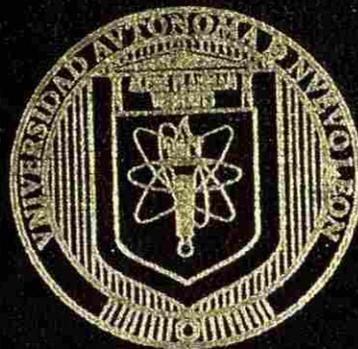


**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA  
Y ELECTRICA**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**



**DESPACHO DE ENERGIA EN MERCADOS  
ELECTRICOS COMPETITIVOS**

**TESIS**

**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN  
CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA  
CON ESPECIALIDAD EN POTENCIA**

**PRESENTA**

**ADAN ALBERTO LAREZ CORDOVA**

**MONTERREY, NUEVO LEON SEPTIEMBRE DE 2003**

TM  
Z5853  
.M2  
FIME  
2003  
.L3

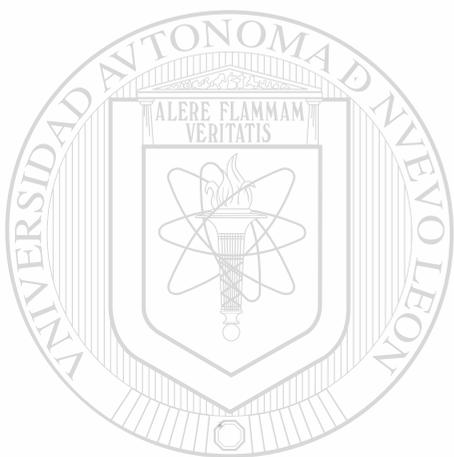
FIME

DESPACHIO DE ENERGIA EN MERCADOS  
ELECTRICOS COMPETITIVOS

LANL



1020149039



# UANL

---

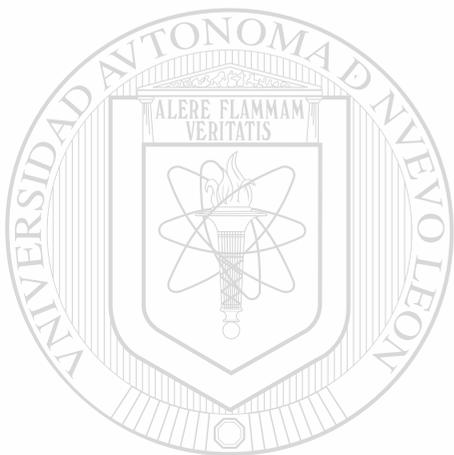
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

988290

TH  
Z 5853  
.M2  
FIHE  
2003  
.L3



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

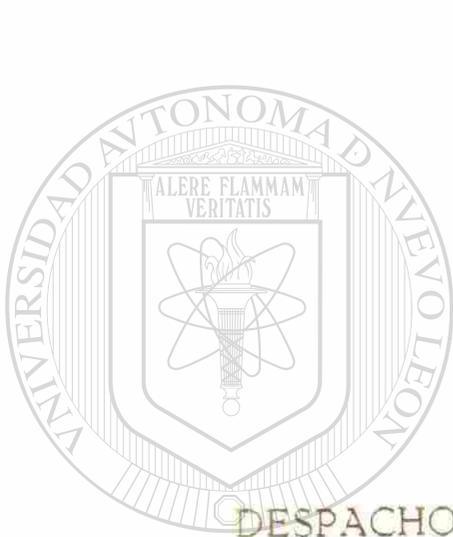


FONDO  
TESIS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA  
Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



UANL

DES PACHO DE ENERGIA EN MERCADOS  
ELECTRICOS COMPETITIVOS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

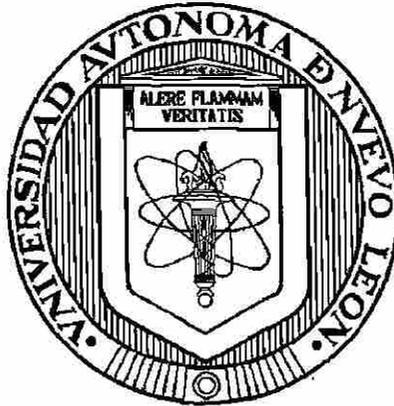
EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN  
CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA  
CON ESPECIALIDAD EN POTENCIA

PRESENTA

ADAN ALBERTO LAREZ CORDOVA

MONTERREY, NUEVO LEON SEPTIEMBRE DE 2003

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



**DESPACHO DE ENERGIA EN MERCADOS ELECTRICOS  
COMPETITIVOS**

**TESIS**

**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO**

**EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA  
CON ESPECIALIDAD EN POTENCIA**

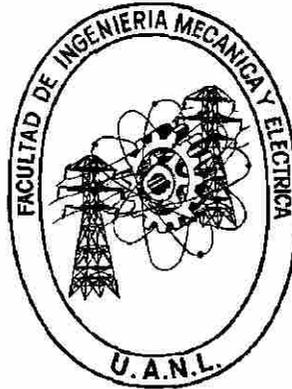
**PRESENTA**

**ADAN ALBERTO LAREZ CORDOVA**

**MONTERREY, N.L.**

**SEPTIEMBRE DEL 2003**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



**DESPACHO DE ENERGIA EN MERCADOS ELECTRICOS  
COMPETITIVOS**

**TESIS**

**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO**

**EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA  
CON ESPECIALIDAD EN POTENCIA**

**PRESENTA**

**ADAN ALBERTO LAREZ CORDOVA**

**MONTERREY, N.L.**

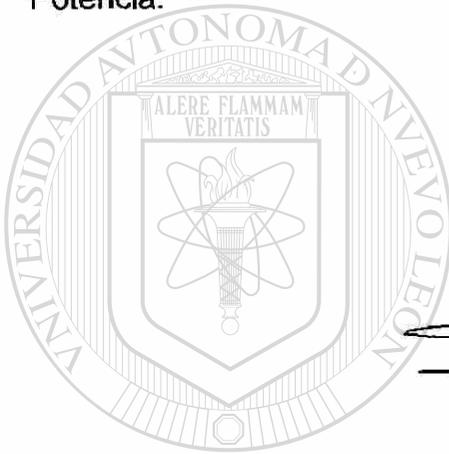
**SEPTIEMBRE DEL 2003**

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

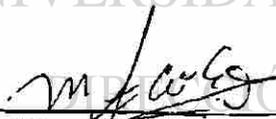
Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis **DESPACHO DE ENERGÍA EN MERCADOS ELÉCTRICOS COMPETITIVOS**, realizada por el Ing. Adán Alberto Lárez Córdova, matrícula 1032244 sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con especialidad en Potencia.



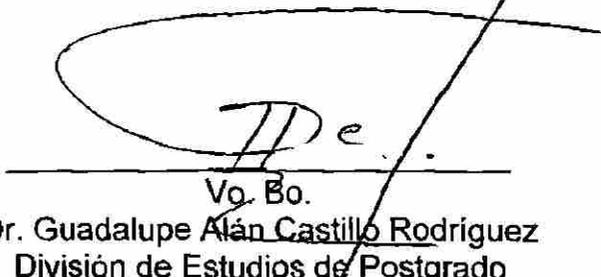
El Comité de Tesis

  
Dr. Florencio Aboytes García  
Asesor

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

  
Dr. Miguel Escalante Gutiérrez  
Coasesor

  
M.C. Juan José Guerrero Garza  
Coasesor

  
Vg. Bo.  
Dr. Guadalupe Alán Castillo Rodríguez  
División de Estudios de Postgrado

Monterrey, N.L., 10 de septiembre del 2003

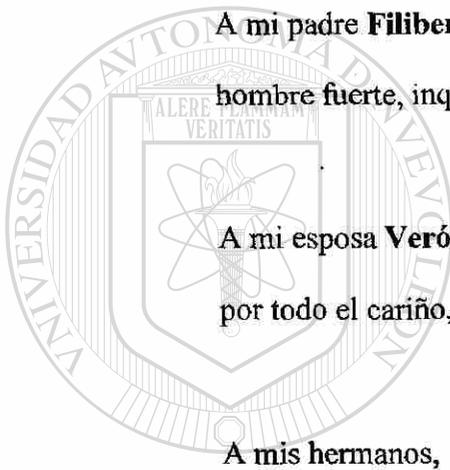
## DEDICADO

A la memoria de mi madre **María del Socorro**,  
gracias por todo lo que me diste, en especial por darme la vida.

A mi padre **Filiberto**,  
hombre fuerte, inquebrantable y de buen corazón.

A mi esposa **Verónica**,  
por todo el cariño, paciencia y comprensión incondicional que me has entregado.

A mis hermanos,  
por todo el apoyo que me han brindado.



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN<sup>®</sup>  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## AGRADECIMIENTOS

Mi gratitud al Dr. Florencio Aboytes García por la asesoría que me brindó en este trabajo y por la confianza y motivación que me dió para el buen desarrollo del mismo.

A los profesores sinodales M.C. Juan José Guerrero Garza y Dr. Miguel Escalante Gutiérrez, cuyos comentarios y sugerencias que han servido para el mejor desempeño de este trabajo.

A los profesores del Programa Doctoral de la FIME: Dr. Oscar Chacón, Dr. Jorge Altuve Ferrer, Dr. Rogelio Ramírez Barradas, Dr. Ernesto Vázquez Martínez, Dr. Salvador Acha Daza por transmitirme sus conocimientos, obteniendo con ello una mejor preparación para culminar con la elaboración de este trabajo.

A todos los compañeros del Programa Doctoral por los buenos momentos que pasamos juntos.

A Alma Ruth Plata Ramírez por todo el apoyo brindado durante el proceso de correcciones realizadas al presente trabajo.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León por el apoyo brindado durante la maestría.

Al CONACYT por su valioso apoyo económico.

## RESUMEN

# DESPACHO DE ENERGIA EN MERCADOS ELECTRICOS COMPETITIVOS

Publicación No. \_\_\_\_\_

Adán Alberto Lárez Córdoba, M. C. en Ing. Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Septiembre del 2003

Profesor Asesor: Florencio Aboytes García, Ph. D.

La reestructuración de la industria eléctrica en muchos países del mundo han propiciado el desarrollo de mercados competitivos con el objetivo de reducir los precios de la energía eléctrica e introducir innovación en tecnología, como resultado de la competencia en la generación y suministro del servicio eléctrico.

Los algoritmos de Flujos Optimos (FO) son herramientas básicas para el análisis y la planificación de la operación de Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP). En este trabajo son utilizadas para evaluar el funcionamiento de los mercados eléctricos competitivos. El problema se modela estableciendo una función objetivo y restricciones que definen el comportamiento del sistema, lo que da lugar a una formulación de optimización no lineal de gran escala.

En la operación de SEP's se consideran diversos aspectos técnicos y económicos, que son modelados en la formulación matemática como restricciones. De esta forma se controla el comportamiento del sistema y se asegura su funcionamiento en términos de calidad y seguridad.

El trabajo desarrollado utiliza el Toolbox de Optimización de Matlab (TOM). Este paquete de optimización es muy versátil, ya que puede manejar cualquier problema de programación lineal o no lineal.

En la tesis se estudia en forma específica el problema de Despacho Económico (DE) y se presentan casos para ilustrar diversos aspectos de la modelación del problema; así como para evaluar el desempeño del TOM.

El trabajo detalla y evalúa una formulación del problema de despacho de energía considerando agentes intermediarios (brokers). Con este esquema es posible definir las transacciones de compra/venta de energía en un período de tiempo en base a información de diversos participantes y buscar la mejor opción para las transacciones entre los involucrados.

También se presenta el análisis de un mercado competitivo donde los participantes proponen ofertas para la compra y venta de energía. Se ilustra la determinación del precio de mercado y se analiza el efecto de las restricciones de transmisión, cumpliendo en todos los casos con los requerimientos de generadores y cargas.

Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo y se hacen recomendaciones para trabajos futuros en este tema de investigación.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## INDICE

	<b>Página</b>
<b>Dedicatoria</b>	v
<b>Agradecimientos</b>	vi
<b>Resumen</b>	vii
<b>Indice de figuras</b>	xiii
<b>Indice de tablas</b>	xiv
<b>1. INTRODUCCION</b>	1
1.1. Motivación	1
1.2. Flujos Óptimos	3
1.3. Antecedentes	5
1.4. Perspectivas mundiales	6
1.5. Objetivo y contenido de la tesis	7
<b>2. FLUJOS OPTIMOS (FO)/DESPACHO ECONOMICO (DE)</b>	9 <sup>®</sup>
2.1. Introducción	9
2.2. El problema de despacho económico	10
2.2.1. Despacho económico sin pérdidas	10
2.2.2. Despacho económico con pérdidas	11
2.2.3. Restricciones de igualdad en el despacho económico	12
2.2.4. Restricciones de desigualdad en el despacho económico	13
2.3. Herramientas y métodos para la solución del despacho económico	13

## INDICE (continuación)

	Página
2.3.1. Métodos no lineales para la solución del despacho económico en forma generalizada usados por el TOM	16
2.3.2. Programación lineal para la solución del despacho económico	17
2.4. Solución del problema de despacho económico	18
2.5. Resumen	29

### **3. TRANSACCIONES DE ENERGIA MULTIAREA** 30

3.1. Introducción	30
3.2. Sistema de intercambio	31
3.3. Sistema de agentes intermediarios (Brokers)	31
3.3.1. Beneficios por el intercambio de energía	32
3.3.2. Algoritmo mediante programación lineal	33
3.3.3. Aplicación en sistema de prueba	35
3.3.4. Aplicación del costo del porteo	38
3.4. Resumen	42

### **4. MECANISMOS PARA DETERMINAR PRECIOS DE LA ENERGIA**

#### **BASADOS EN OFERTAS DE LOS PARTICIPANTES** 43

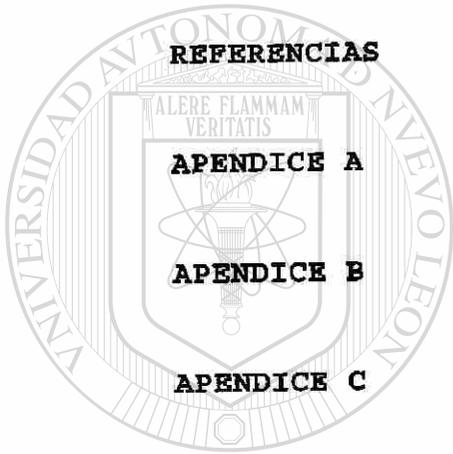
4.1. Introducción	43
4.2. Estrategias para el intercambio de energía en un sistema eléctrico	43
4.2.1. Aplicación de estrategias en el sistema eléctrico	44
4.3. Aplicación de la técnica	46

