateto *opuesto* al ángulo θ o el cateto adyacente al ángulo ϕ. El lado x es el cateto *adyacente* al ángulo θ u *opuesto* al ángulo ϕ. Para que el triángulo sea *rectángulo* se requiere que y sea perpendicular a x.

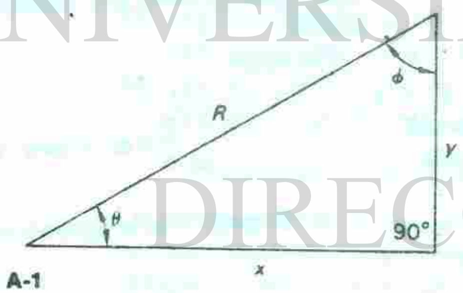


Fig. A-1

Todos los problemas que en este texto requieren del uso de la trigonometría pueden resolverse con sólo recordar las tres definiciones relacionadas con las razones entre los lados del triángulo rectángulo:

$$\text{Seno} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Coseno} = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Tangente} = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

Cuando estas definiciones se aplican a la figura A-1 se observa que

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{R} \qquad \operatorname{sen}\phi = \frac{x}{R}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{R} \qquad \cos\phi = \frac{y}{R}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \qquad \tan\phi = \frac{x}{y}$$

A modo de ejercicio el lector debe de verificar estas conclusiones. Las relaciones trigonométricas sólo se aplican a los ángulos agudos θ y ϕ; estas relaciones no se aplican al ángulo de 90°.

La función trigonométrica de un ángulo dado es constante independientemente del tamaño del triángulo. Por ejemplo, si $\theta = 30°$ en la figura A-1, la razón del cateto y la hipotenusa R siempre será un medio. Es decir, sen 30° = ½ = 0.5.

Objetivo 3.5 Cantidad escalar: Se especifica completamente por su magnitud. Consiste en un número y una unidad. Ejemplos: Rapidez (15m/s), distancia (12 km.), volumen (144 cm^3), etc.

Cantidad vectorial: Se especifica completamente por su magnitud (número y unidad), dirección y sentido. Consiste en un número, una unidad y una orientación angular. Ejemplos: Desplazamiento (20 m, norte), velocidad (10 m/s, 30°), etc.

Objetivo 3.6 Métodos para sumar vectores:

1 Gráficos: Triángulo, paralelogramo y polígono de fuerzas.

2 Analítico:

Objetivo 3.c y 3.6 Métodos gráficos

Suma de vectores. El proceso de la suma de vectores será ilustrado primero por un ejemplo que incluye dos desplazamientos. Supongamos que un barco arranca desde el punto A y navega hacia el Norte una distancia de 6 km hasta el punto B, donde cambia de curso y navega al Este una distancia de 4 km hasta el punto C. Aunque el barco haya navegado una distancia total de 6 + 4 (o sean 10) km, es obvio que la distancia al punto de partida no es esta suma aritmética.

Para encontrar el desplazamiento real, o sea, la distancia desde el punto de partida, puede dibujarse a escala un diagrama parecido al de la figura 7 A. Con un lápiz y una

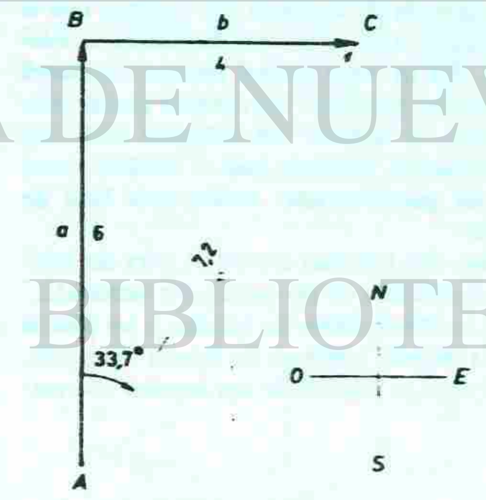


Fig. 7 A. *Esquema que ilustra la suma de vectores aplicada a desplazamientos.*

regla (graduada en cm), se dibuja una línea vertical AB de 6 cm de largo, para representar el desplazamiento de *6 kilómetros al Norte*. La línea BC se dibuja después hacia la derecha desde B con 4 cm, para indicar *4 kilómetros al Este*. Finalmente, se completa el triángulo uniendo A y C, con una flecha apuntando hacia C, la hipotenusa R mide 7.2 cm. y representa el desplazamiento resultante de 7.2 km.

Vectorialmente, escribimos

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \quad \text{o sea} \quad \boxed{\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}}$$

Usando un transportador, el ángulo medido es de 33.7°. La dirección del vector resultante R es, por lo tanto, 33.7° al este del norte.

Se acostumbra, en cualquier diagrama vectorial, representar todas las cantidades vectoriales por flechas, cada una de ellas trazada en la dirección y con la longitud apropiadas. Un poco de práctica al dibujar mostrará que, sin importar la escala a la que se dibuje el diagrama, la resultante tendrá siempre las mismas magnitud y dirección, y que, cuanto más cuidadosamente se dibuje el diagrama, más preciso será el resultado medido.

Para calcular la magnitud de la resultante R en la figura 7 A, se hace uso del teorema de Pitágoras de geometría, que se expresa así: Para cualquier triángulo rectángulo, *el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados.*

$$R^2 = a^2 + b^2$$

Sustituyendo los dos valores de a y b

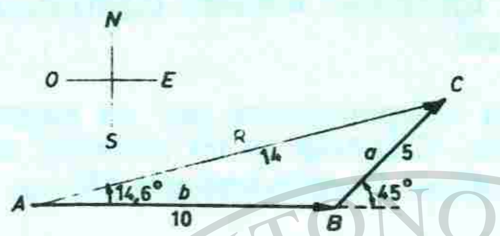


Fig. 7 B. *Diagrama vectorial para el ejemplo 1*

$$R^2 = (6)^2 + (4)^2 = 52$$

Extrayendo la raíz cuadrada* de 52, obtenemos

$$R = 7.21 \text{ km}$$

Ejemplo 1 Un hombre camina hacia el este una distancia de 10 km, luego voltea al nordeste y camina 5 km. Encontrar el desplazamiento resultante

Solución Siguiendo el procedimiento indicado antes, primero se traza la línea horizontal AB de 10 unidades de largo y rotulada como aparece en la figura 7 B. El segundo vector, BC, se dibuja luego en la dirección NE, o sea, a 45°, con 5 unidades de largo. Entonces, se dibuja la resultante R y se mide, se encuentra que su longitud es de 14 unidades, las cuales representan un desplazamiento de 14 km. El ángulo A se mide con un transportador y es de 14.6°. El resultado por lo tanto es catorce kilómetros en la dirección 14.6° al norte del este

Para calcular la magnitud de R, se ve que puede formarse un triángulo rectángulo como se ilustra en la figura 7 C. El teorema del triángulo rectángulo se aplica al triángulo BCD

$$(BC)^2 = (BD)^2 + (CD)^2$$

Puesto que los dos ángulos BCD son iguales entre sí, el triángulo es isósceles y los lados BD y CD son iguales, $BD = CD$. Por lo tanto,

$$(BC)^2 = 2(BD)^2 = 25$$

de la cual $\qquad (BD)^2 = 25/2$

y $\qquad BD = \sqrt{12.5} = 3.54$

* Un método simplificado para encontrar la raíz cuadrada de un número con una precisión de tres cifras, es el siguiente. Por tanteo, se hace una conjetura de las dos primeras cifras de la raíz cuadrada. Por ejemplo, si el número es 685, los ensayos muestran que la raíz está entre $(20)^2 = 400$ y $(30)^2 = 900$, y que una suposición razonable puede ser 25. Entonces se divide el número primitivo entre 25 y da 27.4. La media aritmética de estas dos cantidades, 26.2, es la raíz cuadrada de tres cifras. Si se desea mayor precisión, se puede considerar el número obtenido por el promedio como presunción original y repetir el proceso

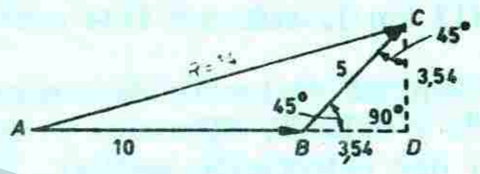


Fig. 7 C. *Diagrama vectorial para el ejemplo 1.*

Aplicando el mismo teorema del triángulo rectángulo ADC, obtenemos

$$R^2 = (3.54)^2 + (13.54)^2 = 195.8$$

de donde $\qquad R = 14.0 \text{ km}$

7.2. El método del paralelogramo de la suma de vectores. Hay dos métodos, generalmente aceptados, para la suma de vectores, a saber, el método del triángulo descrito en la sección anterior y mostrado en las figuras 7 A y 7 B, y el método del paralelogramo que se describe a continuación. Consideremos como una ilustración del último, la suma de los mismos dos vectores de la figura 7 B, $b = 10$ km, y $a = 5$ km, formando los dos entre sí un ángulo de 45°

Como se muestra a la izquierda en la figura 7 D, primero se dibujan los vectores hacia afuera partiendo del mismo origen A. Luego, se traza con línea punteada, desde D una paralela al vector b, y desde B una línea paralela al vector a, como en el diagrama del centro. Desde el punto C, donde se cruzan las dos rectas, se dibuja la diagonal AC y se rotula con una punta de flecha como la resultante R.

Una comparación del paralelogramo con el triángulo de la figura 7 B muestra que el triángulo ABC en ambos diagramas es idéntico. Por lo tanto, ambos métodos conducen al mismo resultado. Al resolver ciertos problemas, el método del triángulo será más conveniente, mientras que al resolver otros, el del paralelogramo resulta más fácil de aplicar

Hay dos sistemas corrientes para designar las direcciones de las cantidades vectoriales: uno es referir todos los ángulos a los puntos de la brújula, como en las figuras 7 A y 7 B; y el otro es especificar los ángulos con respecto del *eje de las x*, como en las figuras 7 D y 7 E. En navegación, el *rumbo verdadero* de un barco se mide desde el *norte* siguiendo el movimiento de las manecillas del reloj, alrededor de la brújula. Navegar hacia el este es tener un rumbo verdadero de 90°, y navegar hacia el sudoeste es tener un rumbo verdadero de 225°.

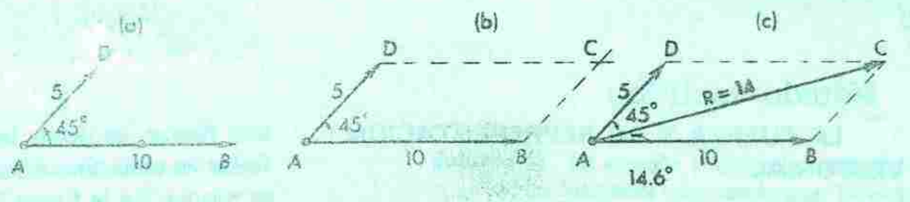


Fig. 7 D. *Esquema del método del paralelogramo para la suma de vectores.*

Cuando las direcciones se refieren al *eje de las x*, los ángulos medidos en sentido contrario al de las manecillas del reloj desde el eje x se llaman +; los medidos en el mismo sentido desde esta línea se llaman −. Por ejemplo, el ángulo de dirección del segundo vector en la figura 7 E es −60° o 300°.

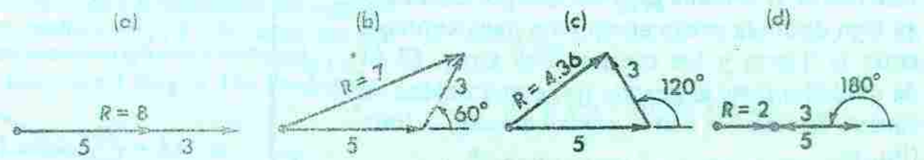


Fig. 7 E. *Esquema del método del triángulo para la suma de vectores.*

Polígono de fuerzas. Cuando tres o más fuerzas actúan simultáneamente sobre un cuerpo, puede encontrarse una única fuerza, llamada su resultante, que actuando sola sobre el mismo, produzca el mismo resultado. Para encontrar tal fuerza resultante, frecuentemente, se emplea el *método del polígono* de la suma de vectores. En principio, éste es una ampliación del método del triángulo y consiste en colocar la base de un vector en la punta de uno que le preceda, y continuar este proceso hasta que todos los vectores hayan sido añadidos.