## INDICE (continuación)

	Página
4.4. Variantes de la técnica de contratos bilaterales	49
4.5. Resumen	59
<b>5. PRECIOS DE ENERGIA BASADO EN COSTOS MARGINALES</b>	<b>61</b>
5.1. Introducción	61
5.2. Mercado eléctrico	62
5.2.1. Oferta, beneficio y precio de mercado	63
5.3. Determinación del precio de mercado de acuerdo al costo marginal	63
5.3.1. Caso 1	67
5.3.2. Caso 2	68
5.3.3. Caso 3	70
5.4. Mercado de energía con restricciones en el sistema de transmisión	73
5.5. Análisis de sensibilidad en la determinación del precio de mercado	82
5.5.1. Determinación del precio de mercado	83
5.6. Resumen	86
<b>6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>88</b>
6.1. Conclusiones	88
6.1.1. Tendencias de la industria eléctrica	88
6.1.2. El problema de flujos óptimos / despacho Económico	89
6.1.3. Transacciones de energía multi-área	90

## INDICE (continuación)

	Página
6.1.4. Mecanismos para determinar precios de la energía basado en ofertas de los participantes	91
6.1.5. Precios de energía basado en costos marginales	92
6.2. Aportaciones de la tesis	93
6.3. Recomendaciones para trabajos futuros	94
<b>REFERENCIAS</b>	95
<b>APENDICE A</b>	98
<b>APENDICE B</b>	108
<b>APENDICE C</b>	111



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
2.1	Sistema de prueba para el estudio de despacho económico.	19
2.2	Costo incremental por bloques de generación.	27
3.1	Diagrama esquemático para la interconexión de sistemas.	35
4.1	Modelo de competencia al mayoreo.	44
4.2	Sistema de 12 nodos, 7 generadores.	47
4.3	Representaciones aproximadas de la curva de entrada/salida.	57
5.1	Reestructuración de la industria eléctrica. a) antes, b) después.	62
5.2	Sistema de potencia para el mercado eléctrico.	66
5.3	Oferta y demanda horaria para transacciones donde los compradores no imponen condiciones al precio de la energía.	67
5.4	Características del consumo y venta de energía en función del precio. a) Ofertas de compradores. b) Ofertas de vendedores.	69
5.5	Características del consumo y venta de energía maximizando el beneficio.	71
5.6	Sistema de potencia para el problema con restricciones de flujos de potencia.	74
5.7	Oferta y demanda para la minimización de la función objetivo con restricciones de flujo.	76
5.8	Sistema eléctrico dividido por las restricciones de flujo.	77
A1	Sistema de potencia para el ejemplo A4.	106

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla</b>	<b>Página</b>	
2.1	Reporte nodal del despacho del sistema no lineal.	20
2.2	Costos incrementales de las restricciones del sistema no lineal.	21
2.3	Flujos de potencia en las líneas del sistema.	21
2.4	Reporte nodal del despacho lineal, restricciones no lineales.	22
2.5	Costos incrementales de las restricciones para el caso lineal con restricciones no lineales.	23
2.6	Flujos de potencia en las líneas para el caso lineal con restricciones no lineales.	23
2.7	Reporte nodal del despacho para el caso no lineal con restricciones en flujos de potencia.	24
2.8	Costos incrementales de las restricciones para el caso no lineal con restricciones en flujos de potencia.	24
2.9	Flujos de potencia en las líneas para el caso no lineal con restricciones en flujos de potencia.	25
<hr/>		
2.10	Reporte nodal del despacho del sistema lineal.	25
2.11	Costos incrementales de las restricciones del sistema lineal.	26
2.12	Flujos de potencia en las líneas del sistema lineal.	26
2.13	Reporte nodal del despacho del sistema lineal por bloques de generación.	28
2.14	Niveles de generación.	28
2.15	Flujos de potencia en las líneas del sistema lineal.	28
2.16	Costos incrementales de las restricciones del sistema lineal por bloques de generación.	29
3.1	Datos del intercambio de energía, cuotas de compra y de venta.	36
3.2	Parámetros de la función objetivo.	36
3.3	Resultados del intercambio de energía.	37

## INDICE DE TABLAS (continuación)

Tabla	Página
3.4 Beneficio y precio de transacción de la operación de intercambio.	37
3.5 Parámetros de la función objetivo para el intercambio de energía entre áreas no continuas.	39
3.6 Resultados del porteo.	39
3.7 Beneficio y precios de transacción de la operación de intercambio.	40
3.8 Resultados del porteo con límites en la transacción de intercambio.	40
3.9 Beneficios y precios de transacción con límites en la transacción de intercambio.	41
3.10 Multiplicadores de Lagrange asociados a la restricción de transmisión.	41
4.1 Colocación de la carga.	47
4.2 Colocación del suministro de potencia.	48
4.3 Flujos de potencia por las líneas y costos de transmisión.	49
4.4 Colocación de la demanda.	50
4.5 Colocación del suministro de potencia.	50
4.6 Multiplicadores de Lagrange	51
4.7 Flujos de potencia por las líneas y costos de transmisión	51
4.8 Colocación de la demanda.	52
4.9 Colocación del suministro de potencia.	52
4.10 Flujos de potencia por las líneas.	53
4.11 Colocación de la demanda.	54
4.12 Colocación del suministro de potencia.	54
4.13 Flujos de potencia por las líneas y costos de transmisión.	55
4.14 Colocación de la demanda.	56
4.15 Colocación del suministro de potencia.	56

## INDICE DE TABLAS (continuación)

<b>Tabla</b>	<b>Página</b>
4.16 Colocación del suministro de potencia.	58
4.17 Flujos de potencia por las líneas y costos de transmisión cuando se tienen dos bloques de generación de las máquinas.	59
5.1 Datos de la red de transmisión del sistema eléctrico.	66
5.2 Ofertas establecidas por los vendedores.	67
5.3 Ofertas propuestas por los compradores.	67
5.4 Flujos de potencia por las líneas.	68
5.5 Colocación del suministro de energía maximizando el beneficio.	68
5.6 Flujos de potencia para el caso donde se maximiza el beneficio.	70
5.7 Colocación del suministro de energía maximizando el beneficio.	72
5.8 Flujos de potencia por las líneas.	72
5.9 Ofertas establecidos por los vendedores con tres bloques de generación por máquina.	74
5.10 Colocación del suministro de energía minimizando el costo con restricciones de flujo de potencia.	75
5.11 Flujos de potencia por las líneas.	75
5.12 Resultados de la minimización con restricciones de flujo.	76
5.13 Precios de mercado y costos asociados.	77
5.14 Resultados de la maximización del beneficio con restricciones de flujo.	78
5.15 Precios de mercado y costos asociados en la maximización del beneficio.	78
5.16 Resumen de los casos de precios de energía	80
5.17 Factores de sensibilidad.	83
5.18 Precio de mercado por bloques de carga maximizando el beneficio.	86
A1 Reporte nodal del despacho del sistema no lineal.	102
A2 Costos incrementales de las restricciones del sistema no lineal.	103

## INDICE DE TABLAS (continuación)

<b>Tabla</b>		<b>Página</b>
A3	Flujos de potencia en las líneas del sistema	103
A4	Reporte nodal del despacho lineal, restricciones no lineales.	104
A5	Costos incrementales de las restricciones para el caso lineal, restricciones no lineales.	104
A6	Flujos de potencia en las líneas para el caso lineal, restricciones no lineales.	105
A7	Reporte nodal del despacho para el caso lineal.	106
A8	Costos incrementales de las restricciones para el caso lineal.	107
A9	Flujos de potencia en las líneas del sistema lineal.	107
B1	Datos de las líneas de transmisión.	109
B2	Datos de generación.	109
B3	Datos de la carga.	109
B4	Costo linealizado de la curva del generador 1	109
B5	Costo linealizado de la curva del generador 2	110
C1	Datos de generación y carga.	112
C2	Datos de las líneas de transmisión.	112
C3	Ofertas de energía (\$/Mw) y precios de reservación	113
C4	Ofertas de energía (\$/Mw) para el segundo bloque de generación de las máquinas.	113
C5	Costos de transmisión.	113

# CAPITULO 1

## INTRODUCCION

### 1.1 MOTIVACION

Día con día se incrementa la complejidad de los sistemas eléctricos e potencia (SEP's) debido a su tendencia natural a desarrollarse y al uso creciente de nuevas tecnologías, adicionalmente existe presión legal y social para lograr un suministro eficiente y sin interrupciones a los usuarios del sistema.

La reestructuración de la industria eléctrica tiene como meta obtener beneficios con precios bajos y la introducción de innovación en el sector a través de mercados competitivos en productos y servicios de electricidad. El mercado de energía es la habilidad de un vendedor particular o de un grupo de vendedores de mantener los precios provechosamente arriba de los niveles competitivos por un periodo de tiempo significativo.

El sector energético se ha movido hacia un escenario en el que la meta es tener mayor acceso a productos y servicios de petróleo, gas y electricidad, así como abrir mejores opciones en servicios a los clientes.

La reestructuración en mercados de electricidad y los resultados del Federal Energy Regulatory Commission (FERC) *Merger Guideline*, (organismo regulatorio estadounidense) ha motivado un gran interés en el estudio de mercados de electricidad [14]. Muchos estudios revisan la estructura y administración del mercado; sin embargo, no se ha hecho el suficiente trabajo para investigar el impacto de estos elementos en los SEP's.

En la operación de los SEP's se combinan dos aspectos muy importantes, los cuales están relacionados: la seguridad y la economía. La seguridad en un sistema de potencia se puede definir como la capacidad del sistema de potencia para suministrar la demanda ante la presencia de alguna contingencia. Las contingencias se identifican en un estándar de seguridad para verificar el funcionamiento del sistema ante la ocurrencia de las mismas. Para operar el sistema de manera segura se deberán de tener márgenes operativos adecuados, los cuales se determinan por medio de un análisis de contingencias.

El otro aspecto importante en la operación de un SEP es el económico, el cual está relacionado principalmente con el combustible que se consume durante un periodo específico de tiempo. Así, el objetivo principal en la operación de un sistema de potencia es suministrar la demanda a un costo mínimo, cumpliendo requisitos de calidad y seguridad operativa.

En mercados de energía, los factores físicos – la red de transmisión y su operación – y los factores económicos – la estructura del mercado y sus reglas – son elementos determinantes en su funcionamiento.

Por lo anteriormente expuesto, es necesario extender las herramientas disponibles para el análisis de la operación económica de los SEP's para incorporarlas adecuadamente en un mercado competitivo. La extensión requiere modelar todas las partes individuales del sistema de potencia y considerar las ofertas que presenten los particulares interesados en participar en el despacho de energía competitivo. Además, sigue siendo necesario evaluar las posibles contingencias que se pudieran presentar en el sistema durante su operación en un periodo específico de tiempo, reflejando también, el comportamiento eléctrico normal y sus límites operativos.

En un SEP siempre se definen límites operativos para mantener la seguridad del sistema y el comportamiento individual de los generadores, red de transmisión y subestaciones de transformación. En especial es importante tener control sobre los flujos de potencia y las magnitudes de voltajes en todo el sistema. En la operación de mercados eléctricos competitivos, todas las operaciones que se realicen van a tener un valor económico; es decir, la generación, las pérdidas, el transporte de energía, así como el mantenimiento de los elementos del sistema tienen un costo. Dicho lo anterior, es necesario que el sistema opere en un punto óptimo, sin que ningún participante salga perjudicado. Así, el aspecto económico, la seguridad y las transacciones de energía establecen los aspectos relevantes de la operación del sistema eléctrico.

En este ambiente desregulado es necesario tener un control más eficiente y preciso del flujo de potencia en los diferentes circuitos de la red de transmisión, tanto desde el punto de vista de la seguridad operativa, como por las transacciones económicas que se establezcan en la operación del sistema.

Para lograr un control más eficiente del flujo de potencia en enlaces entre áreas o en circuitos específicos, se puede contar con sistemas de transmisión flexibles en corriente alterna (FACTS) [12], controladores de taps de los transformadores, transformadores defasadores [13], etc. Los FACTS y sus controles asociados son dispositivos electrónicos que buscan modificar las variables del voltaje y corriente y/o los parámetros de la red para lograr un control directo del flujo de potencia y con ello incrementar la capacidad de las líneas de transmisión y al mismo tiempo cumplir con los criterios de seguridad y de operación preestablecidos. Los transformadores defasadores permiten también controlar el flujo de potencia mediante una conexión especial en el transformador a través de la cual se obtiene una componente de voltaje que produce un cambio de fase en los voltajes.

## 1.2 FLUJOS OPTIMOS (FO)

El problema de Flujos Optimos (FO) [9, 16, 17, 18] ha evolucionado desde la investigación sobre métodos y programación matemática hasta las aplicaciones en

centros de control y áreas de planificación. Los trabajos hechos por Carpentier en 1962 [1] tomaron tiempo para llegar a un algoritmo adecuado. El objetivo de estudio de FO es obtener una solución óptima para el despacho de generación tomando en cuenta la seguridad del sistema.

Una de las funciones objetivo más comúnmente usadas en estudios de FO es el costo de la generación, que a su vez toma en cuenta el costo del combustible que se requiere para la producción de energía eléctrica, en este caso el problema de FO correspondiente recibe el nombre de Despacho Económico (DE).

Matemáticamente el problema de FO se puede escribir como:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & f(x) \\ \text{Sujeto a} & g(x) = 0 \\ & h(x) \leq 0 \end{array} \quad (1.1)$$

donde la función objetivo  $f(x)$  puede representar:

- El costo variable de operación.
- Las pérdidas de potencia en el sistema.
- Costo de generación de potencia reactiva.
- El costo de acciones y ajustes en controles.
- Costo por compensación de potencia reactiva.

La función objetivo más comúnmente usada es el costo de generación de potencia activa, la cual está asociada al consumo de combustible para suministrar una demanda establecida. La función  $g(x)$ , representa las restricciones de igualdad en la red eléctrica, que son las ecuaciones de balance de potencia nodal y alguna condición adicional establecida. Las restricciones de igualdad se representan por las ecuaciones de flujos de potencia, razón por la cual el problema recibe el nombre de flujos óptimos. La expresión  $h(x)$ , representa las restricciones de desigualdad, donde se incluyen los límites operativos y de seguridad en el sistema, entre ellos:

- Límites en voltajes nodales.
- Límites en potencias activas y reactivas en generadores.
- Límites en flujo de potencia.

- Límites en intercambios de potencia (en un grupo de líneas o entre sistemas distintos).
- Límites de taps en transformadores.
- Límites en ángulo de defasamiento en transformadores defasadores.
- Restricciones de reserva de potencia reactiva.

El problema de FO es usualmente de naturaleza no lineal, y se han aplicado métodos de optimización no lineal y métodos lineales con procesos iterativos [1, 13].

### 1.3 ANTECEDENTES

La industria eléctrica en todo el mundo está en un periodo de cambio y de reestructuración. El paradigma tradicional de empresas verticalmente integradas está siendo reemplazado por mercados competitivos de servicios eléctricos con estructuras desagregadas. En México, el 23 de Diciembre de 1992 se publicaron en el Diario Oficial de la Federación (DOF) las modificaciones a la Ley del Servicio Público de Energía Eléctrica (LSPEE), estableciendo diversas modalidades de la participación privada en los servicios de generación de energía eléctrica, los cuales son: autoabastecimiento, cogeneración, producción independiente, pequeña producción; cuya energía también puede usarse para la exportación o importación de energía eléctrica.

En 1995 se publicó en la Ley de la Comisión Reguladora de Energía (CRE) [15], confiriendo: atributo para otorgar y revocar permisos de construcción de plantas generadoras, aprobar las metodologías para el cálculo de las contra-prestaciones por los servicios de transmisión, transformación y distribución de energía eléctrica, además de la compra de energía eléctrica para el servicio público y aprobar los modelos de convenios y contratos de adhesión para la realización de las actividades reguladas.

En Estados Unidos de América (USA), se han desarrollado mercados “spot”, (palabra usada por la bibliografía americana, que se refiere a la energía que está a la venta en un instante determinado) donde el precio de la generación de electricidad está basado en el costo de la operación de la unidad generadora más cara necesitada para

suministrar la demanda a las cargas; es decir, el costo marginal de la producción. Usualmente este mercado maneja un volumen pequeño del mercado total debido principalmente a la volatilidad del precio, por lo que los grandes consumidores pueden negociar con productores a precios bajos mediante contratos bilaterales.

#### 1.4 PERSPECTIVAS MUNDIALES

El sector energético mundial, desde hace algunos años, se ha movido hacia un escenario en el que la meta consiste tener libre acceso a productos y servicios de petróleo, gas y electricidad, así como la obligación de mejorar el servicio al consumidor final para tener una mejor calidad de vida.

La transformación hacia mayores niveles de competencia y eficiencia ha sido la combinación de varios factores. En primer lugar, el avance en los procesos de desregulación observados alrededor del mundo, ha dinamizado la operación de los mercados al reducir barreras de entrada y proporcionar esquemas de competencia. En segundo lugar, el cambio tecnológico que hemos estado observando en las últimas décadas ha disminuido los costos de la electricidad, dando lugar a la segmentación de monopolios naturales característicos del sector energético, aunque sin olvidar que en algunas partes del mundo, el precio de la electricidad se ha elevado, influenciado por la escasez en la producción de energía eléctrica; como podemos mencionar el caso del Estado de California, USA.

Las tecnologías de comunicación han acelerado los flujos de información y han incrementado los niveles de eficiencia y transparencia en los mercados. Por último, las políticas de desarrollo sustentable, buscan el uso eficiente y competitivo de fuentes alternas de energía para aumentar la eficiencia de las máquinas y disminuir los costos de producción, operación y despacho de las mismas.

Los sectores energéticos del mundo, debido a la mayor competitividad y eficiencia, han detonado la atracción de inversionistas privados al sector. Por ejemplo, los sectores energéticos que antes estaban con un rezago en el financiamiento de nuevas

plantas y de nuevas tecnologías para el desarrollo del mismo, ahora han abierto sus puertas a los inversionistas privados, proporcionando con ello la modernización y la expansión a partir de esquemas mixtos de inversión. Con la apertura a la inversión privada en el sector eléctrico, se han liberado montos importantes de gasto público canalizable hacia necesidades sociales importantes, como la educación, vivienda, seguridad y salud. Los capitales por su parte, encuentran atractivos espacios de inversión y rendimiento en los sectores energéticos.

## 1.5 OBJETIVO Y CONTENIDO DE LA TESIS

El objetivo de esta tesis es presentar y analizar alternativas para realizar un despacho de energía en un mercado eléctrico competitivo.

El trabajo está dividido en seis capítulos y tres apéndices. En el capítulo 1 se presenta una introducción al problema y la motivación para realizar el trabajo. Se describe en forma general la manera en que está organizado este trabajo de investigación, mencionando brevemente el contenido de cada capítulo.

- **Capítulo 2.** Se presenta el desarrollo del problema de despacho económico para minimizar el costo de generación de potencia activa. La función objetivo se presenta en forma lineal y no lineal, incluyendo los balances de potencia (restricciones) en su forma completa o en forma lineal. También se incluyen restricciones de flujo de potencia por las líneas, observando el efecto en el valor de la función objetivo. Además, se describen los multiplicadores de Lagrange ( $\lambda$ ), resaltando algunas características de ellos y la forma en que influyen en el valor de función objetivo. Se presentan algunos casos de estudio.
- **Capítulo 3.** En este capítulo se presentan las transacciones de energía multi-áreas. Se incluye la representación de agentes intermediarios (Brokers) en una formulación para determinar el intercambio de energía usando programación lineal. También se incluye el análisis para determinar el porteo de energía. Se incluyen casos de

aplicación para cuantificar los beneficios de ambas técnicas al tener intercambio de energía entre áreas.

- **Capítulo 4.** Se exponen y se desarrollan mecanismos para determinar intercambios de energía tomando en cuenta contratos bilaterales entre los participantes del mercado (compradores y vendedores de energía), que son considerados como entes independientes. También se toman en cuenta las restricciones de la red de transmisión para la seguridad del sistema y el costo asociado a la transmisión de energía eléctrica.
- **Capítulo 5.** En este capítulo se extiende la técnica desarrollada en el capítulo anterior para determinar el precio de la energía basado en el costo marginal de producción de energía. Se utiliza una variante del algoritmo con ciertas modificaciones desarrolladas para el presente capítulo. El método permite determinar el precio de mercado en el sistema o en su defecto el precio para partes del mismo por causa de las restricciones de flujo de potencia, impuestas para mantener la operación óptima del sistema, cuidando los aspectos de seguridad y de economía.
- **Capítulo 6.** Se presentan las conclusiones generales sobre el trabajo desarrollado.

---

Por otro lado, se enumeran las aportaciones de este trabajo de investigación y se detallan algunas recomendaciones para trabajos futuros.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPITULO 2

## FLUJOS OPTIMOS (FO)/DESPACHO ECONOMICO (DE)

### 2.1 INTRODUCCION

El problema de flujos óptimos (FO) en SEP's [9, 16, 17, 18] es un ejercicio de optimización no lineal multivariable y de gran escala, el cual se puede formular utilizando diversas técnicas de programación matemática.

Los sistemas de potencia son operados buscando minimizar el costo de la generación de energía. Estos estudios son realizados en la fase de planeación días o momentos antes de que las máquinas sean operadas en tiempo real, con el objetivo de optimizar el punto de operación con el costo mínimo del despacho.

Existen muchas técnicas de optimización para minimizar la función objetivo de un problema, la cual generalmente está sujeta a restricciones de igualdad y desigualdad. En SEP's, la naturaleza no lineal del problema hace que el proceso de búsqueda del óptimo sea iterativo y en consecuencia con algunos problemas de convergencia.

Al paso del tiempo los métodos de solución del despacho económico de generación han ido evolucionando. Los primeros algoritmos a principios de los años cincuenta introdujeron las constantes B's [6]. En los años sesenta se usaron computadoras dedicadas a la solución periódica y automática del problema de DE en línea [1,6]. En los años setenta y ochenta fueron publicados métodos más poderosos que incluían modelos exactos de la red eléctrica [1, 13].

## 2.2 EL PROBLEMA DE DESPACHO ECONOMICO

Para la solución de este problema se requiere el modelado de las curvas de entrada/salida de las unidades térmicas, las cuales son complejas y dependen de las condiciones ambientales y de parámetros termodinámicos. Por lo general, los costos de las unidades son representados por una función analítica de la siguiente forma [13]:

$$C(P_{Gi}) = a_i + b_i P_{Gi} + c_i P_{Gi}^2 \quad (2.1)$$

donde

$P_{Gi}$

salida del generador  $i$  en Mw o en p.u.

$a_i, b_i, c_i$

coeficientes constantes

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### 2.2.1 Despacho económico sin pérdidas

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El caso sin pérdidas es una simplificación del problema a resolver. Con esta consideración se puede obtener una primera aproximación para la solución iterativa del problema cuando se consideren pérdidas.

Matemáticamente el problema de DE sin pérdidas se escribe de la manera siguiente:

$$\min \quad F = \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi}) \quad (2.2)$$

$$\text{sujeta a} \quad (P_D - \sum_{i=1}^n P_{Gi}) = 0 \quad (2.3)$$

El problema de optimización con restricciones se puede convertir en un problema sin restricciones incluyendo un multiplicador de Lagrange por cada restricción de igualdad [1, 3, 19].

La función de costo aumentada resulta en un Lagrangiano de la forma siguiente:

$$\min L(P_G, \lambda) = \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi}) + \lambda(P_D - \sum_{i=1}^n P_{Gi}) \quad (2.4)$$

donde  $P_D$  es la potencia demandada por la carga y  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange, una variable más del problema, asociado a la restricción de igualdad. La condición necesaria que se debe cumplir en la solución es que el gradiente de la ecuación (2.4) sea igual a cero, lo que resulta en:

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} - \lambda = 0 \quad (2.5)$$

$$P_D - \sum_{i=1}^n P_{Gi} = 0$$

por lo que el despacho óptimo se alcanza cuando “el costo incremental” del generador  $i$  es igual a  $\lambda$  e igual al costo incremental de los otros generadores [13].

Al utilizar el método de los multiplicadores de Lagrange, la solución del problema consiste en resolver un problema de ecuaciones simultáneas, el cual se logra en forma directa o en forma secuencial, según sea el grado de las funciones de costo de los generadores.

Existen varias técnicas para la solución del DE; mencionando algunas de ellas son el método de iteración lambda, el método del gradiente reducido, el método de Newton, programación dinámica, etc.

### 2.2.2 Despacho económico con pérdidas

Cuando se consideran las pérdidas en el DE, el problema anterior se modifica y se vuelve más complicado, dando lugar a formulaciones que incluyen el efecto de las

pérdidas, unas veces en forma aproximada y otras en forma exacta. La descripción matemática del DE es la siguiente:

$$\min \quad F = \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi}) \quad (2.6)$$

$$\text{sujeta a} \quad (P_D + P_L - \sum_{i=1}^n P_{Gi}) = 0 \quad (2.7)$$

donde  $P_L = P_L(P_{G1}, P_{G2}, \dots, P_{Gn})$  representa las pérdidas, ahora el problema de minimización sin restricciones se representa como:

$$\min \quad L(P_G, \lambda) = \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi}) + \lambda(P_D + P_L - \sum_{i=1}^n P_{Gi}) \quad (2.8)$$

El gradiente de la ecuación (2.8) muestra que para el problema con pérdidas, el costo incremental del generador  $i$  se ve penalizado por el factor  $\frac{1}{(1 - \partial P_L / \partial P_{Gi})}$ . Así se tiene de la condición necesaria de optimalidad [13]:

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} + \lambda \left( \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} - 1 \right) = 0 \quad (2.9)$$

por lo cual el costo incremental penalizado es el mismo en todo los generadores:

$$\lambda = \frac{\partial C_i / \partial P_{Gi}}{(1 - \partial P_L / \partial P_{Gi})} \quad (2.10)$$

### 2.2.3 Restricciones de igualdad en el despacho económico

El problema de DE debe cumplir con las ecuaciones de los balances nodales de potencia e incluirlas como restricciones.

Los balances de potencia activa y reactiva se representan de la siguiente manera:

$$P_i + jQ_i = E_i \sum_{k=i}^n Y_{ik} E_k \quad (2.11)$$

La ecuación (2.11) puede ser expandida de la forma [1]:

$$\begin{aligned}
 P_i + jQ_i &= \sum_{k=1}^n |E_i| |E_k| (G_{ik} - jB_{ik}) e^{j(\theta_i - \theta_k)} \\
 &= \sum_{k=1}^n \{ |E_i| |E_k| [G_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) + jB_{ik} \text{sen}(\theta_i - \theta_k)] \\
 &\quad + j[ |E_i| |E_k| [G_{ik} \text{sen}(\theta_i - \theta_k) - jB_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k)]] \} \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

donde

$\theta_i, \theta_k$  son los ángulos de los nodos  $i$  y  $k$  respectivamente;

$|E_i|, |E_k|$  son respectivamente las magnitudes de los voltajes nodales;

$G_{ik} + jB_{ik}$   $Y_{ik}$  es el  $ik$  término en la matriz  $Y_{bus}$  de admitancias del sistema de potencia.

Este modelo es que el se empleará para resolver los problemas de DE en este trabajo.

## 2.2.4 Restricciones de desigualdad en el despacho económico

En el sistema de potencia existen límites o rangos permisibles para los voltajes nodales, reactivos de generadores, flujos de potencia en líneas, cambios de taps en transformadores, así como bancos de compensación reactiva que funcionan entrando o saliendo de acuerdo a la condición operativa del sistema. Este tipo de restricciones se pueden incorporar por dos procedimientos:

- i) A través de las condiciones de optimalidad de Kuhn-Tucker [1, 13, 19].
- ii) Funciones de penalización [13].

De esta forma el objetivo es minimizar (2.13) sujeto a las restricciones dadas por (2.14) y (2.15).

$$\min F(X, u) \quad (2.13)$$

Sujeto a

$$g(X, u) = 0 \quad (2.14)$$

$$h(X, u) \leq 0 \quad (2.15)$$

donde

VARIABLES DE ESTADO  $X$  REPRESENTA:

$\theta$  Todos los nodos, excepto el compensador

$|V|$  Todos los nodos de carga

VARIABLES DE CONTROL  $u$  REPRESENTA:

$P_G$  Todos los nodos generador, excepto el compensador

$|V|$  Todos los nodos generador, incluyendo el compensador

Se especifican para satisfacer la demanda y para determinar los límites operativos.