Una ilustración del método del polígono aplicado a cinco fuerzas, se da en la figura 7 M. El *esquema espacial* (a la izquierda) muestra las fuerzas actuando sobre un cuerpo en P, mientras que el *esquema vectorial* (a la derecha) muestra la suma de vectores y la fuerza resultante R. Empezando en A como origen, se dibuja el vector AB de 8 cm de largo paralelo al vector de 8 kg de peso en el esquema (a). El vector BC se dibuja después con 7 cm de longitud, paralelo al vector de 7 kg de peso. Luego se continúa sucesivamente con los vectores CD, DE y EF. Con los cinco vectores sumados, se encuentra la resultante R, uniendo la última punta de flecha con el origen A.

Dibujando a escala, la longitud medida de R dará la magnitud de la fuerza resultante, y midiendo el ángulo θ se tendrá la dirección en la cual actúa.

Para calcular la fuerza resultante R en dicho problema, se puede dividir el polígono en triángulos y, a su turno, calcular todos los lados y ángulos de los mismos, o descomponer cada una de las fuerzas en sus componentes y sumar éstas aritméticamente. El último método es, en general, el más fácil de los dos, y será tratado con detalle en la sección 8.3.

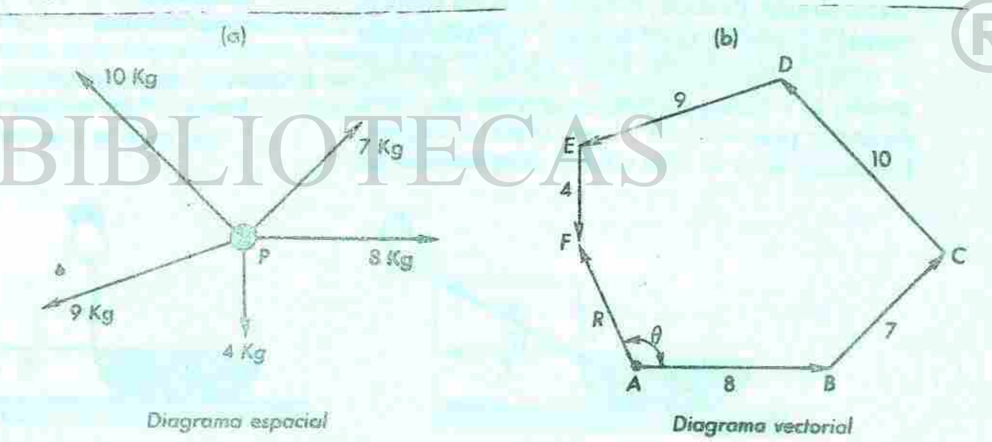


Fig. 7 M. *Diagramas que ilustran la suma gráfica de cinco fuerzas para encontrar su resultante. (Método del polígono.)*

Objetivo 3.d y 3.7 Método analítico

LA FUERZA Y SU REPRESENTACIÓN VECTORIAL

A la acción de empujar o tirar de un cuerpo se le llama *fuerza*. Un resorte estirado ejerce fuerzas sobre los dos objetos a los que sus extremos están unidos; el aire comprimido ejerce una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene; y una locomotora ejerce una fuerza sobre los vagones que arrastra. Es probable que la fuerza que nos es más familiar sea la de la atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre cada cuerpo. A esta fuerza se le llama *peso* del cuerpo. Una fuerza bien definida existe aunque no haya contacto entre la Tierra y los cuerpos que atrae. El SI de unidades tiene al *newton* (N) como unidad de fuerza. Su relación con la unidad del sbg, la libra (lb), es:

1 lb = 4.45 N   1 N = 0.225 lb

Dos de los efectos producidos por fuerzas y que se pueden medir son:

1. Cambiar las dimensiones o forma de un cuerpo
2. Cambiar el movimiento del cuerpo

Dado que en el primer caso no existe desplazamiento resultante del cuerpo, la fuerza que causa el cambio de forma se denomina *fuerza estática*. Si una fuerza cambia el movimiento del cuerpo, recibe el nombre de *fuerza dinámica*. Ambos tipos de fuerzas son convenientemente representadas por vectores, como en el ejemplo 2-4.

La efectividad de cualquier fuerza depende de la dirección en la que actúa. Por ejemplo, es más fácil arrastrar un trineo por el piso por medio de una cuerda inclinada, como se muestra en la figura 2-4, que empujarlo. En ambos casos la fuerza aplicada está produciendo más de un efecto simple. Es decir, la fuerza ejercida sobre la cuerda (acción de tirar) está a la vez levantando el trineo y moviéndolo hacia adelante. Similarmente, al empujar el trineo se produce el efecto de añadir peso al trineo a la vez que se le empuja. Llegamos así a la idea de los *componentes de una fuerza*, es decir, los valores efectivos de la fuerza en otras direcciones diferentes a la de la fuerza misma. En la figura 2-4, la fuerza **F** puede ser reemplazada por sus componentes horizontal y vertical $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$.

Si una fuerza es representada gráficamente en términos de sus coordenadas polares (R, θ), sus componentes a lo largo de las direcciones x y y pueden ser encontradas analíticamente al determinar sus correspondientes coordenadas rectangulares (x,y). Una fuerza **F** que actúa a un ángulo

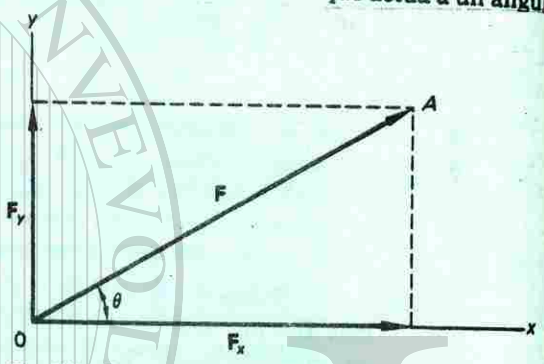


Fig. 2-5 Representación gráfica de las componentes.

sobre la horizontal, se encuentra representado gráficamente en la figura 2-5. El segmento que va de O al pie de la perpendicular al eje x que parte de A recibe el nombre de *componente x de* **F**. (o componente horizontal) y se suele marcar como $\mathbf{F}_x$. El segmento que va de O al pie de la perpendicular al eje y que parte de A se denomina *componente y de* **F** (o componente vertical) y se suele marcar $\mathbf{F}_y$. Cualquiera de los dos triángulos así formados pueden ser usados para determinar las componentes rectangulares de **F**. Las dos componentes, al actuar simultáneamente, tienen el mismo efecto neto que la fuerza original **F**.

Ejemplo 2-5 Una fuerza de 10 N actúa en una dirección a 30° sobre la horizontal. Encuentre sus componentes x y y *a)* gráficamente y *b)* analíticamente.

Solución a) Escójase una escala arbitraria tal como 1 pulg = 5 N; dibújese entonces un diagrama a escala, como se muestra en la figura 2-6. Constrúyase un rectángulo y márquense los segmentos que representan a $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$. Al medir con una regla, encontraremos que F_x = 1.73 pulg y F_y = 1.0 pulg. Dado que 1 pulg = 5 N, tendremos

$$F_x = (1.73 \cancel{\text{pulg}})\,\frac{5\ \text{lb}}{\cancel{\text{pulg}}} = 8.65\ \text{lb}$$

$$F_y = (1.0 \cancel{\text{pulg}})\,\frac{5\ \text{lb}}{\cancel{\text{pulg}}} = 5.0\ \text{lb}$$

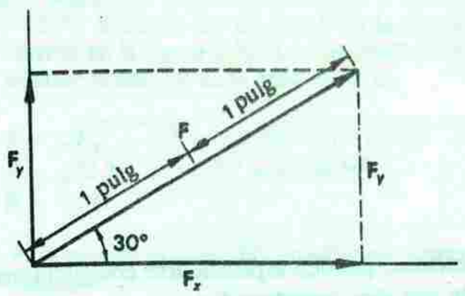


Fig. 2-6 Encontrando las componentes de una fuerza por medio del método gráfico.

Solución b) La solución analítica se encuentra utilizando las funciones trigonométricas. Primero calculamos F_x a partir de

$$\cos 30° = \frac{F_x}{10\ \text{N}}$$

o sea

$$F_x = (10\ \text{N})(\cos 30°) = 8.66\ \text{N}$$

Similarmente, calculamos F_y a partir de

$$\text{sen } 30° = \frac{F_y}{10\ \text{N}}$$

o sea

$$F_y = (10\ \text{N})(\text{sen}30°) = 5\ \text{N}$$

Cuando tanto la componente x como la y de un vector se expresan en términos del ángulo θ entre el vector y el eje x positivo.

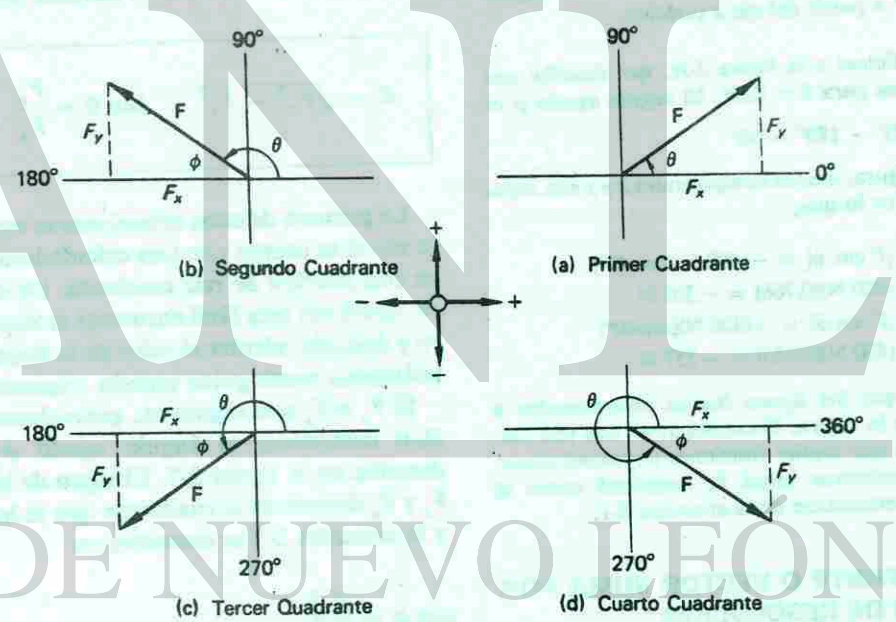


Fig. 2-7 *a)* En el primer cuadrante, el ángulo θ está entre 0° y 90°; tanto F_x como F_y son positivas. *b)* En el segundo cuadrante, el ángulo θ está entre 90° y 180°; F_x es negativa y F_y es positiva. *c)* En el tercer cuadrante, el ángulo θ está entre 180° y 270°; tanto F_x como F_y son negativas. *d)* En el cuarto cuadrante, el ángulo θ está entre 270° y 360°; F_x es positiva y F_y es negativa.

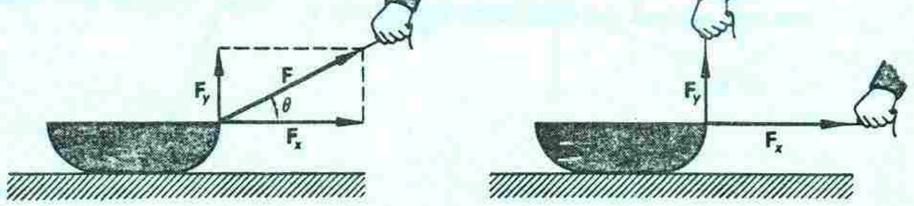


Fig. 2-4 La fuerza F ejercida a un ángulo, puede ser reemplazada por sus componentes horizontal y vertical.

$$F_x = F\cos\theta$$
$$F_y = F\,\text{sen}\,\theta \qquad (2\text{-}1)$$

El signo de una componente dada puede ser determinado de un diagrama de vectores. Las cuatro posibilidades se muestran en la figura 2-7. La magnitud de la componente puede ser hallada al utilizar el ángulo agudo ϕ cuando el ángulo polar θ de la ecuación 2-1 sea mayor de 90°.