Restricciones de desigualdad:

$$\text{Voltaje nodales} \quad |E|_i^{\min} \leq |E|_i \leq |E|_i^{\max}$$

$$\text{Potencia generada} \quad P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max}$$

$$\text{Corrientes en línea} \quad |I|_{ij} \leq I_{ij}^{\max} \quad (2.16)$$

$$\text{Potencia aparente en línea} \quad |S|_{ij} \leq S_{ij}^{\max}$$

Restricciones de igualdad:

$$\text{Balance de potencia activa} \quad \sum_{i=1}^{nb} P_{Di} + P_L - \sum_{i=1}^n P_{Gi} = 0 \quad (2.17)$$

$$\text{Balance de potencia reactiva} \quad \sum_{i=1}^{nb} Q_{Di} + Q_L - \sum_{i=1}^n Q_{Gi} = 0$$

### 2.3 HERRAMIENTAS Y METODOS PARA LA SOLUCION DEL DESPACHO ECONOMICO

En este trabajo se utiliza el Toolbox de Optimización de Matlab (TOM) [2] para resolver problemas de DE. El gradiente de las funciones son calculadas en este programa con un método adaptivo de diferencia finita. Los parámetros pueden ser pasados directamente a funciones evitando la necesidad de variables globales.

Las rutinas de los algoritmos del TOM tienen la opción de seleccionar los algoritmos y estrategias de búsqueda lineal. El principal algoritmo para la minimización de problemas lineales es el método Simplex de Nelder-Mead [2] que utiliza un algoritmo predictor-corrector de Mehrotra [2]. Para la minimización de problemas no lineales se utiliza el método de puntos interiores primal-dual [2, 3] y el método Quasi-Newton [2, 3, 19]. Los problemas con variables en el límite son resueltos usando métodos reflectivos de Newton [1, 3, 13, 19]. Los casos con restricciones de igualdad son resueltos usando iterativamente el gradiente reducido generalizado [13].

Los algoritmos utilizados tienen ciertas limitaciones en la solución de los problemas. Primero, la función a minimizar debe de ser continua y no se garantiza un óptimo global sino soluciones locales.

Los algoritmos del TOM empleados en este trabajo son el *fmincon* y el *linprog*; *fmincon* resuelve problemas lineales y no lineales, una desventaja de este algoritmo es que se deben estimar los valores iniciales con los que arrancará la solución. Otra desventaja es el tiempo solución, el cual crece con el tamaño del problema y con el número de variables y restricciones.

Una ventaja de ambos algoritmos es que siempre presentan resultados finales factibles; en caso de que no exista un resultado factible que satisfaga todas las restricciones del problema, se presenta una solución cercana al punto óptimo, este resultado puede ser analizado y establecer en que parte del problema no se cumple con las restricciones o límites de las variables y con ello extenderlas para una segunda solución. Los multiplicadores de Lagrange y los coeficientes de Kuhn-Tucker calculados representan los costos incrementales de las restricciones de igualdad o desigualdad.

En el apéndice A se presenta el procedimiento para editar las instrucciones que representan al problema con el que se trabajó en esta sección.

### 2.3.1 Métodos no lineales para la solución del despacho económico en forma generalizada usados por el TOM

Existen varios procedimientos para encontrar el máximo o mínimo de una función, por mencionar algunos: método de Newton, método de aproximación de diferencia finita (quasi-Newton), método de la secante, método del gradiente conjugado, entre otros.

El método de Newton [2, 3] utiliza la condición primaria para obtener un mínimo local, gradiente igual a cero. Consecuentemente, se puede resolver la ecuación  $f'(x)=0$  por el método de Newton y obtener la secuencia

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f'(x^k)}{f''(x^k)} \quad (2.18)$$

donde  $f'(x^k)$  y  $f''(x^k)$  son la primera y segunda derivada de  $f(x)$  respectivamente. Se verifica en cada paso  $k$  que  $f(x^{k+1}) < f(x^k)$ .

Las ventajas del método de Newton son:

- i) Convergencia cuadrática del procedimiento.
- ii) Para una función cuadrática el mínimo se obtiene en una iteración.

Las desventajas son:

- i) Se tiene que calcular  $f'(x)$  y  $f''(x)$ .
- ii) Si  $f''(x) \rightarrow 0$ , el método converge lentamente.
- iii) Puede haber oscilaciones si hay dos mínimos cercanos.

El método quasi-Newton [2, 3] es una variante del método de Newton. Si  $f(x)$  no es dada por la fórmula o la fórmula es demasiado complicada dado que la derivación

analítica no pueda ser obtenida, el problema se plantea como una aproximación de diferencia finita:

$$x^{k+1} = x^k - \frac{[f(x+h) - f(x-h)]/2h}{[f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)]/h^2} \quad (2.19)$$

En la ecuación 2.19 se ha utilizado una diferencia cuadrática. El tamaño del paso  $h$  es seleccionado para tener diferente fórmula.

Aparte de la selección del valor de  $h$ , otra desventaja adicional del método de quasi-Newton son evaluaciones adicionales de la función que son necesarias en cada iteración de  $k$ .

### 2.3.2 Programación lineal para la solución del despacho económico

La programación lineal es uno de los métodos más efectivos y más ampliamente usados en aplicaciones de optimización. El término programación lineal se refiere al procedimiento de optimización en el cual la función objetivo y las restricciones son lineales.

En problemas de programación lineal la función objetivo es convexa y también las restricciones. Esto significa que un mínimo/máximo local óptimo puede ser un mínimo/máximo óptimo global. Asimismo, la solución óptima del problema se localiza en la intersección de algunas restricciones y no en el interior de la región convexa.

Debido a que los problemas de programación lineal involucran más de dos variables, un método más versátil que el análisis gráfico es el método Simplex [2, 3]. El procedimiento iterativo empleado por el método Simplex busca mejorar el valor de la función objetivo considerando la intersección de  $f(x)$  con una restricción y después con la otra y así sucesivamente, de tal forma que el valor de la función objetivo es siempre mejorado.

El método Simplex incluye la definición de algunas variables adicionales que son introducidas en las restricciones de desigualdad del problema. Estas variables llamadas variables complementarias (slack), dependen de la dirección de la desigualdad y

convierten las desigualdades en igualdades. Dada en general la restricción de desigualdad:

$$\sum_{i=1}^r a_{ji} x_i \geq b_j \quad (b_j \geq 0) \quad (2.20)$$

La ecuación (2.20) puede ser convertida en una restricción de igualdad usando una variable  $s_j \geq 0$ ; tal que:

$$\sum_{i=1}^r a_{ji} x_i - s_j = b_j \quad (2.21)$$

Si la variable  $s_j$  es cero, la *jesima* restricción está en el límite. Si  $s_j \geq 0$ , la restricción no está limitada (está inactiva). Algunas veces las restricciones están expresadas como:

$$\sum_{i=1}^r a_{ji} x_i \leq b_j \quad (b_j \geq 0) \quad (2.22)$$

En este caso la variable  $s_j$  es positiva; es decir:

$$\sum_{i=1}^r a_{ji} x_i + s_j = b_j \quad (2.23)$$

---

## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### 2.4 SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE DESPACHO ECONOMICO

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Para demostrar las técnicas descritas en este capítulo para la solución del DE, se analizan algunas variantes del planteamiento del problema. Estas variantes son: problema no lineal, con función objetivo y las restricciones (balances de potencias nodales) no lineales; función objetivo no lineal y restricciones lineales y viceversa; otra variante es considerar todo el problema lineal. También es posible combinar las funciones de costo de ambos generadores, es decir, que la función de costo de un generador sea lineal y la de otro no lineal. Por otro lado, se incluirán algunas restricciones de flujos de potencia para ver el desempeño del sistema y determinar cómo afectan estas restricciones a la solución.

El caso de estudio básico es la minimización de los costos de generación para los generadores del sistema de la figura 2.1. Este problema se resolverá con la ayuda del TOM aplicando un método de optimización no lineal con restricciones no lineales. Dichas restricciones son las funciones de balance nodal, tanto de potencia activa como de potencia reactiva, así como las restricciones en límites de operación de cada uno de las variables del SEP; voltajes y potencias.

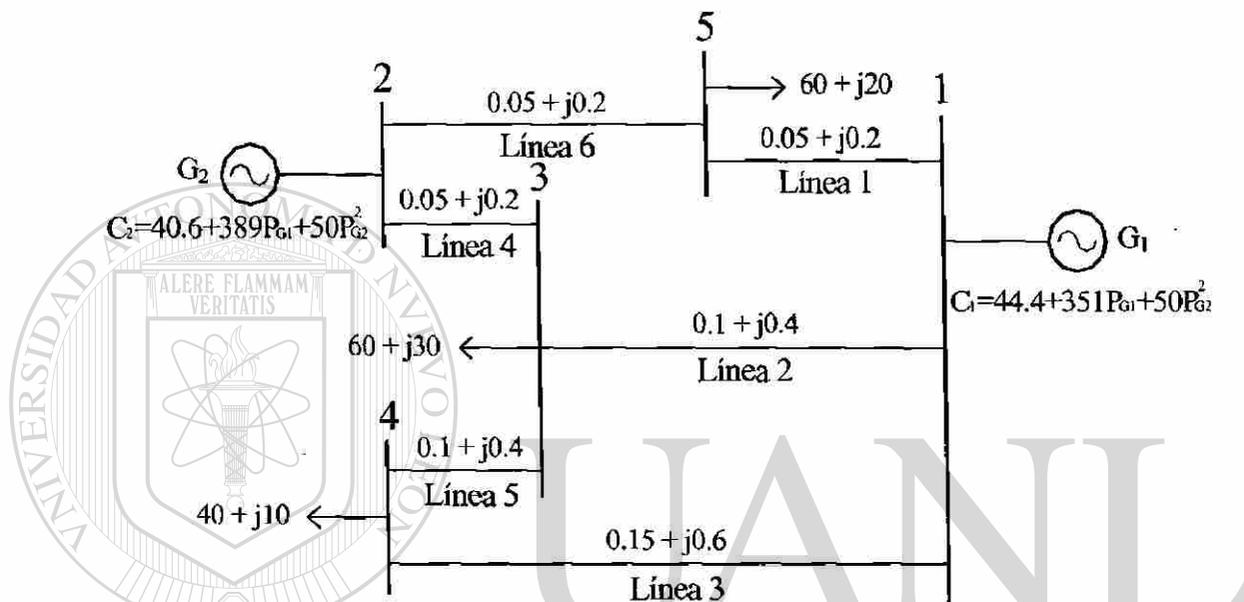


Fig. 2.1. Sistema de prueba para el estudio de despacho económico.

### Caso 2.1

La formulación general del problema es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & C_1(P_{G1}) + C_2(P_{G2}) \\
 \text{Sujeto a} \quad & P_{G1} \geq 0.1 \\
 & P_{G2} \geq 0.1 \\
 & 0 \leq Q_{G1} \leq 0.6 \\
 & 0 \leq Q_{G2} \leq 0.6 \\
 & 0.9 \leq V_3 \leq 1.05 \\
 & 0.9 \leq V_4 \leq 1.05 \\
 & 0.9 \leq V_5 \leq 1.05 \\
 & V_{G1} = 1.02 \\
 & V_{G2} = 1.04 \\
 & \theta_1 = 0
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Las funciones de costo de los generadores son cuadráticas de la forma  $a_i + b_i P_{G_i} + c_i^2 P_{G_i}^2$ . Aplicando los multiplicadores de Lagrange la función a minimizar queda de la siguiente forma:

$$L(x, \lambda) = 44.4 + 351P_{G_1} + 50P_{G_1}^2 + 40.6 + 389P_{G_2} + 50P_{G_2}^2 + \lambda(P_{G_1} + P_{G_2} - P_D) \quad (2.25)$$

La condición necesaria de optimalidad es dada por:

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad (2.26)$$

Aplicando las funciones de costo a este problema se llega al siguiente sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 100 & 0 & 1 \\ 0 & 100 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -351 \\ -389 \\ 160 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Resolviendo la ecuación (2.27) se obtiene la solución al sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80.19 \\ 79.81 \\ -8370 \end{bmatrix}$$

Los valores anteriores son usados para resumir el proceso iterativo del TOM y obtener la solución óptima. Los resultados del despacho se muestran en las tablas 2.1, 2.2 y 2.3.

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (Rad)	Potencia Generada		Potencia Demandada	
			(Mw)	(Mvar)	(Mw)	(Mvar)
1	1.0200	0.0000	97.03	27.10	0.00	0.00
2	1.0400	-0.0382	68.13	52.67	0.00	0.00
3	0.9555	-0.1125	0.00	0.00	60.00	30.00
4	0.9232	-0.1654	0.00	0.00	40.00	10.00
5	0.9933	-0.0731	0.00	0.00	60.00	20.00
Total	---	---	165.16	79.77	140.00	60.00
Pérdidas (Mw)			Valor de la función Objetivo (\$)			
5.16			760.89			

Tabla 2.1, Reporte nodal del despacho del sistema no lineal.

En la tabla 2.2 se observa que ninguna de los valores de las variables del sistema viola los límites impuestos al problema.

# de restricción	Igualdad	Desigualdad	Límite Inferior	Límite Superior
1	448.03	---	0	0
2	457.13	---	0	0
3	479.53	---	0	0
4	495.73	---	0	0
5	466.68	---	0	0
6	0	---	0	0
7	0	---	0	0
8	15.00	---	0	0
9	20.25	---	0	0
10	5.58	---	0	0
11	---	---	0	0

Tabla 2.2. Costos incrementales de las restricciones del sistema no lineal.

La columna 1 de la tabla 2.2 representa la restricción o el número de las variables del sistema. En el apéndice A se identifican las variables o las restricciones asociadas. La columna 2 representa el valor de los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de igualdad del problema, la columna 3 los valores asociados a las restricciones de desigualdad, que en este caso no existe ninguna. Las columnas 4 y 5 muestran los valores de los multiplicadores de Lagrange asociados a los límites inferior y superior de las variables, en este caso ninguna variable toca alguno de sus límites.

Los multiplicadores de Lagrange asociados con los balances de potencia y a restricciones, son indicadores económicos que valoran la sensibilidad de la función objetivo a un cambio en los límites en las restricciones de igualdad y desigualdad.

Por último la tabla 2.3 muestra los flujos de potencia por las líneas. El caso presentado en esta sección muestra el procedimiento de un DE con o sin restricciones. En el apéndice A están explícitas las instrucciones que se editaron en el TOM para la solución del DE.