Ejemplo 2-6 Encuentre el valor de las componentes x y y de una fuerza de 400 N que actúa a un ángulo de 220° a partir del eje x positivo.

Solución Refiérase a la figura *2-7c*, que describe este problema para $\theta = 220°$. El ángulo agudo ϕ es

$$\phi = 220° - 180° = 40°$$

De la figura, ambos componentes x y y son negativas. Por lo que,

$$F_x = -|F\cos\phi| = -(400\text{ N})(\cos 40°)$$
$$= -(400\text{ N})(0.766) = -306\text{ N}$$
$$F_y = -|F\,\text{sen}\,\phi| = -(400\text{ N})(\text{sen}\,40°)$$
$$= -(400\text{ N})(0.643) = -257\text{ N}$$

Nótese que los signos fueron determinados a partir de la figura. Si cuenta usted con una calculadora que realice funciones trigonométricas, podrá encontrar tanto la magnitud como el signo directamente de la ecuación 2-1.

RESULTANTE O VECTOR SUMA POR EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN RECTANGULAR

Generalmente varias fuerzas de magnitud, dirección y punto de aplicación diferentes actúan en forma simultánea sobre un cuerpo. Esta sección estudia el efecto único producido por dos o más fuerzas simultáneas. Primero definamos algunos términos.

Fuerzas coplanares son cualesquiera fuerzas que actúan en el mismo plano y, por lo mismo, pueden especificarse completamente con dos coordenadas

Fuerzas Concurrentes son fuerzas que intersectan en un punto común o tienen el mismo punto de aplicación.

Fuerza resultante es una fuerza única cuyo efecto es el mismo que el de un conjunto de fuerzas concurrentes coplanares.

En el caso especial en que dos fuerzas $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$ son perpendiculares entre sí, como en la figura 2-4, la resultante se puede obtener de

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \qquad \tan\theta = \frac{F_y}{F_x} \qquad (2\text{-}2)$$

La primera de estas ecuaciones es especialmente útil si se cuenta con una calculadora electrónica con función de raíz cuadrada. De otra manera, quizá sea más fácil encontrar el ángulo primero y después calcular el valor de la magnitud **R** de triángulos rectángulos usando trigonometría.

Si $\mathbf{F}_x$ o $\mathbf{F}_y$ son negativos, generalmente es más fácil determinar el ángulo agudo ϕ como se describe en la figura 2-7. El signo de las fuerzas $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$ determina el cuadrante que se ha de usar, y la ecuación 2-2 se convierte en

$$\tan\phi = \left|\frac{F_y}{F_x}\right|$$

Solamente se necesitan los valores absolutos de $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$. Si se desea, se puede calcular el ángulo θ que parte del eje x positivo al conocer el ángulo agudo ϕ. En cualquiera de los casos se deberá identificar claramente la dirección.

Ejemplo 2-7 ¿Cuál es la resultante de una fuerza de 5 N dirigida horizontalmente a la derecha y una fuerza de 12 N dirigida verticalmente hacia abajo?

Solución Márquense las dos fuerzas $F_x = 5$ N y $F_y = -12$ N. Dibújese un diagrama de la situación descrita en la figura *2-7d*. La magnitud de la resultante se obtiene de la ecuación 2-2:

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5\text{ N})^2 + (-12\text{ N})^2}$$
$$R = \sqrt{25\text{ N}^2 + 144\text{ N}^2} = \sqrt{169\text{ N}^2}$$
$$\mathbf{R} = 13\text{ N}$$

Para calcular la dirección, encuéntrese primero el ángulo ϕ:

$$\tan\phi = \left|\frac{-12\text{ N}}{5\text{ N}}\right| = 2.4$$

$$\phi = 67.4° \text{ hacia abajo del eje } x$$

El ángulo θ medido contra las manecillas del reloj a partir del eje x positivo es

$$\theta = 360° - 67.4° = 292.6°$$

Si usted no cuenta con una calculadora con función de raíz cuadrada, la magnitud de **R** en el ejemplo anterior puede calcularse a partir de

$$R = \frac{F_y}{\text{sen}\,\phi} \qquad \text{o} \qquad R = \frac{F_x}{\cos\phi} \qquad (2\text{-}3)$$

Si lo desea puede comprobar sus resultados por este método.

Objetivo
3.a

1. Convierte de notación común a notación científica las siguientes cantidades.

a)	86,000 ________	f)	.00502 ________
b)	.00008 ________	g)	180,565 ________
c)	.0425 ________	h)	1609 ________
d)	405,000 ________	i)	.454 ________
e)	.20 ________	j)	300221 ________

2. Convierte de notación científica a notación común las siguientes cantidades.

a)	16.25×10^{-6} ________	f)	94.6×10^{4} ________
b)	2.0×10^{3} ________	g)	200×10^{2} ________
c)	6.67×10^{-11} ________	h)	32.6×10^{-1} ________
d)	$.06 \times 10^{4}$ ________	i)	7500×10^{-5} ________
e)	$.25 \times 10^{-2}$ ________	j)	30×10^{5} ________

Objetivo
3.1

1. Resuelve las siguientes operaciones. Expresa el resultado en notación científica.

a)	$\frac{8000 + 7200}{(700)(800)}$	f)	$(35,000)(8,000)(6000)(.009)$
b)	$\frac{(8000)(12000)}{600 + 200}$	g)	$\frac{(.007)(.170)(.06)}{(.1)(.02).03)}$
c)	$\frac{.0048}{6000}$	h)	$\frac{(200) - (1600)}{.004}$
d)	$\frac{42,000}{.007}$	i)	$\frac{(3500) - (2000)}{(.00096) + (.0002)}$
e)	$\frac{(150)(20)}{(30)(.6)}$	j)	$(.004)(.08)(6500)$

Objetivo
3.2

1. Despeja las variables que se indican en cada problema.

1. $ax = 5b + c$ Despeja a, b y c

____

____

____

2. $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ Despeja r y h

____

____

3. $C^2 = a^2 + b^2$ Despeja a y b

____

____

4. $\text{Sen } \Theta = \frac{Y}{R}$ Despeja Y y R

____

____

5. $\text{Tan } \Theta = \frac{Y}{X}$ Despeja Y y X

____

____

6. $S = V_o t + \frac{1}{2} at^2$ Despeja V_o

____

____

7. $a = \frac{V_f - V_o}{t}$ Despeja V_o, V_f y t

____

____

____

8. $V_f^2 = V_o^2 + 2as$ Despeja V_o y d

____

____

9. $E_p = mgh$ Despeja m, g y h

____

____

10. $E_k = \frac{1}{2} m V^2$ Despeja m y V

____

____

Objetivo
3.4

1. Define cada uno de los siguientes conceptos:

a) Seno ________

____

b) Coseno ________

____

c) Tangente ______________________________

d) Teorema de Pitágoras ______________________________

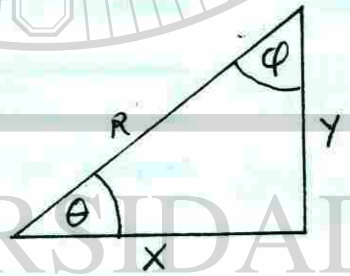
2. Utiliza la tabla de las Funciones Trigonométricas para encontrar el valor de los ángulos asociados con cada una de las funciones trigonométricas que se indican.

a) Sen θ = 0.500 ________ e) Tan θ = 1.000 ________
b) Sen θ = 0.906 ________ f) Cos θ = 0.875 ________
c) Cos θ = 0.707 ________ g) Tan θ = 2.050 ________
d) Sen θ = 0.707 ________ h) tan θ = 0.364 ________

3. Encuentra, en la tabla de las Funciones Trigonométricas, el valor de las siguientes funciones.

a) Sen 60° ________ f) Tan 43° ________
b) Cos 81° ________ g) Sen 18° ________
c) Sen 15° ________ h) Cos 23° ________
d) Cos 51° ________ i) Tan 23° ________
e) Tan 80° ________ j) Sen 10° ________

Resuelve los siguientes problemas en base a la siguiente figura.



4. El ángulo θ mide 30°, la hipotenusa 8 cm. ¿Cuál es la longitud del lado X y del lado Y ?.

5. En el triángulo de la figura la longitud del lado X es de 70 cm. y la del lado Y es de 80 cm. Si el ángulo θ mide 60°, calcule el valor de la hipotenusa

6. Uno de los ángulo agudos de un triángulo rectángulo mide 26°. La hipotenusa mide 10 cm. Calcule la longitud de los otros dos lados.

7. Uno de los ángulos de un triángulo mide 50°, la longitud del cateto opuesto el ángulo de 50° es de 85 cm. Calcule la longitud del cateto adyacente y de la hipotenusa.

8. Uno de los ángulos de un triángulo rectangulo mide 45° y la longitud de la hipotenusa es de 12 cm. Calcule la longitud de los otros dos lados.

Objetivo 3.6

Resuelve los siguientes problemas por el método del triangulo.

1. Dos fuerzas de 20 y 30 newtons, actúan sobre el mismo cuerpo en ángulo recto una con la otra. Encontrar, por cálculo, la magnitud de su resultante.

2. Un aeroplano vuela al sudoeste durante 200 km. luego vira y vuela al este 200 km, cuando es forzado a terrizar. ¿A qué distancia y en qué dirección está el avión de su base?

3. Un avión vuela en dirección Norte a 100 m/s, y es empujado hacia el Oeste por un viento fuerte de 50 m/s. Determine la velocidad resultante del avión (rapidez y dirección).

4. Un excursionista deja el campamento y camina 10 km en dirección Norte. El desplazamiento en este punto es de 10 km Norte. El excursionista recorre después 10 km hacia el Este. Esto agrega un segundo desplazamiento de 10 km hacía el Este del primer desplazamiento.

a) ¿Cuál es la distancia total que caminó la persona?
b) Determine el desplazamiento total desde el punto de partida.

5. Un barco navega hacia el sur una distancia de 320 millas marinas, luego gira y navega al noroeste 190 millas. Aplicar el método del triángulo para encontrar la distancia del barco al puesto de origen. (Resp. 229 millas marinas a 36,0° al sur del oeste).

Resuelve los siguientes problemas por el método del paralelogramo.

6. Dos fuerzas de 6 newtons y de 8 newtons, están actuando a la vez sobre el mismo objeto. Si el ángulo entre ellas es de 60°. encontrar su resultante por construcción gráfica.

7. Dos fuerzas de 60 newtons cada una, forman entre sí un ángulo de 50°. Encontrar su resultante por medio de construcción gráfica. (Resp. 108.7 newtons)

8. Dos fuerzas de 5 N y de 7 N actúan sobre el mismo cuerpo, Si el ángulo entre ellas es de 120°, calcular la magnitud de la resultante. (Resp. 10,44 N de peso).

9. Encontrar la resultante de dos fuerzas.

a) 5 dinas a 65° b) 8 dinas a 155°

10. Un aeroplano vuela hacia el este una distancia de 250 km. luego vira y vuela a 60° al sur del este 180 km. ¿A qué distancia y en qué dirección, está el areoplano de su punto de partida?

Resuelve los siguientes problemas por el método del polígono de fuerzas

11. Encontrar la resultante de las siguientes fuerzas:

a) 8 N a 0° b) 6 N a 90° c) 4 N a 135°

12. Encontrar la resultante de las siguientes fuerzas:

    a) 40 N a 30° b) 26 N a 120° c) 30 N a 180°

13. Determinar gráficamente la resultante de las siguientes cuatro fuerzas aplicadas al mismo cuerpo:

    a) 5 N a 20° b) 6 N a 80° c) 3 N a 180°
    d) 4 N a 225°

Objetivo 3.7

Resuelve los siguientes problemas por el método analítico

1. Una fuerza de 100 N y otra de 50 N actúa sobre su punto P. La fuerza de 100 N actúa en dirección Norte. La fuerza de 50 N actúa hacia el Este.
   ¿ Cuál es la magnitud y dirección de la fuerza resultante?

2. Un aeroplano vuela a 150 km/h con su proa dirigida 30° al Sur del Este. Al mismo tiempo sopla un viento de 50 km/h en dirección de 30° al Oeste del Sur.
   ¿Cuál es la velocidad resultante del avión con respecto a la tierra?

3. Dos fuerzas de 10 N actúan concurrentemente sobre el punto P. Determine la magnitud de su resultante cuando el ángulo entre ellas es de

   a) 90°

4. Un hombre camina 50 m hacia el este y a continuación 30 m hacia el norte. Usando el terorema de Pitágoras, determina la magnitud y dirección del desplazamiento.

5. Sobre un mismo cuerpo actúan dos fuerzas perpendiculares entre si de 25 N y 40 N. Por el método analítico determine la magnitud y dirección de la fuerza resultante.

UNIDAD 4. CINEMATICA

Objetivo 4.1

La *mecánica* es una rama de la física, que estudia los movimientos y estados en que se encuentran los cuerpos. Describe y predice las condiciones de reposo y movimiento de los cuerpos, bajo la acción de las fuerzas. Se divide por lo general en dos partes:

1. *Cinemática*. Estudia las diferentes clases de movimiento de los cuerpos, sin atender a las causas que lo producen.

2. *Dinámica*. Estudia las causas que originan el movimiento de los cuerpos. La estática, que analiza las situaciones que permiten el equilibrio de los cuerpos, queda comprendida dentro del estudio de la dinámica.

En este libro, nos concretaremos al estudio de la cinemática.

MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS

Cuando decimos que un cuerpo se encuentra en movimiento, deducimos que su posición está variando respecto a un punto considerado fijo. El estudio de la cinemática, nos permite conocer y predecir en qué lugar se encontrará un cuerpo, qué velocidad tendrá al cabo de cierto tiempo, o bien, en qué lapso de tiempo llegará a su destino. En la descripción del movimiento de cualquier objeto material, también llamado cuerpo físico, resulta útil considerar a éste, como una partícula en movimiento, es decir, como si fuera un solo punto en movimiento.

La ventaja de considerar a un cuerpo físico como una simple partícula, es que nos evita analizar en detalle, los diferentes movimientos que un mismo cuerpo experimenta durante su desplazamiento de un punto a otro. Pensemos en lo que le sucede a un balón de futbol cuando es pateado: en realidad, mientras se desplaza en el aire, puede ir girando, pero si lo suponemos una partícula, eliminamos los diferentes giros que hace y consideramos únicamente un solo movimiento. Cualquier cuerpo físico puede ser considerado como una partícula. Trátese de la descripción del movimiento de un avión, o del movimiento de la Luna alrededor de la Tierra.

La trayectoria de una partícula, o sea el camino recorrido al pasar de su posición inicial a su posición final, puede ser recta o curva, resultando así los movimientos rectilíneos o curvilíneos; mismos que pueden ser uniformes o variados, dependiendo de que la velocidad permanezca constante o no.

SISTEMA DE REFERENCIA

En la descripción del movimiento de una partícula, es necesario señalar perfectamente cuál es su posición, para ello, se usa un sistema de referencia. Existen dos clases de sistemas de referencia: el absoluto y el relativo. El sistema de referencia absoluto, es aquél que considera un sistema fijo de referencia. El relativo, es aquél que considera al sistema de referencia, móvil. En realidad, el sistema de referencia absoluto, no existe, por ejemplo, si al estar "parada" una persona en una esquina, observa que un automóvil circula por allí a una velocidad de 50 km/h hacia el norte, podría considerar que el automóvil se mueve respecto a un punto fijo que es la persona misma, parada en la esquina; pero en realidad, la persona también se mueve, puesto que la Tierra está en contínuo movimiento de rotación y de translación alrededor del Sol. Sin embargo, resulta útil considerar a los movimientos que se producen sobre la superficie de la Tierra, suponiendo a ésta, como un sistema de referencia absoluto, es decir, fijo.

Objetivo 4.2

Movimiento de traslación.- Es cuando un cuerpo o partícula pasa de un punto a otro definido recorriendo así una distancia.

Movimiento de rotación.- Es cuando un cuerpo gira alrededor de su eje.

Movimiento de vibración.- Oscilación rápida y de escasa amplitud de un cuerpo en torno de su posición de equilibrio.

Objetivos 4.3, 4.7, 4.4, y 4.5.

Distancia y desplazamiento

El movimiento de un cuerpo se caracteriza básicamente por su trayectoria, desplazamiento, velocidad y aceleración en función de la longitud y tiempo.

Una partícula al moverse del punto A al punto B (figura 2-4) puede hacerlo por gran número de trayectorias si recorre en cada una de ellas cierta distancia; en la figura 2-4 se indican 4 trayectorias, cada una con distancias diferentes: la primera de 15.7 m, la 2a. 10 m, la 3a. de 17 m y la 4a. de 26 m. La trayectoria 2, recta que une la posición inicial con la final, es su desplazamiento. No importa la trayectoria que siga el cuerpo, su desplazamiento siempre será el mismo, la recta que una la posición inicial con la final. (segmento dirigido). El desplazamiento es una magnitud vectorial, se representa por un vector $\overrightarrow{AB}$ cuya magnitud es de 10 m, dirección horizontal y sentido de $\bar{A}$ hacia $\bar{B}$.

Distancia. Es la longitud total recorrida sin importar la dirección.

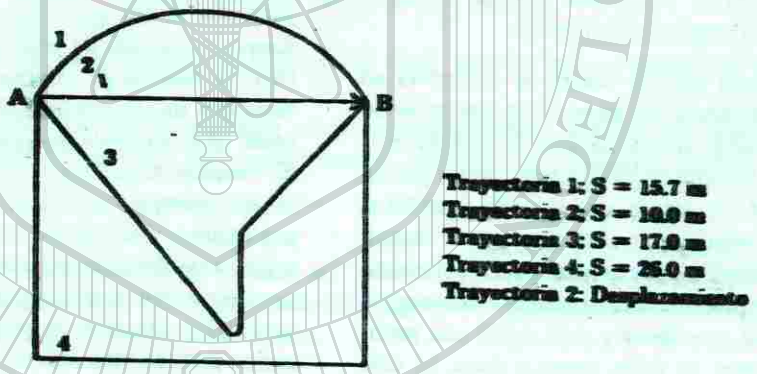


FIG. 2-4. Trayectoria 2: Desplazamiento.

Velocidad y rapidez

La rapidez de una partícula es la distancia S recorrida en la unidad de tiempo t; es una magnitud escalar.

$$V = \frac{\text{Distancia (escalar)}}{\text{Tiempo (escalar)}} = \frac{S}{t}$$

En el Sistema Internacional se mide en metros/segundo (m/s). Velocidad es la rapidez en una dirección y sentido determinado.

$$\bar{V} = \frac{\bar{S}}{t} = \frac{\text{desplazamiento (vector)}}{\text{tiempo (escalar)}}$$

En el S.I. se mide en m/s. La velocidad es una magnitud vectorial que tiene la misma dirección que el desplazamiento y cuya magnitud es igual a la distancia recorrida por unidad de tiempo (rapidez).

VELOCIDAD Y RAPIDEZ

La velocidad y la rapidez, generalmente se usan como sinónimos en forma equivocada; no obstante, la diferencia está en que la rapidez es una cantidad escalar que indica únicamente la magnitud de la velocidad. La velocidad es una magnitud vectorial, ya que para quedar bien definida requiere que se señale, además de su magnitud, cuál es su dirección y su sentido. Cuando un móvil sigue una trayectoria en línea recta, recorriendo distancias iguales en cada unidad de tiempo, su rapidez y velocidad permanecen constantes; en cambio, si en una trayectoria curva el móvil logra conservar una rapidez constante, por ejemplo, 30 km/h, su velocidad va cambiando ya que no obstante que su magnitud, o sea la rapidez, no varía, su sentido sí va modificándose. En conclusión, cuando en física se habla de velocidad, no se refiere solamente a la rapidez a la que se mueve un cuerpo, sino también en qué dirección lo hace.

La velocidad se define como el desplazamiento que realiza un móvil, dividido entre el tiempo que tarda en efectuarlo.

$$\boxed{\vec{v} = \frac{\vec{d}}{t}}$$

donde: $\vec{v}$ = velocidad del móvil.

$\vec{d}$ = desplazamiento del móvil. (Entendiendo a éste, como una magnitud vectorial que corresponde a una distancia medida en una dirección particular entre dos puntos.)

t = tiempo en que se realiza el desplazamiento.

Las unidades de velocidad son:

En el SI v = m/seg en el C.G.S. cm/seg

6.4 MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

Cuando un móvil sigue una trayectoria recta, en la cual realiza desplazamientos iguales en tiempos iguales, se dice que efectúa un movimiento rectilíneo uniforme. Supongamos un móvil que en un segundo se desplaza dos metros, al transcurrir dos segundos, se habrá desplazado cuatro metros, al transcurrir tres segundos, se habrá desplazado 6 metros y así sucesivamente; en este caso, observaremos que la velocidad permanece constante ya que por cada incremento en el tiempo de un segundo, tendrá un incremento de 2 metros en su desplazamiento. Para representar algún cambio en una variable, se utiliza la letra griega Δ (delta) por tanto, podemos escribir la fórmula de la velocidad en función de los cambios en su desplazamiento, respecto al cambio en el tiempo, de la siguiente forma:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}$$

Siempre que se trate del movimiento de un móvil en línea recta, recorriendo desplazamientos iguales en tiempos iguales, la relación $\frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t}$ será un valor constante.

VELOCIDAD MEDIA

La mayoría de los movimientos que realizan los cuerpos no son uniformes. Es decir, los desplazamientos que efectúan generalmente no son proporcionales al cambio de tiempo, debido a ello, es necesario considerar el concepto de velocidad media: Por ejemplo cuando oímos decir que de la Ciudad de México a la de Puebla se hace una hora treinta minutos, al recorrer la distancia de 128 kilómetros que las separa, podemos calcular qué velocidad media se tiene durante el viaje:

$$v_m = \frac{d}{t} = \frac{128 \text{ km}}{1.5 \text{ h}} = 85.3 \text{ km/h}$$

Es evidente que la velocidad durante el viaje no puede ser constante, ya que en las partes rectas la velocidad será mayor que en las curvas. Por tanto, una velocidad media representa la relación entre el desplazamiento total hecho por un móvil y el tiempo que tarda en efectuarlo.

Cuando durante su movimiento, un móvil experimenta dos velocidades distintas o más, se puede obtener una velocidad promedio si sumamos las velocidades y las dividimos entre el número de velocidades sumadas.

Ejemplo 1
Encuentre la velocidad promedio de un móvil que durante su recorrido hacia el norte tuvo las siguientes velocidades: v_1 = 18.5 m/seg, v_2 = 22 m/seg, v_3 = 20.3 m/seg, v_4 = 21.5 m/seg.

Solución:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4}{4} = \frac{82.3 \text{ m/seg}}{4} = 20.57 \text{ m/seg al norte}$$

Ejemplo 2
Calcular la velocidad media de un móvil si partió al este con una velocidad inicial de 2 m/seg y su velocidad final fue de 2.7 m/seg.

Solución:

$$v_m = \frac{v_f + v_o}{2} = \frac{2\text{ m/seg} + 2.7\text{ m/seg}}{2} = 2.35\text{ m/seg al este}$$

Ejemplo 4
Determine el tiempo en que un móvil recorre una distancia de 30 m si lleva una velocidad media de 3 m/seg al sur.

Solución:

$$v_m = \frac{d}{t} \therefore t = \frac{d}{v_m} = \frac{30\text{ m}}{3\text{ m/seg}} = 10\text{ seg}$$

Ejemplo 5
Determine la distancia en metros que recorrerá un motociclista durante 10 segundos si lleva una velocidad media de 60 km/h al oeste.