Línea	Potencia Activa (Mw)		Potencia Reactiva (Mvars)	
	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>
1	38.3636	-37.6423	5.3039	-2.5809
2	29.9773	-29.0078	10.4896	-6.6115
3	28.7021	-27.3261	11.4312	-5.9265
4	43.3689	-43.8843	33.9596	-28.0209
5	12.8724	-12.6655	4.8210	-3.9932
6	22.7632	-22.3583	18.9146	-17.2949

Tabla 2.3. Flujos de potencia en las líneas del sistema.

**Caso 2.2**

La función objetivo (2.25) es modificada para ilustrar el ejemplo cuando se tiene una función objetivo lineal y restricciones no lineales. La función objetivo modelada para este problema es la ecuación (2.28), la cual no incluye el término cuadrático de las curvas de los generadores. Las restricciones de igualdad son las mismas que se aplicaron en el ejemplo anterior. El reporte nodal del sistema del despacho está representado en la tabla 2.4.

$$F = 44.4 + 351P_{G1} + 40.6 + 389P_{G2} \quad (2.28)$$

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (Rad)	Potencia Generada		Potencia Demandada	
			(Mw)	(Mvars)	(Mw)	(Mvars)
1	1.0200	0.0000	127.44	24.34	0.00	0.00
2	1.0400	-0.1068	38.86	60.00	0.00	0.00
3	0.9546	-0.1537	0.00	0.00	60.00	30.00
4	0.9212	-0.1899	0.00	0.00	40.00	10.00
5	0.9920	-0.1079	0.00	0.00	60.00	20.00
Total	---	---	166.30	84.34	140.00	60.00
Pérdidas (Mw)			Valor de la función Objetivo (\$)			
6.30			683.50			

Tabla 2.4. Reporte nodal del despacho lineal, restricciones no lineales.

En la tabla 2.4 se resumen los resultados del despacho de generación. Se observa que el generador 2 llega a su límite operativo máximo de potencia reactiva. Esto se puede constatar observando los multiplicadores de Lagrange de la tabla 2.5. El generador 1 entrega más potencia activa al sistema debido a que es más barato generar

con esta máquina, la distribución de los flujos de potencia será diferente si se compara con la obtenida por el Caso 2.1.

# de Restricción	Igualdad	Desigualdad	Límite Inferior	Límite Superior
1	351.00	---	0	0
2	389.00	---	0	0
3	401.43	---	0	0
4	408.69	---	0	60.48
5	383.97	---	0	0
6	0	---	0	0
7	60.48	---	0	0
8	53.38	---	0	0
9	43.92	---	0	0
10	37.59	---	0	0
11	---	---	0	0

Tabla 2.5. Costos incrementales de las restricciones para el caso lineal con restricciones no lineales.

Línea	Potencia Activa (Mw)		Potencia Reactiva (Mvars)	
	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>
1	55.3433	-53.8658	3.3286	-2.4198
2	39.6730	-38.0712	9.6245	-3.2169
3	32.4348	-30.7273	11.5087	-4.6776
4	32.4622	-31.3480	36.8287	-32.3720
5	9.3995	-9.2659	5.7771	-5.2428
6	6.4065	-6.1348	23.3829	-22.2959

Tabla 2.6. Flujos de potencia en las líneas para el caso lineal con restricciones no lineales.

### Caso 2.3

Una de las restricciones más comunes en los SEP's son las restricciones de transmisión de potencia por las líneas. En este ejemplo se van a restringir los flujos de potencia por las líneas 4, 5 y 6 a valores menores que 20, 5 y 10 Mw respectivamente, tomando como base los flujos que resultaron del Caso 2.1. El reporte nodal se presenta en la tabla 2.7.

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (Rad)	Potencia Generada		Potencia Demandada	
			(Mw)	(Mvars)	(Mw)	(Mvars)
1	1.0200	0.0000	166.90	24.06	0.00	0.00
2	1.0400	-0.1949	2.45	72.48	0.00	0.00
3	0.9516	-0.2070	0.00	0.00	60.00	30.00
4	0.9167	-0.2218	0.00	0.00	40.00	10.00
5	0.9884	-0.1528	0.00	0.00	60.00	20.00
<b>Total</b>	---	---	169.35	96.53	140.00	60.00
Pérdidas (Mw)			Valor de la función Objetivo (\$)			
9.35			819.67			

Tabla 2.7. Reporte nodal del despacho para el caso no lineal con restricciones en flujos de potencia.

En este caso se observa que el generador 1 es el que entrega casi toda la potencia activa a las cargas, dejando solo 2.45 Mw al generador 2. Los límites de generación de potencia activa y reactiva de las máquinas se liberaron, ya que con los límites planteados en un principio no se logró tener una optimización factible del problema.

La restricción # 2 está activa ya que el flujo de potencia por la línea 5 está en el máximo valor, este valor se puede observar en la tabla 2.8 en la columna de desigualdad.

# de Restricción	Igualdad	Desigualdad	Límite Inferior	Límite Superior
1	517.9	0	0	0
2	391.4	1503.38	0	0
3	307.9	0	0	0
4	1336.3	---	0	0
5	467.5	---	0	0
6	0	---	0	0
7	0	---	0	0
8	11.0	---	0	0
9	105.3	---	0	0
10	0.9	---	0	0
11	---	---	0	0

Tabla 2.8. Costos incrementales de las restricciones para el caso no lineal con restricciones en flujos de potencia.

Los flujos de potencia de este caso son muy distintos a los que se obtuvieron en el Caso 2.1. En este despacho los flujos de potencia se cargaron por ciertas líneas e

incluso, en una de ellas se invirtió la dirección del flujo de potencia activa, que es el caso de la línea 6.

Línea	Potencia Activa (Mw)		Potencia Reactiva (Mvars)	
	Nodo $i$	Nodo $j$	Nodo $i$	Nodo $j$
1	77.3752	-74.4948	-2.5664	8.7949
2	52.2491	-49.5373	9.5617	-1.2859
3	37.2921	-30.7273	12.0481	-3.1905
4	16.4187	-15.4823	41.9067	-38.1607
5	5.0000	-4.9173	7.0620	-6.7312
6	-13.9659	14.4942	30.7850	-28.6718

Tabla 2.9. Flujos de potencia en las líneas para el caso no lineal con restricciones en flujos de potencia.

### Caso 2.4

El problema en este caso es una formulación completamente lineal, similar a la formulación de flujos de corriente directa [1]. La función objetivo es la representada en la ecuación (2.28). Las instrucciones para este ejemplo se encuentran en el apéndice A. No se considera ninguna restricción de flujo de potencia. El resultado del despacho es el siguiente:

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (Rad)	Potencia Generada (Mw)	Potencia Demandada (Mw)
1	1.00	0.0000	150.00	0.00
2	1.00	-0.1523	10.00	0.00
3	1.00	-0.1884	0.00	60.00
4	1.00	-0.2090	0.00	40.00
5	1.00	-0.1361	0.00	60.00
Total	---	---	160.00	160.00
Pérdidas (Mw)		Valor de la función Objetivo (\$)		
0.00		650.40		

Tabla 2.10. Reporte nodal del despacho del sistema lineal.

Las variables en este problema son las potencias de generación y los ángulos nodales. En la tabla 2.11 se observa que le única variable que llega al límite es la

potencia mínima del generador 2. Las restricciones de igualdad tienen un costo incremental de \$ 351.00 que es el coeficiente lineal del generador 1, el cual es el más barato, por lo que cualquier cambio en la carga, la máquina del nodo 1 es la que va a compensar ese cambio, siempre y cuando no existan otras restricciones diferentes a los balances de potencia nodales que dicten lo contrario.

# de restricción	Igualdad	Desigualdad	Límite Inferior	Límite Superior
1	351.00	---	0	0
2	351.00	---	38.0000	0
3	351.00	---	0	0
4	351.00	---	0	0
5	351.00	---	0	0
6	---	---	0	0
7	---	---	0	0

Tabla 2.11. Costos incrementales de las restricciones del sistema lineal.

Línea	Potencia Activa (Mw)	
	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>
1	68.0648	-68.0648
2	47.0972	-47.0972
3	34.8394	-34.8394
4	18.0648	-18.0648
5	5.1629	-5.1629
6	-8.0648	8.0648

Tabla 2.12. Flujos de potencia en las líneas del sistema lineal.

### Caso 2.5

Por último se presenta un problema interesante al considerar costos variables de los generadores de acuerdo al nivel de potencia que están entregando al sistema.

En los ejemplos anteriores se han presentado formatos enfocados a representar las características de entrada-salida de las curvas de costo incremental de las máquinas. Los datos obtenidos de pruebas puede ser adaptado a una curva polinomial. En muchos

casos, características cuadráticas han sido adaptadas a estos datos. Una serie de líneas rectas pueden también ser usadas para representar las curvas de entrada-salida de las unidades.

Una característica incremental por pasos o bloques, que resulta cuando una serie de segmentos de líneas rectas es usada para representar las características de entrada/salida de la unidad. El uso de estas diferentes representaciones pueden requerir de diferentes programas usados para establecer la operación económica óptima del sistema de potencia. En este caso se seleccionará de manera arbitraria el costo de la generación de potencia para los diferentes bloques de generación de las máquinas.

El sistema es el mismo que se presenta en la figura 2.1. El costo de la potencia en cada bloque se describe en la gráfica de la figura 2.2. El sistema es completamente lineal y las instrucciones están explícitas en el apéndice A. La función objetivo a minimizar es la mostrada en la ecuación (2.29).

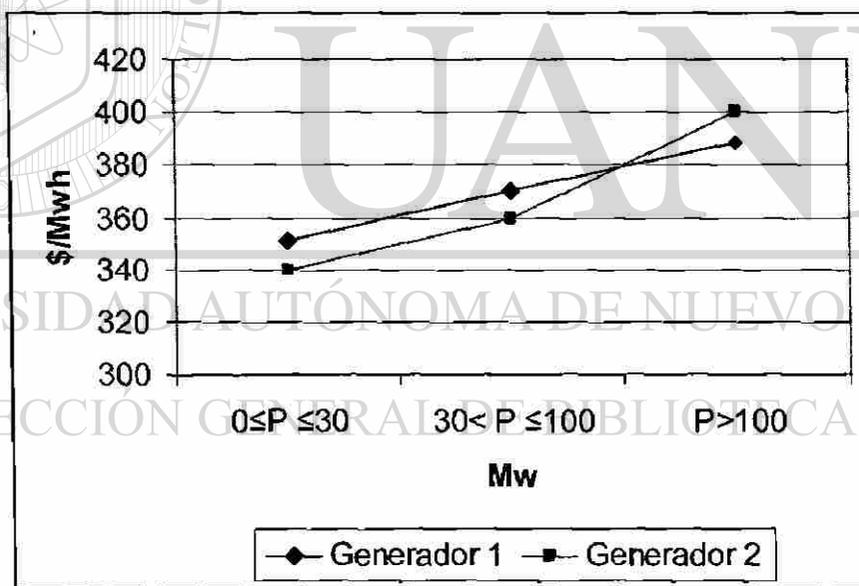


Figura 2.2 . Costo incremental por bloques de generación.

$$F = 85 + 351P_{G1_1} + 340P_{G2_1} + 370P_{G1_2} + 360P_{G2_2} + 389P_{G1_3} + 400P_{G2_3} \quad (2.29)$$

El resultado del despacho se muestra en la tabla 2.13 y la generación de potencia activa de las máquinas queda distribuida como se presenta en la tabla 2.14.

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (Rad)	Potencia Generada (Mw)	Potencia Demandada (Mw)
1	1.00	0.0000	60.00	0.00
2	1.00	0.0452	100.00	0.00
3	1.00	-0.0723	0.00	60.00
4	1.00	-0.1394	0.00	40.00
5	1.00	-0.0374	0.00	60.00
Total	---	---	160.00	160.00
Pérdidas (Mw)		Valor de la función Objetivo (\$)		
0.00		655.30		

Tabla 2.13. Reporte nodal del despacho del sistema lineal por bloques de generación.

Bloque	Generador	
	1	2
1	30.00	30.00
2	30.00	70.00
3	0.00	0.00

Tabla 2.14. Niveles de generación.

Línea	Potencia Activa (Mw)	
	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>
1	18.7099	-18.7099
2	18.0648	-18.0648
3	23.2263	-23.2263
4	58.7099	-58.7099
5	16.7746	-16.7746
6	41.2901	-41.2901

Tabla 2.15. Flujos de potencia en las líneas del sistema lineal.

Los bloques de generación de las máquinas más baratos son los que entregan primero su generación al sistema. Los bloques de generación que llegan a su nivel máximo tiene un costo incremental asociado al igual que los bloques que no entregan potencia al sistema, debido a que permanecen en su límite mínimo. Esto se puede constatar observando la tabla 2.16.

# de restricción	Igualdad	Desigualdad	Límite Inferior	Límite Superior
1	370.00	---	0	19.00
2	370.00	---	0	30.00
3	370.00	---	0	0
4	370.00	---	0	10.00
5	370.00	---	30.00	0
6	---	---	19.00	0
7	---	---	0	0
8	---	---	0	0
9	---	---	0	0
10	---	---	0	0
11	---	---	0	0

Tabla 2.16. Costos incrementales de las restricciones del sistema lineal por bloques de generación.

## 2.5 RESUMEN

El presente capítulo se trató de cubrir los aspectos más relevantes del problema de la optimización del costo del despacho de los generadores en un sistema de potencia de 5 nodos.

Como se explicó el problema clásico de optimización en los sistemas eléctricos de potencia ha estado relacionado con el despacho de potencia real que se conoce como despacho económico.

El caso más simple es el despacho sin incluir pérdidas. El cual puede servir de punto de partida para obtener el punto óptimo del despacho de las unidades en modelos matemáticos que incluyen pérdidas.

En los departamentos de análisis de los SEP's se presentan los modelos matemáticos en su forma completa, como el presentado en el caso 1. El interés principal es como queda distribuida la potencia activa en el sistema, por lo que un modelo del sistema lineal puede ser utilizado para este estudio.

La ventaja principal de tener un modelo matemático en su forma completa es ver como queda distribuida la potencia reactiva del sistema y por consiguiente como quedan los voltajes nodales, ya que en un caso lineal se suponen que los voltajes nodales son unitarios.

# CAPITULO 3

## TRANSACCIONES DE ENERGIA

### MULTIAREA

#### 3.1 INTRODUCCION

La estructura del mercado de servicios de energía eléctrica hoy en día está cambiando. En el pasado, los sistemas eléctricos interconectados pactaban intercambios de energía con sistemas cercanos, ya sea para vender o comprar energía. Ocasionalmente, organismos que no estaban involucrados en la producción de energía eléctrica participaban en transacciones.