Solución:

Conversión de 60 km/h a m/seg

$$60\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1\text{ h}}{3600\text{ seg}} = 16.66\frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

$$v_m = \frac{d}{t} \therefore d = v_m t = 16.66\frac{\text{m}}{\text{seg}} \times 10\text{ seg} = 166.6\text{ m al oeste}$$

Ejercicios

1. **Determine la velocidad media de un móvil que lleva una velocidad inicial de 3 m/seg y su velocidad final es de 4.2 m/seg**

   Resultado: $v_m = 3.6$ **m/seg**

2. **Determine la distancia en metros que recorrerá un ciclista durante 7 segundos, si lleva una velocidad media de 30 km/h al norte.**

   Resultado: $d = 58.33$ **m al norte.**

3. **Calcular el tiempo en horas en que un automóvil recorre una distancia de 3 km si lleva una velocidad media de 50 km/h al sur.**

   Resultado: $t = 0.06$ **h**

VELOCIDAD INSTANTANEA

Cuando en el movimiento de un cuerpo, los intervalos de tiempo considerados son cada vez más pequeños, la velocidad media se aproxima a una velocidad instantánea. Cuando el intervalo de tiempo es muy pequeño que casi tiende a cero, la velocidad del móvil será la instantánea:

$$v_{inst} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Cuando la velocidad media de un móvil permanece constante, la velocidad media y la velocidad instantánea son iguales.

Sin embargo, como es muy común que la velocidad de un móvil esté variando constantemente, si se desea conocer cuál es la velocidad que lleva en un momento dado, debemos calcular su velocidad instantánea.

<u>Velocidad uniforme</u>.- Cuándo el móvil realiza desplazamientos iguales en tiempos iguales.

<u>Velocidad variable</u>.- Cuándo el móvil realiza desplazamientos diferentes en tiempos iguales.

P R O B L E M A S

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

1. ¿Qué distancia recorre una bicicleta en un tiempo de 5 h. si lleva una velocidad de 20 km/h.?

2. Un cuerpo tiene una velocidad de 10 km/h. y recorre una distancia de 40 km. Calcular el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia.

3. Una carrera de 200 m. planos se ganó en un tiempo de 21.2 seg. Calcular la velocidad media en

   a) m/seg　　　　b) Km/h.

4. Un cuerpo se mueve uniformemente y en línea recta con una velocidad de 8 m/seg. ¿Qué distancia habrá recorrido en 15 seg.?

5. Un automóvil recorre 360 km. en 5 h. ¿Calcular la velocidad media en:

   a) Km/h.　　　　b) m/seg.

6. Un automóvil marcha a 40 km/h. durante 4 min. A continuación va a 80 km/h. durante 8 min. y finalmente a 32 km/h. durante 2 min. Calcular:

   a) La distancia total recorrida por el automóvil.
   b) La velocidad media en km/h.

7. La luz del sol necesita 8.3 min. para llegar a la tierra. La velocidad de la luz es de 3×10^8 m/seg. en kilómetros. ¿Qué tan lejos del sol se encuentra la tierra?

Objetivos 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10 y 4.11

MOVIMIENTO ACELERADO

En la mayor parte de los casos, la velocidad de un objeto cambia a medida que el movimiento evoluciona. A este tipo de movimiento se le denomina *movimiento acelerado*. La relación de cambio de la velocidad al tiempo transcurrido recibe el nombre de *aceleración*. Por ejemplo, supóngase que observamos el movimiento de un cuerpo durante un lapso t. Definiremos la velocidad inicial $\mathbf{v}_0$ del cuerpo como la velocidad que tenía al iniciar el periodo de tiempo, es decir, cuando $t = 0$. La velocidad final $\mathbf{v}_f$ será definida como la velocidad del cuerpo al final del periodo de tiempo, cuando $t = t$. Así, si podemos medir estos valores inicial y final de la velocidad de un objeto en movimiento, podemos decir que su aceleración está dada por

$$\textit{Aceleración} = \frac{\textit{cambio de velocidad}}{\textit{intervalo de tiempo}}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{t} \qquad (5\text{-}2)$$

La aceleración escrita tal como se muestra arriba, es una cantidad vectorial y por tanto depende de cambios en la dirección tanto como en cambios de la magnitud. Si la dirección del movimiento es en línea recta, sólo la rapidez del objeto está cambiando. Si sigue una trayectoria curva, ocurren cambios tanto direccionales como de magnitud y por tanto la aceleración no tiene la misma dirección del movimiento. De hecho, si la trayectoria curva siguiera un círculo perfecto, la aceleración siempre sería perpendicular al movimiento. En ese caso sólo la dirección del movimiento cambia, mientras que la rapidez en cualquier punto del círculo es constante. Este último tipo de movimiento será estudiado en un capítulo posterior.

MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO

La clase más simple de aceleración es el movimiento rectilíneo, en el que la rapidez cambia con una razón constante. A este tipo de movimiento generalmente se le denomina *movimiento uniformemente acelerado* o de *aceleración constante*. Ya que no hay cambio de dirección, la diferencia de vectores de la ecuación 5-2 se convierte en la simple resta algebraica entre la magnitud de la velocidad final $\mathbf{v}_f$ y la magnitud de la velocidad inicial $\mathbf{v}_0$. Así, para aceleración uniforme,

$$\boxed{a = \frac{v_f - v_0}{t}} \qquad (5\text{-}3)$$

Por ejemplo, considérese un automóvil que se mueve con aceleración constante del punto *A* al *B* como se muestra en la figura 5-2. La velocidad del auto en *A* es de 40 pie/s y su velocidad en *B* de 60 pie/s. Si para aumentar esa velocidad se requiere de 5 s, la aceleración se puede calcular por medio de la ecuación 5-3. Así,

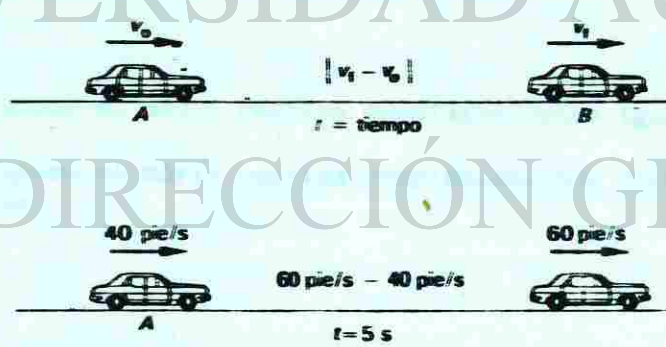


Figura 5-2 Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado.

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{60 \text{ pie/s} - 40 \text{ pie/s}}{5 \text{ s}}$$

$$= \frac{20 \text{ pie/s}}{5 \text{ s}} = 4 \text{ pie/s}^2$$

La respuesta se lee *cuatro pies por segundo por segundo* o *cuatro pies por segundo cuadrado*. Esto quiere decir que cada segundo el automóvil incrementa su velocidad en 4 pie/s. Ya que se contaba inicialmente con una velocidad de 40 pie/s cuando empezamos a contar nuestro tiempo ($t = 0$), después de 1, 2 y 3 s, habrá adquirido velocidades de 44, 48 y 52 pie/s, respectivamente.

Ejemplo Un tren reduce su velocidad de 60 a 30 mi/h en 10 s. Encuentre su aceleración.

Solución Por sustitución directa en la ecuación 5-3 obtenemos

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{30 \text{ mi/h} - 60 \text{ mi/h}}{10 \text{ s}}$$

de lo que

$$a = \frac{-30 \text{ mi/h}}{10 \text{ s}} = -3 \text{ mi/h} \cdot \text{s}$$

Nótese que en la respuesta aparecen simultáneamente unidades de horas y segundos. Esta inconsistencia se resuelve como sigue:

$$-3 \frac{\text{mi}}{\text{h} \cdot \text{s}} \times \frac{5280 \text{ pie}}{1 \text{ mi}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = -4.4 \text{ pie/s}^2$$

El signo negativo nos indica que la velocidad se *reduce* en 4.4 pie/s cada segundo. A este tipo de aceleración a veces se le llama *desaceleración*.

Muchas veces la misma ecuación se usa para despejar cantidades diferentes. Se debe, por tanto, despejar literalmente la ecuación para cada símbolo. Una de las formas más convenientes de la ecuación surge al despejar el valor de la velocidad final. Así

$$v_f = v_0 + at \qquad (5\text{-}4)$$

Velocidad final = velocidad inicial + cambio de velocidad

Ejemplo Un automóvil mantiene una aceleración constante de 8 m/s². Si su velocidad inicial era de 20 m/s, ¿Cuál será su velocidad después de 6 s?

Solución La velocidad final se obtiene de la ecuación 5-4.

$$v_f = v_0 + at = 20 \text{ m/s} + (8 \text{ m/s}^2)(6 \text{ s})$$

o sea

$$v_f = 20 \text{ m/s} + 48 \text{ m/s}$$

Por lo que la velocidad final es

$$v_f = 68 \text{ m/s}$$

Ya que los conceptos de velocidad inicial y velocidad final han sido bien entendidos, volvamos a la ecuación para la velocidad media y expresémosla en términos de velocidad inicial y velocidad final. La velocidad media de un objeto que se mueve con aceleración constante se calcula aplicando el promedio aritmético de dos cantidades. Dadas una velocidad final y una inicial, la velocidad media es simplemente

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_0}{2} \qquad (5\text{-}5)$$

Al utilizar esta relación en la ecuación 5-1, obtenemos una expresión más útil para el cálculo de distancias recorridas:

$$\boxed{s = \bar{v}t = \frac{v_f + v_0}{2}\, t} \qquad (5\text{-}6)$$

Objetivos 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10 y 4.11

MOVIMIENTO ACELERADO

En la mayor parte de los casos, la velocidad de un objeto cambia a medida que el movimiento evoluciona. A este tipo de movimiento se le denomina *movimiento acelerado*. La relación de cambio de la velocidad al tiempo transcurrido recibe el nombre de *aceleración*. Por ejemplo, supóngase que observamos el movimiento de un cuerpo durante un lapso t. Definiremos la velocidad inicial $\mathbf{v}_o$ del cuerpo como la velocidad que tenía al iniciar el periodo de tiempo, es decir, cuando $t = 0$. La velocidad final $\mathbf{v}_f$ será definida como la velocidad del cuerpo al final del periodo de tiempo, cuanto $t = t$. Así, si podemos medir estos valores inicial y final de la velocidad de un objeto en movimiento, podemos decir que su aceleración está dada por

$$\textit{Aceleración} = \frac{\textit{cambio de velocidad}}{\textit{intervalo de tiempo}}$$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_0}{t} \qquad (5\text{-}2)$$

La aceleración escrita tal como se muestra arriba, es una cantidad vectorial y por tanto depende de cambios en la dirección tanto como en cambios de la magnitud. Si la dirección del movimiento es en línea recta, sólo la rapidez del objeto está cambiando. Si sigue una trayectoria curva, ocurren cambios tanto direccionales como de magnitud y por tanto la aceleración no tiene la misma dirección del movimiento. De hecho, si la trayectoria curva siguiera un círculo perfecto, la aceleración siempre sería perpendicular al movimiento. En ese caso sólo la dirección del movimiento cambia, mientras que la rapidez en cualquier punto del círculo es constante. Este último tipo de movimiento será estudiado en un capítulo posterior.

MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO

La clase más simple de aceleración es el movimiento rectilíneo, en el que la rapidez cambia con una razón constante. A este tipo de movimiento generalmente se le denomina *movimiento uniformemente acelerado* o de *aceleración constante*. Ya que no hay cambio de dirección, la diferencia de vectores de la ecuación 5-2 se convierte en la simple resta algebraica entre la magnitud de la velocidad final $\mathbf{v}_f$ y la magnitud de la velocidad inicial $\mathbf{v}_o$. Así, para aceleración uniforme,

$$\boxed{a = \frac{v_f - v_0}{t}} \qquad (5\text{-}3)$$

Por ejemplo, considérese un automóvil que se mueve con aceleración constante del punto *A* al *B* como se muestra en la figura 5-2. La velocidad del auto en *A* es de 40 pie/s y su velocidad en *B* de 60 pie/s. Si para aumentar esa velocidad se requiere de 5 s, la aceleración se puede calcular por medio de la ecuación 5-3. Así,

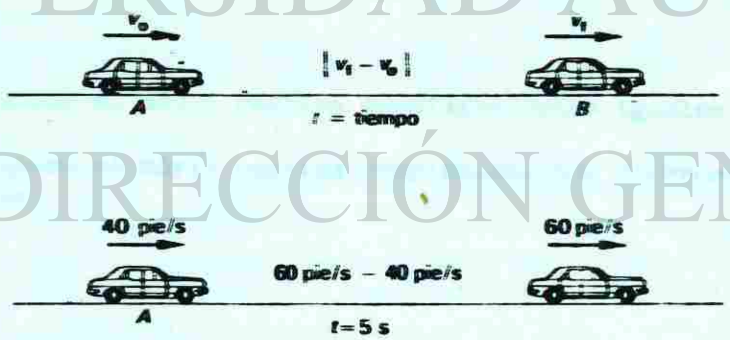


Figura 5-2 Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado.

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{60\ \text{pie/s} - 40\ \text{pie/s}}{5\ \text{s}}$$

$$= \frac{20\ \text{pie/s}}{5\ \text{s}} = 4\ \text{pie/s}^2$$

La respuesta se lee *cuatro pies por segundo por segundo* o *cuatro pies por segundo cuadrado*. Esto quiere decir que cada segundo el automóvil incrementa su velocidad en 4 pie/s. Ya que se contaba inicialmente con una velocidad de 40 pie/s cuando empezamos a contar nuestro tiempo ($t = 0$), después de 1, 2 y 3 s, habrá adquirido velocidades de 44, 48 y 52 pie/s, respectivamente.

Ejemplo Un tren reduce su velocidad de 60 a 30 mi/h en 10 s. Encuentre su aceleración.

Solución Por sustitución directa en la ecuación 5-3 obtenemos

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{30\ \text{mi/h} - 60\ \text{mi/h}}{10\ \text{s}}$$

de lo que

$$a = \frac{-30\ \text{mi/h}}{10\ \text{s}} = -3\ \text{mi/h}\cdot\text{s}$$

Nótese que en la respuesta aparecen simultáneamente unidades de horas y segundos. Esta inconsistencia se resuelve como sigue:

$$-3\frac{\text{mi}}{\text{h}\cdot\text{s}} \times \frac{5280\ \text{pie}}{1\ \text{mi}} \times \frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}} = -4.4\ \text{pie/s}^2$$

El signo negativo nos indica que la velocidad se *reduce* en 4.4 pie/s cada segundo. A este tipo de aceleración a veces se le llama *desaceleración*.

Muchas veces la misma ecuación se usa para despejar cantidades diferentes. Se debe, por tanto, despejar literalmente la ecuación para cada símbolo. Una de las formas más convenientes de la ecuación surge al despejar el valor de la velocidad final. Así

$$v_f = v_0 + at \qquad (5\text{-}4)$$

Velocidad final = velocidad inicial + cambio de velocidad

Ejemplo Un automóvil mantiene una aceleración constante de 8 m/s². Si su velocidad inicial era de 20 m/s, ¿Cuál será su velocidad después de 6 s?

Solución La velocidad final se obtiene de la ecuación 5-4.

$$v_f = v_0 + at = 20\ \text{m/s} + (8\ \text{m/s}^2)(6\ \text{s})$$

o sea

$$v_f = 20\ \text{m/s} + 48\ \text{m/s}$$

Por lo que la velocidad final es

$$v_f = 68\ \text{m/s}$$

Ya que los conceptos de velocidad inicial y velocidad final han sido bien entendidos, volvamos a la ecuación para la velocidad media y expresémosla en términos de velocidad inicial y velocidad final. La velocidad media de un objeto que se mueve con aceleración constante se calcula aplicando el promedio aritmético de dos cantidades. Dadas una velocidad final y una inicial, la velocidad media es simplemente

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_0}{2} \qquad (5\text{-}5)$$

Al utilizar esta relación en la ecuación 5-1, obtenemos una expresión más útil para el cálculo de distancias recorridas:

$$\boxed{s = \bar{v}t = \frac{v_f + v_0}{2}\,t} \qquad (5\text{-}6)$$

Ejemplo Un cuerpo en movimiento aumenta su velocidad uniformemente de 200 a 400 cm/s en 2 min. *a*) ¿Cuál es su velocidad media y *b*) ¿cuán lejos viajó en los 2 min?

Solución La velocidad media se calcula por sustitución directa en la ecuación 5-5.

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_0}{2} = \frac{400\text{ cm/s} + 200\text{ cm/s}}{2}$$

o sea

$$\bar{v} = \frac{600\text{ cm/s}}{2} = 300\text{ cm/s}$$

La distancia recorrida se calcula entonces a partir de la ecuación 5-1.

$$s = \bar{v}t = (300\text{ cm/s})(2\text{ min})$$

Las unidades de tiempo son inconsistentes, pero dado que 2 min = 120 s, tenemos

$$s = (300\text{ cm/s})(120\text{ s}) = 36{,}000\text{ cm}$$

OTRAS RELACIONES UTILES

Hasta aquí hemos presentado dos relaciones fundamentales. Una se obtuvo de la propia definición de velocidad y la otra de la definición de aceleración. Ellas son:

$$s = \bar{v}t = \frac{v_f + v_0}{2}t \qquad (5\text{-}6)$$

y

$$v_f = v_0 + at \qquad (5\text{-}4)$$

Aunque éstas son las únicas dos ecuaciones realmente necesarias para resolver los problemas que se presentan en este capítulo, hay otras dos relaciones muy útiles que se pueden derivar de ellas. La primera se obtiene de la eliminación de la velocidad final de las ecuaciones 5-6 y 5-4. Sustituyendo la última en la primera tenemos

$$s = \frac{(v_0 + at) + v_0}{2}t$$

Al simplificar nos queda

$$s = \frac{(2v_0 + at)t}{2} = \frac{2v_0t + at^2}{2}$$

o sea

$$\boxed{s = v_0t + \tfrac{1}{2}at^2} \qquad (5\text{-}7)$$

La segunda relación se obtiene de la eliminación de *t* de las ecuaciones básicas. Despejando *t* de la ecuación 5-4 obtenemos

$$t = \frac{v_f - v_0}{a}$$

que al sustituirla en la ecuación 5-6 nos da

$$s = \left(\frac{v_f + v_0}{2}\right)\left(\frac{v_f - v_0}{a}\right)$$

de lo cual

$$\boxed{2as = v_f^2 - v_0^2} \qquad (5\text{-}8)$$

Aunque estas dos ecuaciones no añaden información nueva, suelen ser muy útiles en la resolución de problemas en los que la velocidad final o el tiempo no sean dados en el enunciado y deba encontrarse uno de los otros parámetros.

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ACELERACIÓN

Aunque la solución de los problemas que implican aceleración constante depende principalmente de la elección de la ecuación más correcta y de sustituir los valores conocidos, existen varias sugerencias que pueden auxiliar al estudiante principiante. Esta clase de problemas de física a menudo se refieren a algún movimiento que comienza del reposo o detienen totalmente un movimiento con alguna velocidad inicial. En cualquiera de los casos, las ecuaciones que hemos derivado se pueden simplificar al sustituir $v_o = 0$ o $v_f = 0$, según sea el caso. La Tabla 5-1 resume las fórmulas generales.

Un examen minucioso de las cuatro ecuaciones generales revelará un total de cinco parámetros: s, v_o, v_f, a y t. Dadas cualquiera de tres de estas cantidades, las dos restantes pueden ser calculadas con las ecuaciones generales. Por tanto, un buen punto de partida para resolver cualquier problema consiste en leer cuidadosamente el enunciado con el fin de detectar los tres valores que se requieren para la solución. Es también importante escoger una dirección y nombrarla positiva en forma consistente tanto para velocidad, distancias y aceleración al sustituir los valores en las ecuaciones.

Si se tienen dificultades en la elección de la fórmula apropiada, puede ser de ayuda recordar las condiciones que dicha fórmula debe satisfacer. Primero, debe contener el parámetro desconocido. Segundo, todos los demás parámetros que aparezcan en la fórmula deben ser conocidos. Por ejemplo, si un problema proporciona los valores de v_f, v_o y t, se puede despejar a de la ecuación 2 de la Tabla 5-1. Los siguientes ejemplos ilustrarán una técnica para resolver aun los problemas más difíciles.

Tabla 5-1 Resumen de Fórmulas de Aceleración

(1)	$s = \dfrac{v_f + v_0}{2}t$
(2)	$v_f = v_0 + at$
(3)	$s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$
(4)	$2as = v_f^2 - v_0^2$

Ejemplo Una lancha de motor que parte del reposo, alcanza una velocidad de 30 mi/h en 15 s. ¿Cuál fue su aceleración y cuán lejos viajó?

Dados: $v_0 = 0$ Encontrar: $a = ?$

$v_f = 30\text{ mi/h} = 44\text{ pie/s}$ $s = ?$

$t = 15\text{ s}$

Solución Para encontrar la aceleración, debemos elegir una fórmula que contenga *a* pero que no contenga *s*. La ecuación 2 con $v_0 = 0$ puede ser usada. Así,

$$v_f = at$$

de la cual

$$a = \frac{v_f}{t} = \frac{44\text{ pie/s}}{15\text{ s}}$$

$$= 2.93\text{ pie/s}^2$$

La distancia se puede obtener de la fórmula 1 como sigue:

$$s = \frac{v_f}{2}t = \frac{44\text{pie/s}}{2}(15\text{ s})$$

$$= 330\text{ pie}$$

Ejemplo Un avión aterriza en la cubierta de un portaaviones a 200 mi/h y es detenido en 600 pie. Encuentre la aceleración y el tiempo que se requirieron para detenerlo.

Dados: $v_o = 200\text{ mi/h} = 294\text{ pie/s}$ Encontrar: $a = ?$

$v_f = 0$ $t = ?$

$s = 600\text{ pie}$

Solución Escogemos la fórmula 4 y despejamos *a* como sigue:

$$2as = v_f^2 - v_0^2$$

$$(2a)(600\text{ pie}) = 0 - (294\text{ pie/s})^2$$

$$a = \frac{-(294\text{ pie/s})^2}{(2)(600\text{ pie})} = \frac{-86\,400\text{ pie/s}^2}{1\,200\text{ pie}}$$

$$= -72\text{ pie/s}^2$$

Luego, despejando el tiempo de la fórmula 2,

$$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{-v_0}{a} = \frac{-294\text{pie/s}}{-72\text{ pie/s}^2}$$

o sea

$$t = 4.08\text{ s}$$

Ejemplo Un tren que inicialmente viaja a 16 m/s, recibe una aceleración constante de 2 m/s². ¿Cuán lejos viajará en 20 s? ¿Cuál será su velocidad final?

Dados: $v_0 = 16$ m/s Encontrar: $s = ?$
$a = 2$ m/s² $\quad v_f = ?$
$t = 20$ s

Solución De la ecuación 3 tenemos

$$\begin{aligned} s &= v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \\ &= (16\ \text{m/s})(20\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(2\ \text{m/s}^2)(20\ \text{s})^2 \\ &= 320\ \text{m} + 400\ \text{m} = 720\ \text{m} \end{aligned}$$

La velocidad final la obtenemos de la ecuación 2

$$\begin{aligned} v_f &= v_0 + at = 16\ \text{m/s} + (2\ \text{m/s}^2)(20\ \text{s}) \\ &= 56\ \text{m/s} \end{aligned}$$

GRAVEDAD Y CAÍDA LIBRE DE LOS CUERPOS

Muchos de nuestros conocimientos acerca de la física de los cuerpos que caen se deben al científico italiano Galileo Galilei (1564-1642). Él fue el primero en demostrar que, en ausencia de fricción, todos los cuerpos, grandes o pequeños, ligeros o pesados, caen a la Tierra con la misma aceleración. Esa fue una idea revolucionaria ya que iba en contra de lo que alguien normalmente esperaría. Hasta Galileo, todos seguían las enseñanzas de Aristóteles de que los cuerpos pesados caen proporcionalmente más rápido que los ligeros. La explicación clásica de la paradoja consiste en el hecho de que los cuerpos más pesados son proporcionalmente más difíciles de acelerar. Esta resistencia al movimiento es una propiedad de los cuerpos denominada *inercia*. Así, en el vacío, una pluma y una bola de acero caerán al mismo tiempo porque el efecto inercial mayor de la bola compensa exactamente su mayor peso. (Véase la figura 5-3).