Los convenios de intercambio de energía tienen como objetivo incrementar la confiabilidad del suministro y reducir los costos de operación. Adicionalmente los convenios también buscan desplazar o reducir la generación de energía de plantas que tienen costos elevados o con un efecto adverso en el medio ambiente.

Los agentes intermediarios (brokers) para el intercambio de energía reciben información de compradores y vendedores a través de una central de intercambio, su objetivo es lograr de una manera ordenada el mayor beneficio en las transacciones de intercambio de los participantes.

En este capítulo se presentan los fundamentos de un sistema de intercambio de energía con la participación de intermediarios comerciales.

### **3.2 SISTEMAS DE INTERCAMBIO**

Los sistemas eléctricos se interconectan por los beneficios que se obtienen en la confiabilidad de los sistemas y por la reducción de costos de producción, resultado de la operación óptima de los recursos del sistema interconectado. En la mayoría de los casos, las características de regulación y control se mejoran; por ejemplo, un cambio de carga en cualquiera de los sistemas es visto por la regulación primaria de todas las unidades generadoras que forman parte de la interconexión.

Muchos sistemas eléctricos importan energía de un sistema vecino, mediante contratos o convenios bilaterales entre dichos sistemas. En los casos donde la energía importada usa la red eléctrica de otra empresa se debe pagar por el uso de esa red. El porteo de energía (“wheeling”) ocurre cuando un sistema de transmisión está siendo usado para transmitir energía desde un sistema vecino a un tercer sistema. Normalmente la energía que se transmite incrementará las pérdidas de transmisión en el sistema intermediario. Como un resultado, existen tarifas de porteo por el incremento del costo de generación y por la utilización del sistema de transmisión.

La determinación de un cobro apropiado (aceptable) del porteo involucra tanto aspectos técnicos como económicos. Una transacción entre dos compañías que no están directamente interconectadas, puede también ser arreglada como una transacción donde la compañía intermediaria compra la energía y después la revende, a esto se le llama “desplazamiento”.

### **3.3 SISTEMA DE AGENTES INTERMEDIARIOS (BROKERS)**

Una prioridad en la industria eléctrica es establecer un procedimiento efectivo para concretar transacciones de energía entre compradores y vendedores. En la literatura se reportan procedimientos conocidos como “Energy brokering” [6, 7, 8] que buscan

determinar las transacciones de energía entre áreas (sectores eléctricos) continuas o no-continuas, de manera de lograr una máxima ganancia, tanto para compradores como vendedores.

Un intercambio de energía es atractivo entre dos sistemas eléctricos que tengan diferentes costos incrementales ( $\lambda$ ) [1, 13, 19]. Existiendo una diferencia razonable entre dichos costos, entonces el intercambio de energía puede beneficiar económicamente a ambos sistemas, en un caso (importación) reduciendo el costo incremental; y en el otro (exportación) obteniendo una ganancia.

En un sistema con compradores y vendedores múltiples puede ser de gran ayuda tener una agencia central que sirva como intermediario (broker), la cual operaría en forma imparcial para los vendedores y compradores, con el objetivo de obtener beneficios para todos los participantes en el mercado de transacciones.

Existen diferentes procedimientos reportados para la solución del problema de intercambio de energía entre diversos participantes, se ha utilizado programación dinámica [1], programación lineal (PL) [1, 2, 3], análisis de flujos de redes [1, 13, 20, 21], etc. En este estudio se utiliza PL y se considera la linealización de las curvas de costo de los generadores usadas en el cálculo de los costos incrementales. La herramienta utilizada para evaluar esta técnica es el TOM mencionada en el capítulo 2.

### 3.3.1 Beneficios por el intercambio de energía

El sistema convencional de intercambio de energía está basado en un algoritmo que maximiza las ganancias para los participantes del mercado de transacciones. La base del proceso para definir transacciones de intercambio es la utilización de las unidades más económicas y la nivelación de los costos incrementales. Lo anterior podría llevar de manera alterna a un despacho económico de un sistema interconectado.

Los costos incrementales y decrementales pueden ser obtenidos de las curvas de costo de las unidades generadoras. El costo incremental ( $c_s$ ) es definido como el

incremento del costo debido a un aumento de generación. A su vez, el costo decremental ( $c_p$ ) es el decremento del costo relacionado con una reducción de la generación.

En la definición de las transacciones de intercambio el agente intermediario (broker) relaciona el precio más alto de compra con el precio más bajo de venta, de esta forma el máximo beneficio puede ser obtenido. Este proceso continúa hasta que no sea posible obtener más beneficios con las transacciones si los costos incrementales fueran constantes. El beneficio global será calculado con la ecuación (3.1).

$$\text{Beneficio} = (c_{p_j} - c_{s_i})I_{ij} \quad (3.1)$$

donde

$I_{ij}$  es la cantidad de intercambio entre las áreas  $i$  y  $j$ .

Si el beneficio se reporta equivalente entre compradores y vendedores, el precio de la transacción será:

$$PT = \frac{c_{p_j} + c_{s_i}}{2} \quad (3.2)$$

Más adelante se mostrará otro método distinto donde todos los participantes obtienen mejores beneficios.

### 3.3.2 Algoritmo mediante programación lineal

La solución del sistema de intercambio de energía por medio de PL [8, 19] se formula como un proceso maestro-esclavo, donde la información del intercambio de cada compañía es entregada para su procesamiento. Esta información consiste en obtener el mínimo costo de producción que resulta de una formulación de DE (capítulo 2), que también puede incluir información de la capacidad de intercambio de la red. La formulación es la descrita en el capítulo 2.

$$\min \quad C = \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi}) \quad (3.3)$$

$$\text{sujeta a} \quad (P_D + P_L - \sum_{i=1}^n P_{Gi}) = 0 \quad (3.4)$$

Cuando la generación incrementa en un sistema de potencia, las pérdidas en la red de transmisión también aumentan. Las pérdidas tiene que ser contabilizadas en la formulación de DE y están directamente relacionadas con los costos del sistema de producción.

Las pérdidas son representadas por las pérdidas incrementales de transmisión (ITL) y son calculadas de acuerdo a la ecuación 3.5 [8].

$$ITL_i = \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = (1 + \alpha_i) \quad (3.5)$$

El factor  $\alpha$  en la ecuación (3.5) es sacado de [1] y es calculado en la ecuación (3.6) donde  $P_{sl}$  representa la generación de potencia del bus de referencia.

Solo las pérdidas incrementales son utilizadas en este proceso y deben ser calculadas cada vez que se pretenda saber las condiciones de operación del sistema o cada vez que haya un cambio en el sistema.

$$\alpha_i = \left[ \frac{\partial P_{sl}}{\partial \delta} \right]^T \left[ \frac{\partial P_i}{\partial \delta} \right]^{-1} \quad (3.6)$$

Después, el algoritmo de transacciones de intercambio maximiza los beneficios totales del sistema. La función objetivo y las restricciones del problema son representadas en las ecuaciones (3.7) y (3.8).

$$\text{maximizar} \quad \sum (c_{pj} - c_{si}) I_{ij} \quad (3.7) \quad \text{®}$$

$$\begin{aligned} \text{sujeto a} \quad & I_{12} + I_{13} + \dots + I_{1m} \leq I_1^s \\ & I_{21} + I_{23} + \dots + I_{2m} \leq I_2^s \\ & \vdots \\ & I_{n1} + I_{n2} + \dots + I_{nm} \leq I_n^s \\ & I_{21} + I_{31} + \dots + I_{n1} \leq I_1^p \\ & I_{12} + I_{32} + \dots + I_{n2} \leq I_2^p \\ & \vdots \\ & I_{1m} + I_{2m} + \dots + I_{nm} \leq I_m^p \\ & I_{ij} \geq 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

La función objetivo en (3.7) es la diferencia entre los precios de compra y venta de todos los participantes. En las restricciones,  $I_n^s$  representa la máxima cantidad de potencia disponible de un productor y a su vez  $I_m^p$  representa la cantidad máxima de potencia que un comprador puede aceptar. El subíndice  $n$  representa al vendedor y  $m$  al comprador.

La restricción de igualdad representada por la ecuación (3.4) cambia un poco debido al intercambio que se pudiera dar entre dos áreas o por la exportación/importación de energía de un área o región. Esta ecuación a nivel de área queda expresada en la ecuación (3.9).

$$\text{sujeta a} \quad (P_D + P_L + I_{ij} - \sum_{i=1}^n P_{Gi}) = 0 \quad (3.9)$$

El cambio en la generación en (3.9) está limitado por el valor del lado derecho de las restricciones de desigualdad de la ecuación (3.8). Consecuentemente, una disminución en este vector corresponde a importar energía y un incremento a exportar energía.

### 3.3.3 Aplicación en sistema de prueba

Se considera un sistema con 4 áreas o regiones interconectadas [8]. En la figura 3.1 se muestra la configuración del mismo.

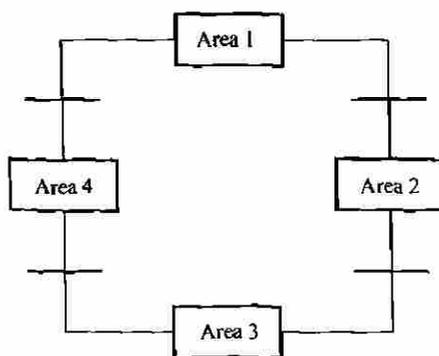


Fig. 3.1. Diagrama esquemático para la interconexión de sistemas.

El primer paso es calcular el punto óptimo de operación de cada área, mediante un algoritmo de DE, se revisa que ninguna de las restricciones que impone cada sistema sea violada. De este análisis se obtienen los costos incrementales de cada área y el monto de intercambio de potencia que se puede dar entre las áreas interconectadas. En este análisis sólo se consideran las transacciones de potencia activa.

Area	Mw a comprar	Cotización de compra (\$/Mwh)
1	20.48	8.33
3	35.30	6.37
2	38.50	6.20
4	40.00	5.98
Area	Mw en venta	Cotización de venta (\$/Mwh)
4	14.50	3.29
2	18.50	4.92
1	9.00	11.28
3	7.50	11.60

Tabla 3.1. Datos del intercambio de energía, cuotas de compra y de venta.

La información de cada área se presenta en el apéndice B. Las interconexiones entre las áreas son en diferentes nodos. La cantidad de potencia que cada área puede vender y/o comprar y el costo de la potencia son listados en la tabla 3.1. Los datos son colocados en forma ascendente para los montos de venta y en forma descendente para los montos de compra.

Area i	Area J	Precio de compra $c_{p_i}$ (\$/Mwh)	Precio de venta $c_{s_j}$ (\$/Mw)	Costo de la transacción $c_{ji}$ (\$/Mwh)
2	1	8.33	4.92	3.41
2	3	6.37	4.92	1.45
4	1	8.33	3.29	5.04
4	3	6.37	3.29	3.08

Tabla 3.2. Parámetros de la función objetivo.

Los coeficientes de la función objetivo para el intercambio de energía son calculados como la diferencia entre las cotizaciones de compra y venta y son listados en

la tabla 3.2. El objetivo es relacionar las cotizaciones de compra más altas con las cotizaciones de venta más bajas.

El arreglo del problema para la solución utilizando el TOM es el siguiente:

$$\text{maximizar} \quad 0I_{12} + 0I_{14} + 3.41I_{21} + 1.45I_{23} + 0I_{32} + 0I_{34} + 5.04I_{41} + 3.08I_{43}$$

$$\text{s.a.} \quad I_{12} + I_{14} \leq 9.00$$

$$I_{21} + I_{23} \leq 18.50$$

$$I_{32} + I_{34} \leq 7.50$$

$$I_{41} + I_{43} \leq 14.50$$

$$I_{21} + I_{41} \leq 20.48$$

$$I_{12} + I_{32} \leq 38.50$$

$$I_{23} + I_{43} \leq 35.30$$

$$I_{14} + I_{34} \leq 40.00$$

$$I_{12}, I_{14}, I_{21}, I_{23}, I_{32}, I_{34}, I_{41}, I_{43} \geq 0$$

Los resultados del intercambio de energía se muestra en la tabla 3.3.

Area i	Area j	Valor (Mw)
2	1	11.7949
2	3	6.7051
4	1	8.6851
4	3	5.8149

Tabla 3.3. Resultados del intercambio de energía.

Los beneficios y los precios de las transacciones son listados en la tabla 3.4.

Comprador	Vendedor	Cantidad (Mw)	Beneficio (\$)	Precio de transacción (\$/Mwh)
1	2	11.7949	40.22	6.625
1	4	8.6851	43.77	5.810
3	2	6.7051	9.72	5.640
3	4	5.8149	17.90	4.830
Beneficio Total \$ 111.61				

Tabla 3.4. Beneficio y precio de transacción de la operación de intercambio.

Los beneficios obtenidos de acuerdo a este análisis son aceptables por la interconexión que existe entre sistemas vecinos. Una vez que se obtiene el DE en cada una de las áreas, se pudo obtener mayor beneficio para cada una de ellas de acuerdo a la implementación de la técnica de intercambio de energía.

Las áreas 1 y 3 son las áreas cuyo costo incremental es mayor que las otras dos áreas y a su vez resultó benéfico para ellas importar energía, reduciendo con ello sus costos incrementales. También, las áreas 2 y 4 resultaron beneficiadas con este análisis exportando energía a las áreas 1 y 3.

### 3.3.4 Aplicación del costo de porteo

El desarrollo anterior es extendido para incluir las transacciones con intercambio de energía entre áreas no continuas. Los costos del porteo y las pérdidas de potencia son incluidos dentro de las funciones de costo. La formulación anterior se modifica incluyendo variables adicionales para representar las transacciones del porteo. Por ejemplo, si la potencia es transferida desde el área  $i$  a la  $j$  a través de  $k$ , entonces una variable  $I_{ikj}$  tiene que ser introducida. El área  $k$  actúa como la red utilizada en el porteo.

Los cargos por el porteo de energía deben ser absorbidos por las compañías participantes por el uso de la red intermedia. Estos cargos son arbitrarios y dependen de las reglas establecidas en las transacciones. Las ecuaciones (3.10) y (3.11) muestran una operación para establecer los cargos por el porteo de energía [8]. Un cargo fijo de \$1.00/Mw es aplicado por Mw de importación y \$0.035/Mwh por pérdidas de energía de acuerdo al monto de la transacción. La tabla 3.5 resume el caso para las transacciones del porteo de energía.

$$\text{CARGO del porteo} = (1.00) * I_{ij} \quad (3.10)$$

$$\text{CARGO por pérdidas} = PT * (I_{ij} * 0.035) \quad (3.11)$$

$$\text{Costo} = 1.035(c_{p_i} - c_{s_i}) + 1.00 \quad (3.12)$$

Area $i$	Area de intercambio $k$	Area $j$	Precio de compra $c_{p_i}$ (\$/Mwh)	Precio de venta $c_{s_j}$ (\$/Mwh)	Cargo del porteo (\$/Mwh)
2	1	4	5.98	4.92	2.05
2	3	4	5.98	4.92	2.05
4	1	2	6.20	3.29	4.01
4	3	2	6.20	3.29	4.01

Tabla 3.5. Parámetros de la función objetivo para el intercambio de energía entre áreas no continuas.

Ahora la formulación del problema es la siguiente:

$$\text{maximizar } 0I_{12} + 0I_{14} + 3.41I_{21} + 1.45I_{23} + 0I_{32} + 0I_{34} + 5.04I_{41} + 3.08I_{43} + 0I_{123} + 0I_{143} + 2.05I_{214} + 2.05I_{234} + 0I_{321} + 0I_{341} + 4.01I_{412} + 4.01I_{432}$$

$$\text{s.a. } I_{12} + I_{14} + I_{123} + I_{143} \leq 9.00$$

$$I_{21} + I_{23} + I_{214} + I_{234} \leq 18.50$$

$$I_{32} + I_{34} + I_{321} + I_{341} \leq 7.50$$

$$I_{41} + I_{43} + I_{412} + I_{432} \leq 14.50$$

$$I_{21} + I_{41} + I_{321} + I_{341} \leq 20.48$$

$$I_{12} + I_{32} + I_{412} + I_{432} \leq 38.50$$

$$I_{23} + I_{43} + I_{123} + I_{143} \leq 35.30$$

$$I_{14} + I_{34} + I_{214} + I_{234} \leq 40.00$$

$$I_{12}, I_{14}, I_{21}, I_{23}, I_{32}, I_{34}, I_{41}, I_{43} \geq 0$$

$$I_{123}, I_{143}, I_{214}, I_{234}, I_{321}, I_{341}, I_{412}, I_{432} \geq 0$$

Los resultados se presentan la tabla 3.6 y 3.7.

Desde $i$	A través de $k$	Hasta $j$	Cantidad (Mw)
2	---	1	18.50
4	---	1	1.98
4	1	2	6.26
4	3	2	6.26

Tabla 3.6. Resultados del porteo.

Comprador	Vendedor	Cantidad (Mw)	Beneficio (\$)	Precio de transacción (\$/Mwh)
1	2	18.50	63.09	6.625
1	4	1.98	9.98	5.810
2	4	12.52	50.21	4.745
Beneficio Total \$ 123.27				

Tabla 3.7. Beneficio y precios de transacción de la operación de intercambio.

Comparando el ahorro/beneficio de las operaciones de intercambio de energía entre áreas continuas (broker) con las operaciones del intercambio entre áreas no continuas (wheeling), observamos que existe un ahorro adicional de \$ 11.64 en estas últimas transacciones descritas; es decir, al tener intercambio de energía entre áreas no continuas se logra tener mayor beneficios.

Como en todo sistema existen límites en la transmisión del flujo de potencia por las líneas, se presenta un caso donde se restringe el porteo de energía.

La transacción de intercambio del área 2 al área 4 de áreas intermedias en el ejemplo anterior fue de 12.52 Mw. Ahora el monto del porteo de energía se limita en 4 Mw en cualquiera de las transacciones.

La tabla 3.8 resume los resultados del porteo de energía con límites en las transacciones de intercambio.

Desde $i$	A través de $k$	Hasta $j$	Cantidad (Mw)
2	---	1	12.68
2	---	3	1.82
4	---	1	7.80
4	---	3	2.70
2	1	4	2
2	3	4	2
4	1	2	2
4	3	2	2

Tabla 3.8. Resultados del porteo con límites en la transacción de intercambio.

Comprador	Vendedor	Cantidad (Mw)	Beneficio (\$)	Precio de transacción (\$/Mwh)
1	2	12.68	43.24	6.625
1	4	7.80	39.31	5.810
3	2	1.82	2.64	5.645
3	4	2.70	8.32	4.830
4	2	4.00	8.360	5.450
2	4	4.00	16.04	4.745
Beneficio Total \$ 117.91				

Tabla 3.9. Beneficios y precios de transacción con límites en la transacción de intercambio.

El beneficio que se obtuvo en esta transacción es de \$ 117.91. Se observa una disminución de \$ 5.36 en el beneficio en base al ejemplo anterior debido a las restricciones en intercambio de energía entre áreas no continuas que se están aplicando al sistema.

Los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de transferencia de potencia entre áreas están en la tabla 3.10. El significado de estos multiplicadores impacta directamente en el valor de la función objetivo (beneficio), así que si el valor de la restricción de potencia disminuye en una unidad, el valor de la función aumentará

0.64 o 0.93 unidades de acuerdo con las áreas involucradas .

Areas participantes	I <sub>12</sub>	I <sub>14</sub>	I <sub>21</sub>	I <sub>23</sub>	I <sub>32</sub>	I <sub>34</sub>	I <sub>41</sub>	I <sub>43</sub>	I <sub>123</sub>	I <sub>143</sub>	I <sub>214</sub>	I <sub>234</sub>	I <sub>321</sub>	I <sub>341</sub>	I <sub>412</sub>	I <sub>432</sub>
Multiplicador de Lagrange	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.64	0.64	0	0	0.93	0.93

Tabla 3.10. Multiplicadores de Lagrange asociados a la restricción de intercambio.

### 3.4 RESUMEN

La implementación de un sistema de intercambio potencialmente puede arrojar beneficios significantes a grupos de compañías que no están comprometidas en transacciones de energía substanciales. En un proceso de intercambio de energía, los participantes pueden proponer varias cuotas de compra y venta para bloques sucesivos en las transacciones de energía.

El planteamiento presentado para el intercambio de energía entre áreas demostró que se pueden obtener beneficios adicionales por parte de los participantes. La metodología presentada en base a programación lineal puede ser modificada para desarrollar múltiples formas de compra y venta de energía entre los participantes.

Existe un factor indispensable para el intercambio de energía entre áreas, el cual es la transmisión de potencia por las líneas, ya que si no se tiene una infraestructura del sistema de transmisión adecuada para el intercambio, difícilmente se podrá obtener beneficio alguno con dichas transacciones.

Los modelos presentados en este capítulo mostraron como las interconexiones entre sistemas de potencia pueden intercambiar energía, obteniendo con ello un ahorro extra en sus procesos.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPITULO 4

## MECANISMOS PARA DETERMINAR PRECIOS DE LA ENERGIA BASADOS EN OFERTAS DE PARTICIPANTES

### 4.1 INTRODUCCION

---

En este capítulo se analizan estrategias para determinar los precios de la energía eléctrica en un esquema donde los participantes (compradores y vendedores) son entes independientes que buscan su beneficio mediante transacciones con acuerdos bilaterales.

### 4.2 ESTRATEGIAS PARA EL INTERCAMBIO DE ENERGIA EN UN SISTEMA ELECTRICO

El intercambio de energía presentado a los agentes en un mercado eléctrico puede funcionar de la siguiente manera: Los vendedores (generadores) presentan un programa del suministro y ofrecen un precio para cada tipo de contrato (energía, pérdidas, reserva, control, etc.) al centro de coordinación. Los compradores (compañías

de distribución locales o cualquier industria o comercio privado) presentan ofertas para recibir energía en nodos locales. Después el centro coordinador utiliza un programa de despacho para maximizar las ganancias del sistema y al mismo tiempo garantizar la integridad y la estabilidad del mismo.

La implementación de cualquier esquema requiere agentes que presenten ofertas y reflejen las condiciones de la operación del sistema. Así, los propietarios de generadores deben proponer ofertas que reflejen las condiciones actuales del sistema (horas pico, reserva rodante, costo de mantenimiento). Los propietarios de la red de transmisión deben detallar ofertas que representen el uso de la red y las pérdidas en la transmisión. Finalmente, el centro de coordinación debe admitir solo aquellos contratos que no violen la seguridad operativa del sistema. Esta descripción corresponde a un modelo de competencia al mayoreo, en el cual existe competencia entre agentes mayoristas, (ver figura 4.1).

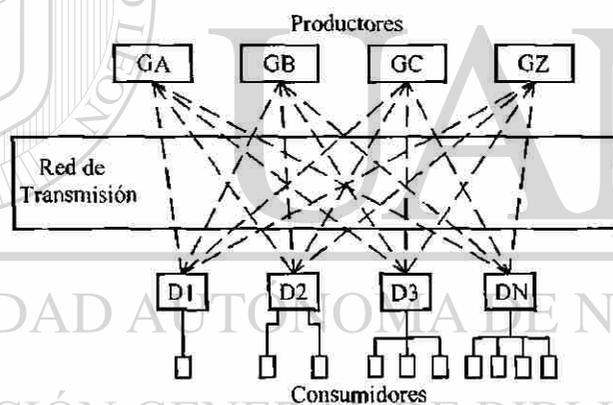


Fig. 4.1. Modelo de competencia al mayoreo.

#### 4.2.1 Aplicación de estrategias en el sistema eléctrico

La estimación de la oferta/demanda pactada puede ser usada aquí para mostrar cómo las estrategias en un despacho de energía puedan ser aplicadas en el establecimiento del precio o en el establecimiento de que productores suministrarán la energía y a quién.

Una forma para determinar estrategias en contratos bilaterales es utilizar modelos

de programación lineal donde no se consideran pérdidas de transmisión. Este tipo de soluciones arroja resultados confiables, sin embargo los resultados son aproximados y solo se trabaja con la potencia activa.

En el modelo de ofertas, los generadores especifican un precio de reservación ( $\pi_i$ ) abajo del cual no están dispuestos a vender energía. Esta es una manera de proteger los intereses de los productores de energía, ya que dicho precio mantiene un equilibrio con el costo del combustible, costo por mantenimiento de los equipos de las plantas y por supuesto, las ganancias de la venta de la energía. En este proceso existe la posibilidad de que algún productor se quede sin vender energía debido a que el precio de reservación de dicho generador es más alto en comparación con los demás productores. Se considera que los compradores no conocen los precios de reservación de los productores al definir sus ofertas de compra. El algoritmo para maximizar los beneficios del despacho es el siguiente [7]:

$$\text{maximizar} \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^m \pi_i y_i \quad (4.1)$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i = P_{i,\max} \quad (4.2)$$

$$\sum_j x_{ij} \geq P_{i,\min} \quad (4.3)$$

$$\sum_i x_{ij} \leq d_j \quad (4.4)$$

$$x_{ij} > 0, y_i > 0 \quad (4.5)$$

donde

- $m$  Número de vendedores (generadores)
- $n$  Número de compradores
- $P_{i,\max}$  Potencia máxima ofrecida por el vendedor  $i$
- $P_{i,\min}$  Potencia mínima ofrecida por el vendedor  $i$
- $d_j$  Potencia deseada por el comprador  $j$
- $c_{ij}$  Precio aceptable para el comprador  $j$  por Mw ofrecido por el vendedor  $i$
- $\pi_i$  Precio de reservación
- $x_{ij}$  Compra de potencia por el comprador  $j$  del vendedor  $i$
- $y_i$  Potencia no vendida por el vendedor  $i$

La función objetivo (4.1) representa el costo total de las transacciones. La restricción (4.2) asegura que la suma de la potencia vendida y la no vendida va a ser igual a la potencia máxima que puede dar el generador  $i$ . La restricción (4.3) controla que la potencia que vende el generador  $i$  debe de ser mayor o igual al valor mínimo establecido para lograr un equilibrio en la compañía, ya sea por estabilidad de las máquinas o por cuestiones económicas. La última restricción (ecuación (4.4)) asegura que el comprador  $j$  no obtendrá más potencia de la que requiere.

El algoritmo se utiliza en forma iterativa para evitar que algún generador suministre potencia al sistema a un precio inferior a su precio de reservación, si esto sucede, entonces el generador que está violando dicho precio será sacado de operación. Una vez hecho lo anterior, el problema se vuelve a resolver hasta que ningún precio de reservación de los generadores sea violado.

### 4.3 APLICACION DE LA TECNICA

Para ilustrar el método descrito anteriormente, se utiliza el sistema de 12 nodos y 7 generadores mostrado en la figura 4.2. Las características del sistema están especificadas en el apéndice C.

Se supone que los 7 generadores del sistema pertenecen a 7 diferentes propietarios, esto es importante ya que al tener varias compañías de generación existe competencia entre ellas.

El algoritmo descrito por las ecuaciones (4.1)-(4.5) es usado para optimizar las localidades de suministro y demanda del caso de estudio. Las consideraciones siguientes son tomadas en cuenta:

- Los propietarios de los generadores ofrecen toda la potencia disponible, sujeto a que se cumpla el precio de reservación.
- Cada centro de demanda admite las ofertas en \$/Mwh de cada nodo generador.
- Los centros de demanda aceptan las ofertas que son impuestas por los propietarios de las redes de transmisión para el transporte de energía.

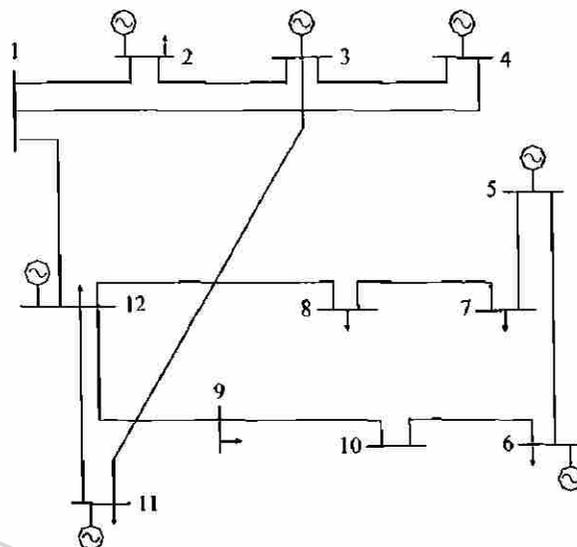


Fig. 4.2. Sistema de 12 nodos, 7 generadores.

En el apéndice C se detallan las ofertas de energía y los precios de reservación de los generadores. Estas ofertas fueron asignadas arbitrariamente; en un caso real la determinación sería basado en el precio real de la electricidad.