Para los efectos del tratamiento de la caída de los cuerpos en este capítulo, se ha despreciado por completo la fricción con el aire. Bajo estas circunstancias, la aceleración gravitacional es un movimiento uniformemente acelerado. Al nivel del mar y a 45° latitud, esta aceleración se ha medido y vale 32.17 pie/s² ó 9.806 m/s² y se representa por el símbolo *g*. Para nuestros propósitos, adoptaremos los siguientes valores, que son suficientemente seguros:

$$\boxed{\begin{aligned} g &= 32\ \text{pie/s}^2 \\ g &= 9.8\ \text{m/s}^2 \end{aligned}} \qquad (5\text{-}9)$$

Dado que la aceleración gravitacional *g* es una aceleración constante, se le aplican las mismas leyes generales del movimiento. Sin embargo, uno de los parámetros siempre se conoce con anticipación

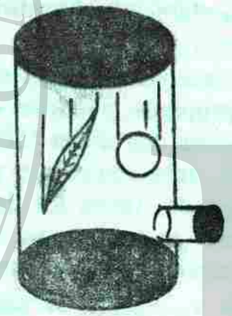


Figura 5-3 En el vacío, todos los cuerpos caen con la misma aceleración

y por tanto no necesita ser especificado en el problema. Si la constante *g* se inserta en las ecuaciones generales (Tabla 5-1), se obtendrán las siguientes fórmulas modificadas:

(1a)	$s = \dfrac{v_f + v_0}{2} t$	$s = \bar{v}t$
(2a)	$v_f = v_0 + gt$	
(3a)	$s = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$	
(4a)	$2gs = v_f^2 - v_0^2$	

Antes de usar estas fórmulas, es conveniente hacer algunos comentarios generales. En los problemas de caída libre de los cuerpos, es extremadamente importante escoger una dirección positiva y mantenerla de manera congruente en la sustitución de los valores conocidos. El signo de la respuesta es necesario para determinar la localización de un punto o la dirección de una velocidad en tiempos específicos. Por ejemplo, la distancia *s* en las fórmulas de la tabla representa la distancia sobre o bajo el origen. Si la dirección hacia arriba se elige como positiva, un valor positivo de *s* implica una distancia sobre el punto de partida; si *s* es negativa, representa una distancia bajo el punto de partida. De manera similar, los signos de v_0, v_f y *g* indican sus direcciones

Ejemplo Una pelota de hule se deja caer del reposo como se muestra en la figura 5-4. Encuentre su velocidad y posición después de 1, 2, 3 y 4 s.

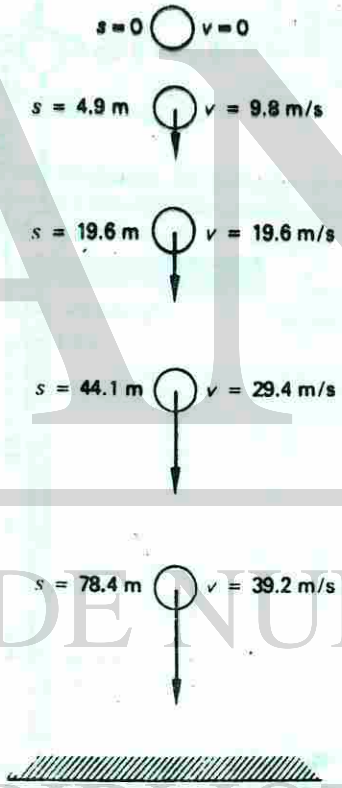


Figura 5-4 Un cuerpo en caída libre posee una aceleración hacia abajo constante e igual a 9.8 m/s².

Solución Dado que todos los parámetros se medirán hacia abajo, será más conveniente en este caso elegir la dirección hacia abajo como positiva. Organizando los datos tenemos

Dados: $v_0 = 0$ Encontrar: $v_f = ?$
$g = +32$ pie/s² $\quad s = ?$
$t = 1, 2, 3,$ y 4 s

La velocidad en función del tiempo está dada en la fórmula *2a* en la que $v_0 = 0$.

$$\begin{aligned} v_f &= v_0 + gt = gt \\ &= (32\ \text{pie/s}^2)t \end{aligned}$$

Después de 1 s tenemos

$v_f = (32\ \text{pie/s}^2)(1\ \text{s}) = 32$ pie/s hacia abajo

Sustituciones similares de $t = 2$, 3 y 4 s nos darán velocidades de 64, 96 y 128 pie/s. Todas estas velocidades están dirigidas hacia abajo ya que esa dirección fue elegida como positiva.
La posición en función del tiempo se calcula a partir de la ecuación *3a*. Dado que la velocidad inicial es cero, escribimos

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}gt^2 = \tfrac{1}{2}gt^2$$

de la cual

$s = \frac{1}{2}(32\ \text{pie/s}^2)t^2 = (16\ \text{pie/s}^2)t^2$

Después de 1 s, el cuerpo caerá una distancia de

$$\begin{aligned} s &= (16\ \text{pie/s}^2)(1\ \text{s})^2 = (16\ \text{pie/s}^2)(1\ \text{s}^2) \\ &= 16\ \text{pie} \end{aligned}$$

Después de 2 s

$$\begin{aligned} s &= (16\ \text{pie/s}^2)(2\ \text{s})^2 = (16\ \text{pie/s}^2)(4\ \text{s}^2) \\ &= 64\ \text{pie} \end{aligned}$$

De manera similar, el cálculo nos dará posiciones de 144 y 256 pie después de 3 y 4 s. Los resultados anteriores se resumen en la tabla 5-2.

Tabla 5-2

Tiempo *t*, s	Posición al final del tiempo *t*, pie/s	Velocidad al final del tiempo *t*, pie/s
0	0	0
1	32	16
2	64	64
3	96	144
4	128	256

Ejemplo Suponiendo que una pelota se lanza hacia arriba con una velocidad inicial de 96 pie/s, explique sin usar ecuaciones por qué su movimiento hacia arriba es tan sólo el inverso de su movimiento hacia abajo.

Solución Elijamos la dirección hacia arriba como positiva, con lo que la aceleración de la gravedad nos resulta —32 pie/s². El signo negativo nos indica que la velocidad de un objeto lanzado verticalmente se reducirá por 32 pie/s cada segundo que suba. (Refiérase a la figura 5-5.) Si su velocidad inicial fuera de 96 pie/s, su velocidad después de 1 s se reducirá a 64 pie/s. Tras 2 s, su velocidad será de 32 pie/s y después de 3 s su velocidad se habrá reducido a cero. Cuando la velocidad llega a cero, la pelota ha alcanzado su altura máxima y empieza a caer libremente del reposo. Sin embargo, ahora la pelota *aumentará* su velocidad por 32 pie/s cada segundo ya que la dirección del movimiento y la de la aceleración de la gravedad son negativas. Su velocidad después de 4, 5 y 6 s será de —32, —64 y —96 pie/s respectivamente. Excepto por el signo, que indica la dirección del movimiento, las velocidades son las mismas a las mismas alturas sobre el piso.

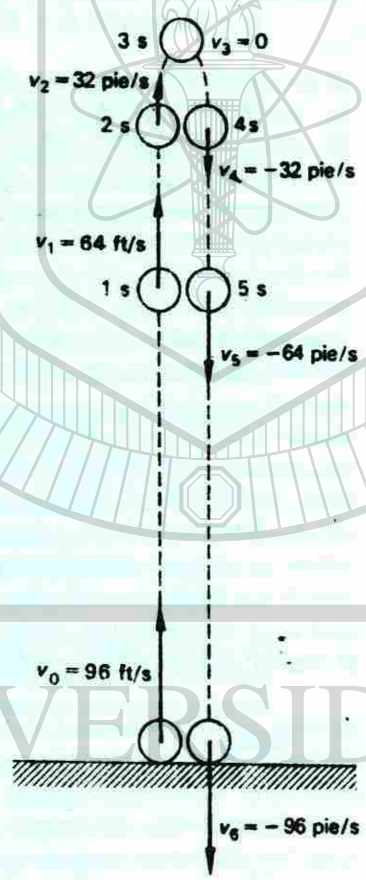


Figura 5-5 Una pelota que se lanza verticalmente hacia arriba vuelve al piso con la misma velocidad.

Ejemplo Una pelota de beisbol que se lanza hacia arriba desde el techo de un edificio alto tiene una velocidad inicial de 20 m/s. *a)* Calcule el tiempo requerido para alcanzar su altura máxima. *b)* Encuentre la altura máxima. *c)* Determine su posición y velocidad después de 1.5 s. *d)* ¿Cuáles son su posición y velocidad después de 5 s? (Véase la figura 5-6.)

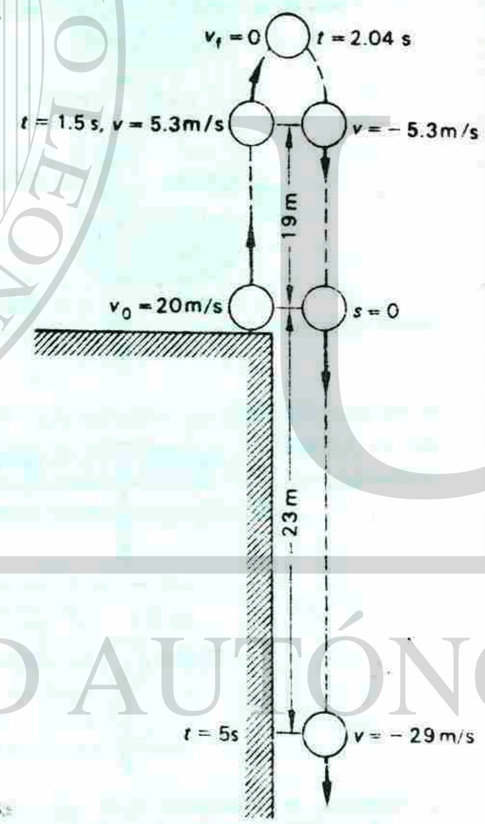


Figura 5-6 Una pelota lanzada verticalmente hacia arriba sube hasta que su velocidad es cero y después cae con velocidad creciente.

Solución a) Escojamos la dirección hacia arriba como positiva ya que la velocidad inicial está hacia arriba. En el punto más alto, la velocidad final de la pelota será igual a cero. Organizando los datos tenemos

Dados: $v_0 = 20$ m/s $\quad v_f = 0 \quad g = -9.8$ m/s²

Encontrar: $t = ?$ $\quad s = ?$

El tiempo que se requiere para llegar a la máxima altura se puede calcular a partir de la ecuación *2a:*

$$t = \frac{v_f - v_0}{g} = -\frac{v_0}{g}$$

$$= \frac{-20 \text{ m/s}}{-9.8 \text{ m/s}^2} = 2.04 \text{ s}$$

Solución b) La altura máxima se encuentra sustituyendo $v_f = 0$ en la ecuación *1a.*

$$s = \frac{v_f + v_0}{2} t = \frac{v_0}{2} t$$

$$= \frac{20 \text{ m/s}}{2}(2.04 \text{ s}) = 20.4 \text{ m}$$

Solución c) Para encontrar la posición y velocidad después de 1.5 s, debemos establecer nuevas condiciones.

Dados: $v_0 = 20$ m/s $\quad g = -9.8$ m/s² $\quad t = 1.5$ s

Encontrar: $s = ?$ $\quad v_f = ?$

Ahora podemos calcular la posición como sigue:

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$= (20 \text{ m/s})(1.5 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.8 \text{ m/s}^2)(1.5 \text{ s})^2$$
$$= 30 \text{ m} - 11 \text{ m} = 19 \text{ m}$$

La velocidad después de 1.5 s está dada por

$$v_f = v_0 + gt$$
$$= 20 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)(1.5 \text{ s})$$
$$= 20 \text{ m/s} - 14.7 \text{ m/s} = 5.3 \text{ m/s}$$

Solución d) Las mismas ecuaciones se aplican para obtener la posición y velocidad después de 5 s. Así,

$$s = v_0 t + \tfrac{1}{2}gt^2$$
$$= (20 \text{ m/s})(5 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(-9.8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s})^2$$
$$= 100 \text{ m} - 123 \text{ m} = -23 \text{ m}$$

El signo negativo indica que la pelota se encuentra a 23 m bajo el punto de lanzamiento.
La velocidad después de 5 s es

$$v_f = v_0 + gt$$
$$= 20 \text{ m/s} + (-9.8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s})$$
$$= 20 \text{ m/s} - 49 \text{ m/s} = -29 \text{ m/s}$$

En este caso, el signo negativo indica que la pelota se está moviendo hacia abajo.

A N E X O I

Deducción de las ecuaciones utilizadas en el M.R.U.V.

Como hemos podido observar, en un movimiento rectilíneo uniformemente variado, la velocidad está cambiando constantemente de valor; por ello, si se desea conocer el desplazamiento en cualquier tiempo, se puede hacer, si utilizamos el concepto de velocidad media que ya conocemos:

$$v_m = \frac{v_f + v_o}{2}$$

de donde: $d = v_m t$; $\boxed{d = \frac{v_f + v_o}{2}t}$

Partiendo de estas expresiones, deduciremos las ecuaciones que se utilizan para calcular los desplazamientos y velocidades finales, cuando el movimiento tiene aceleración constante:

$$v_m = \frac{d}{t} \quad --- \quad 1$$

$$d = v_m t \quad --- \quad 2$$

$$v_m = \frac{v_f + v_o}{2} \quad --- \quad 3$$

substituyendo 3 en 2

$$d = \frac{v_f + v_o}{2}t \quad --- \quad 4$$

sabemos que:

$$v_f = v_o + at \quad --- \quad 5$$

substituyendo 5 en 4

$$d = \frac{v_o + at + v_o}{2}t \quad --- \quad 6$$

$$d = \frac{2v_o t + at}{2}t \quad --- \quad 7$$

multiplicando por t y dividiendo entre 2

$$d = v_o t + \frac{at^2}{2} \quad --- \quad 8$$

si $v_o = 0$

$$d = \frac{at^2}{2} \quad --- \quad 9$$

Para calcular las velocidades finales en un M.R.U.V. partimos de la ecuación:

$$d = \frac{v_f + v_o}{2}t \quad --- \quad 4$$

sabemos que:

$$a = \frac{v_f - v_o}{t} \quad --- \quad 10$$

multiplicando 10 por 4

$$ad = \frac{(v_f - v_o)}{t}\,\frac{(v_f + v_o)}{2}t \quad --- \quad 11$$

$$ad = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2} \quad --- \quad 12$$

despejando a la velocidad final

$$v_f^2 = v_o^2 + 2ad \quad --- \quad 13$$

si $v_o = 0$

$$v_f^2 = 2ad \quad --- \quad 14$$

de la ecuación 12 podemos despejar el desplazamiento:

$$d = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2a} \quad --- \quad 15$$

si $v_o = 0$

$$d = \frac{v_f^2}{2a} \quad --- \quad 16$$

P R O B L E M A S

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME ACELERADO

1. ¿Cuál es la aceleración de un automóvil de carreras, si su velocidad aumentó uniformemente desde 44 m/seg. a 66 m/seg. en un período de 11 seg.?

2. ¿Cuál es la aceleración (desaceleración) de un automóvil de carreras si su velocidad decrece uniformemente desde 35 m/seg. a 20 m/seg. en un período de 10 seg.?

3. Un avión que parte del reposo se acelera uniformemente hasta una velocidad de despegue de 72 m/seg. durante un período de 5 seg. ¿Cuál es su aceleración?.

4. Un automóvil se acelera uniformemente a un ritmo de 2 m/seg^2 durante 12 seg. Si la velocidad original del automóvil es de 36 m/seg. ¿Cuál es su velocidad final?.

5. Un automóvil de carreras que viajaba a 45 m/seg. se frenó uniformemente con una aceleración de -1.5 m/seg^2 durante 10 seg. ¿Cuál es su velocidad final en

   a) m/seg   b) Km/h.

6. Un aeroplano parte del reposo y recibe una aceleración uniforme de 3 m/seg^2 durante 30 seg. antes de despegar. ¿Qué distancia recorre durante los 30 seg.?

7. Un avión de reacción aterriza en una pista moviéndose a 88 m/seg. y se desacelera uniformemente hasta el reposo en 11 seg. Calcular:

   a) Su desaceleración   b) La distancia que recorre

8. Un aeroplano, viajando a 300 km/h. pasa a planeo propulsado y adquiere una velocidad de 750 km/h. en 20 seg. Encontrar

   a) La aceleración en m/seg^2
   b) La distancia recorrida durante este tiempo.

9. Un avión ligero que volaba a 40 m/seg. aterrizó en una pista y se movió 100 m antes de detenerse. ¿Cuál fué la desaceleración del avión?

10. Un tren arranca del reposo y alcanza una velocidad de 80 pie/seg. en una distancia de 1 000 pie. Claclular

    a) El tiempo que transcurrió   b) La aceleración

11. Partiendo del reposo, un avión alcanza de 200 min/h. en una distancia de 6 800 pie. Encuentre

    a) La aceleración   b) El tiempo transcurrido
    c) La velocidad después de 20 seg.

12. El conductor de un automóvil que inicialmente viaj. a 60 min/h frena y el auto se detiene en 4 seg. Encuentra

    a) La aceleración
    b) La distancia recorrida durante la frenada.

13. Una bala disparada por un cañon de 9 pie de largo sale con una velocidad de disparo de 2 700 pie/seg. Encuentra

    a) El tiempo que le tomó recorrer la longitud del cañon
    b) Su aceleración

CAIDA LIBRE Y TIRO VERTICAL

1. Desde un edificio muy alto se deja caer una piedra. ¿Cuál es su velocidad después de 5 seg. de caída libre?

2. Suponga que una piedra se aorja hacia abajo desde un acantilado. Si su velocidad en el momento que se arroja es de 20 min/seg. ¿Cuál es su velocidad después de 4 seg. de caída libre?

3. Una piedra cae desde el reposo durante 4 seg. ¿Qué tanto cae?

4. Se deja caer una piedra desde una alta torre y 5 seg. después golpea el suelo. ¿Qùé tan alta es la torre en metros?

5. ¿Cuál es la velocidad final de un objeto que parte del reposo y cae libremente una distancia de 64 min?

6. Se deja caer una piedra desde un puente a 80 m sobre el nivel del agua.

   a) ¿Cuánto tiempo permanece la piedra en el aire?
   b) ¿Con qué velocidad golpea la piedra en el agua?

7. Una canica se deja caer dentro de un pozo y 5 seg. después se oye el ruido de su - caíde en el agua del fondo.

   a) ¿Qué profundidad tiene el pozo?
   b) ¿Con qué velocidad pega el agua la canica?

   No tome en cuenta el tiempo que tarda el sonido en llegar a la parte superior del pozo.

8. Una pelota de baloncesto se arroja hacia abajo desde lo alto del edificio de 1 500 pie de altura

   a) Si su velocidad inicial es de 40 min/h, ¿En qué tiempo caerá a la calle?
   b) ¿Cuál es la velocidad con la que llega al pavimento?

9. Un ladrillo se arroja verticalmente hacia abajo desde un puente y 4 seg. después cae en el agua con una velocidad dè 60 min/seg.

   a) ¿Cuál es la velocidad inicial del ladrillo? ¿A qué altura sobre el agua está el puente?

10. Un costal de arena dejado caer desde un globo, choca contra el suelo con una velocidad de 270 km/h.

    a) ¿A qué altura está el globo? b) ¿Cuánto tardó en caer el saco de arena?

11. Se dispara un flecha hacia arriba con una velocidad de 48 m/seg. Encontrar

    a) El tiempo empleado para llegar al punto más alto
    b) La altura máxima alcanzada

12. Un bateador golpea una pelota de beisbol recta hacia arriba. La pelota la recogen 10 seg después. Encontrar

    a) La velocidad inicial hacia arriba
    b) La altura máxima alcanzada

13. Una piedra es arrojada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 90 km/h. Encontrar

    a) Altura a la que se eleva
    b) El tiempo total para llegar al suelo

14. Una flecha se dispara verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 128 pie/s.

    a) ¿A qué altura subirá? b) ¿Durante cuánto tiempo subirá?

15. Una pelota que se lanza verticalmente hacia arriba alcanza una altura máxima de 500 pie encuentre

    a) La velocidad inicial de la pelota
    b) El tiempo requerido para llegar a su altura máxima

Funciones trigonométricas *(Naturales)*

Angulo	Seno	Coseno	Tangente	Angulo	Seno	Coseno	Tangente
0°	0,000	1,000	0,000				
1°	,018	1,000	,018	46°	,719	,695	1,036
2°	,035	0,999	,035	47°	,731	,682	1,072
3°	,052	,999	,052	48°	,743	,669	1,111
4°	,070	,998	,070	49°	,755	,656	1,150
5°	,087	,996	,088	50°	,766	,643	1,192
6°	,105	,995	,105	51°	,777	,629	1,235
7°	,122	,993	,123	52°	,788	,616	1,280
8°	,139	,990	,141	53°	,799	,602	1,327
9°	,156	,988	,158	54°	,809	,588	1,376
10°	,174	,985	,176	55°	,819	,574	1,428
11°	,191	,982	,194	56°	,829	,559	1,483
12°	,208	,978	,213	57°	,839	,545	1,540
13°	,225	,974	,231	58°	,848	,530	1,600
14°	,242	,970	,249	59°	,857	,515	1,664
15°	,259	,966	,268	60°	,866	,500	1,732
16°	,276	,961	,287	61°	,875	,485	1,804
17°	,292	,956	,306	62°	,883	,470	1,881
18°	,309	,951	,325	63°	,891	,454	1,963
19°	,326	,946	,344	64°	,899	,438	2,050
20°	,342	,940	,364	65°	,906	,423	2,145
21°	,358	,934	,384	66°	,914	,407	2,246
22°	,375	,927	,404	67°	,921	,391	2,356
23°	,391	,921	,425	68°	,927	,375	2,475
24°	,407	,914	,445	69°	,934	,358	2,605
25°	,423	,906	,466	70°	,940	,342	2,747
26°	,438	,899	,488	71°	,946	,326	2,904
27°	,454	,891	,510	72°	,951	,309	3,078
28°	,470	,883	,532	73°	,956	,292	3,271
29°	,485	,875	,554	74°	,961	,276	3,487
30°	,500	,866	,577	75°	,966	,259	3,732
31°	,515	,857	,601	76°	,970	,242	4,011
32°	,530	,848	,625	77°	,974	,225	4,331
33°	,545	,839	,649	78°	,978	,208	4,705
34°	,559	,829	,675	79°	,982	,191	5,145
35°	,574	,819	,700	80°	,985	,174	5,671
36°	,588	,809	,727	81°	,988	,156	6,314
37°	,602	,799	,754	82°	,990	,139	7,115
38°	,616	,788	,781	83°	,993	,122	8,144
39°	,629	,777	,810	84°	,995	,105	9,514
40°	,643	,766	,839	85°	,996	,087	11,43
41°	,656	,755	,869	86°	,998	,070	14,30
42°	,669	,743	,900	87°	,999	,052	19,08
43°	,682	,731	,933	88°	,999	,035	28,64
44°	,695	,719	,966	89°	1,000	,018	57,29
45°	,707	,707	1,000	90°	1,000	,000	∞

Vellocino editor