En la solución del programa lineal se encontró que la primera iteración, los precios de reservación de los generadores conectados a los nodos 4 y 5 fueron violados. El problema fue resuelto por segunda vez, pero sin el generador del nodo 5 debido a que el precio de reservación de este generador es mayor que el del nodo 4. Al obtener los resultados de la segunda iteración se observa que el precio de reservación del nodo 4 sigue violándose. Se aplicó por tercera ocasión el algoritmo, pero sin el generador del nodo 4. En esta ocasión ningún precio de reservación fue violado. Los resultados de la colocación de la demanda se presenta en la tabla 4.1.

Bus #	Demanda Deseada	Demanda Suministrada
2	350	350
6	250	250
7	100	0.0
8	200	156.29
9	200	200
11	300	298.99
12	100	93.70
Total	1500	1348.98

Tabla 4.1. Colocación de la demanda.

Se observa que no toda la potencia requerida por la carga es suministrada. En la tabla 4.2 se identifican los generadores conectados a los nodos 4 y 5 se quedaron sin generar por tener un precio de reservación alto.

Nodo	Potencia Ofrecida	Reserva		Potencia Vendida		Venta al Centro de carga del Nodo #
	Mw	Mw	\$/Mwh	Mw	\$/Mwh	
2	400	50	9.4	350	10.0	2
3	400	201.00	9.4	188.29	9.4	11
				10.69	9.4	12
4	400	---	---	0	0.0	---
5	600	---	---	0	0.0	---
6	400	2.84	9.4	250	11.0	6
				150	9.6	9
11	200	0	9.3	6.29	9.6	9
				110.69	9.4	11
12	200	0	9.3	83.01	9.4	12
				156.29	9.6	8
				43.70	9.7	9
Total del valor de las ventas \$ 15730.00						

Tabla 4.2. Colocación del suministro de potencia.

Los propietarios de las redes de transmisión también figuran como entes independientes en este estudio, por lo tanto deben de obtener ganancias como lo hace cualquier participante del mercado. En la tabla C5 del apéndice C se especifica el costo por cada Mwh transmitido en las líneas. La tabla 4.3 muestra los flujos de potencia por las líneas y los costos del transporte de energía de acuerdo a la tabla C5.

El costo total del despacho de energía es de \$ 15726.00, incluye el costo de la reserva y por supuesto el costo de la energía suministrada a la carga. El costo del transporte de energía es de \$ 2857.54. El costo total de todas las transacciones es de \$ 18583.54.

Línea #	Del nodo	Al nodo	Flujo (Mw)	Costo \$
1	1	2	-61.48	122.96
2	1	4	-36.00	172.80
3	1	12	97.48	175.46
4	2	3	-61.48	110.66
5	3	11	101.51	365.43
6	3	4	36.00	144.00
7	5	7	56.31	168.93
8	5	6	-56.31	202.71
9	6	10	93.68	224.85
10	7	8	56.31	84.46
11	8	12	-99.97	539.83
12	9	10	-93.68	168.62
13	9	12	-106.31	372.08
14	11	12	2.51	4.75

Tabla 4.3. Flujos de potencia por las líneas y costos de transmisión.

#### 4.4 VARIANTES DE LA TECNICA DE CONTRATOS BILATERALES

Al algoritmo representado por las ecuaciones (4.1) – (4.5) se le puede incluir una restricción adicional para evitar sacar de operación a los generadores cuyo precio de reservación sea violado. La ecuación (4.6) representa la restricción adicional que se incluye en el algoritmo, la cual va a impedir que los precios de reservación de los generadores sean violados.

$$x_{ij} (\pi_i - c_{ij}) \leq 0 \quad (4.6)$$

Para mostrar esta variante se utilizará el ejemplo anterior. Si se recuerda los precios de reservación de los generadores de los nodos 4 y 5 fueron violados e incluso el precio de reservación del nodo 4 fue violado en la segunda iteración. Ahora se puede demostrar que ningún precio de reservación de los generadores (vendedores) va a ser violado desde la primera iteración.

Los resultados de la colocación de la demanda son mostrados en la tabla 4.4 y los de la colocación del suministro de potencia son mostrados en la tabla 4.5. En este caso tampoco se cumple con el total de la energía demandada por las cargas.

Nodo #	Demanda Deseada	Demanda Suministrada
2	350	350
6	250	250
7	100	0
8	200	166.71
9	200	200
11	300	300
12	100	100
Total	1500	1366.71

Tabla 4.4. Colocación de la demanda.

Nodo	Potencia Ofrecida	Reserva		Potencia Vendida		Vendida al Centro de carga del Nodo #
	Mw	Mw	\$/Mwh	Mw	\$/Mwh	
2	400	50	9.4	350	10.0	2
3	400	233.28	9.4	138.77	9.4	11
4	400	300	9.4	27.94	9.4	12
5	400	300	9.4	100	9.4	9
6	600	450	9.8	150	10.6	6
6	400	200	9.4	100	11.0	6
6	400	200	9.4	100	9.6	9
11	200	0	9.3	155.86	9.4	11
11	200	0	9.3	44.13	9.4	12
12	200	0	9.3	166.71	9.6	8
12	200	0	9.3	5.36	9.4	11
12	200	0	9.3	27.92	9.4	12
Total de valor de las ventas \$ 25223.00						

Tabla 4.5. Colocación del suministro de potencia.

Los resultados del despacho muestran que no se tiene ningún precio de reservación violado, solo que la reserva es muy grande y por lo tanto el valor de la función objetivo es elevado.

El valor de los multiplicadores de Lagrange de la restricciones de la ecuación (4.6) están mostrados en la tabla 4.6. En esta tabla se observa que los multiplicadores de los generadores conectados a los nodos 4 y 5 tienen costos asociados y los demás son cero a excepción del multiplicador del generador del nodo 6 con la carga del nodo 12.

Nodo Gen	Nodos de carga						
	2	6	7	8	9	11	12
2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0.06	0	2.06	0.53
5	0	0	1.41	0.77	0.50	0.29	0.51
6	0	0	0	0	0	0	0.06
11	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 4.6. Multiplicadores de Lagrange.

El costo de los flujos de potencia por las líneas generaron cargos por \$ 3338.95. El valor de la colocación de la carga es un poco superior al problema anterior, la diferencia que se tiene es un incremento considerable en el valor de la función objetivo, debido a que en el sistema existe mucha reserva, además el costo de la trasmisión de potencia también incrementa. El costo total de todas las transacciones del sistema es \$ 28561.95.

Línea #	Del nodo	Al nodo	Flujo (Mw)	Costo \$
1	1	2	-72.03	144.06
2	1	4	-71.77	344.49
3	1	12	143.81	258.85
4	2	3	-72.03	129.65
5	3	11	122.90	442.44
6	3	4	-28.22	112.88
7	5	7	66.73	200.19
8	5	6	83.26	299.73
9	6	10	33.26	79.82
10	7	8	66.73	100.09
11	8	12	-99.97	539.83
12	9	10	-33.26	59.86
13	9	12	-166.73	583.55
14	11	12	22.90	43.51

Tabla 4.7. Flujos de potencia por las líneas y costos de transmisión.

Otra variante interesante es tratar de que los centros de demanda obtengan toda la energía requerida por sus cargas, esto se puede lograr cuando la ecuación (4.4) se convierte en una ecuación de igualdad.

$$\sum_i^m x_{ij} = d_j \quad (4.7)$$

El algoritmo de optimización es el mismo que se ha estado manejando, solo con la variante antes mencionada. En la tabla 4.8 se puede observar que se cumple con la potencia demandada por las cargas.

Nodo #	Demanda Deseada	Demanda Suministrada
2	350	350
6	250	250
7	100	100
8	200	200
9	200	200
11	300	300
12	100	100
<b>Total</b>	<b>1500</b>	<b>1500</b>

Tabla 4.8. Colocación de la demanda.

La tabla 4.9 muestra la colocación del suministro de potencia, las máquinas de los nodos 4 y 5 se quedaron sin generar por la razón de que los precios de reservación son violados en la iteración. Se observa además una distribución de la colocación del suministro de potencia un poco distinta al primer problema presentado. La reserva de energía por lo tanto, es menor, en comparación de los otros problemas, pero el costo de la función objetivo no varía con respecto al primer caso presentado debido a que la energía se vende al mismo precio que el costo que tiene la reserva de energía.

Nodo	Potencia Ofrecida	Reserva		Potencia Vendida		Vendida al Centro de carga del Nodo #
	Mw	Mw	\$/Mwh	Mw	\$/Mwh	
2	400	50	9.4	350	10.0	2
3	400	35.81	9.4	269.85	9.4	11
				94.32	9.4	12
4	400	----	----	0	0.0	----
5	600	----	----	0	0.0	----
				250	11.0	6
6	400	14.18	9.4	100	9.4	7
				35.81	9.6	9
				164.18	9.6	9
11	200	0	9.3	30.14	9.4	11
				5.67	9.4	12
12	200	0	9.3	200	9.6	8
Total del valor de las ventas \$ 15730.00						

Tabla 4.9. Colocación del suministro de potencia.

El total del costo del transporte de energía es de \$ 4678.17 que sumado con el valor de las ventas de energía resulta un costo total de \$ 20408.17. Un punto muy importante con respecto a los problemas anteriores es que se liberó el límite del flujo de potencia por la línea 11, ya que manejando un límite de  $\pm 100$  Mw el algoritmo no encontraba una solución factible. El resultado fue un flujo de  $-223.27$  Mw (ver tabla 4.10) incrementando por supuesto, el costo de la transmisión de potencia.

Un detalle importante de este caso estudiado es que en los dos primeros casos no se cumple con el total de la demanda solicitada por los compradores, en cambio en el tercero si, pero fue necesario liberar el flujo de potencia por la línea 11 para obtener un resultado factible en el despacho.

Línea #	Del nodo	Al nodo	Flujo (Mw)	Costo \$
1	1	2	-119.18	238.36
2	1	4	-69.78	344.94
3	1	12	188.97	340.14
4	2	3	-119.18	214.52
5	3	11	175.21	630.75
6	3	4	69.78	279.12
7	5	7	76.72	230.16
8	5	6	-76.72	276.19
9	6	10	59.09	141.81
10	7	8	-23.27	34.90
11	8	12	-223.27	1205.65
12	9	10	-59.09	106.36
13	9	12	-140.91	493.18
14	11	12	75.21	142.89

Tabla 4.10. Flujos de potencia por las líneas.

Liberando el límite de flujo por la línea 11 se simuló nuevamente el primer caso. El resultado de la colocación de la demanda se muestra en la tabla 4.11, se observa que hay incremento en el total del suministro de energía a las cargas pero no se logra el suministro completo. En la tabla 4.12 se observa una colocación diferente del suministro de energía, comparado con el primer problema presentado.

Nodo #	Demanda Deseada	Demanda Suministrada
2	350	350
6	250	250
7	100	0.63
8	200	200
9	200	200
11	300	263.83
12	100	96.95
<b>Total</b>	<b>1500</b>	<b>1361.41</b>

Tabla 4.11. Colocación de la demanda.

Nodo	Potencia Ofrecida	Reserva		Potencia Vendida		Venta al Centro de carga del
	Mw	Mw	\$/Mwh	Mw	\$/Mwh	Nodo #
2	400	50	9.4	350	10.0	2
3	400	188.58	9.4	184.93	9.4	11
				26.29	9.4	12
4	400	----	----	0	0.0	----
5	600	----	----	0	0.0	----
6	400	2.84	9.4	250	11.0	6
				0.63	9.4	7
				149.37	9.6	9
11	200	0	9.3	50.63	9.6	9
				78.91	9.4	11
12	200	0	9.3	70.46	9.4	12
				200	9.6	8
Total del valor de las \$ 15730.00						

Tabla 4.12. Colocación del suministro de potencia.

Los flujos de potencia por las líneas también sufren cambios y sobre todo el costo del transporte de energía es más elevado. Estos resultados se muestran en la tabla 4.13 con el flujo por la línea 11 liberado.

Línea #	Del nodo	Al nodo	Flujo (Mw)	Costo \$
1	1	2	-68.71	137.42
2	1	4	-40.24	193.15
3	1	12	108.95	196.11
4	2	3	-68.71	123.67
5	3	11	102.47	368.89
6	3	4	40.24	160.96
7	5	7	62.43	187.29
8	5	6	-62.43	224.74
9	6	10	87.57	210.16
10	7	8	61.79	92.68
11	8	12	-138.20	746.28
12	9	10	-87.57	157.62
13	9	12	-112.43	393.50
14	11	12	38.63	73.39

Tabla 4.13. Flujos de potencia por las líneas y costos de transmisión.

Una razón por la cual la demanda de las cargas no es suministrada en su totalidad es por el proceso de búsqueda que realiza el algoritmo. La referencia son las ofertas y el precio de reservación (precio mínimo al que se vende la energía) presentadas por los participantes del mercado, existe (en la mayoría de los casos) poca diferencia entre estas dos cantidades. El proceso de maximización escoge primero las ofertas más altas hasta suministrar el total de la carga demandada por los compradores o hasta que la potencia del generador se agota. Si al final del proceso existe déficit en el suministro de demanda es porque la oferta es igual o existe muy poca diferencia con el  $\pi_i$  propuesto por los vendedores, entonces da lo mismo vender energía a un precio de \$ 9.4 que tener una reserva de energía a este mismo precio. De esta forma, si el  $\pi_i$  baja o si el precio de la oferta aumenta, el algoritmo relaciona estas ofertas y la colocación del suministro de potencia es mayor.

Para demostrar lo dicho anteriormente, se analiza un caso en donde la oferta de la carga conectada al nodo 7 aumenta a 10/Mwh y el  $\pi_i$  del generador 3 baja a \$ 9.2/Mwh. El resultado de la colocación de la demanda se muestra en la tabla 4.14 y la colocación del suministro de potencia en la tabla 4.15. Aquí también se considera liberado el límite en el flujo de potencia por la línea 11.

Nodo #	Demanda Deseada	Demanda Suministrada
2	350	350
6	250	250
7	100	100
8	200	200
9	200	200
11	300	300
12	100	100
<b>Total</b>	<b>1500</b>	<b>1500</b>

Tabla 4.14. Colocación de la demanda.

Observando las tablas 4.14 y 4.15 se tiene que la demanda fue suministrada en su totalidad con la ayuda de la disminución en el precio de reservación del generador conectado al nodo 3 y al aumento en la oferta de la carga del nodo 7.

Nodo	Potencia Ofrecida	Reserva		Potencia Vendida		Venta al Centro de carga del Nodo #
	Mw	Mw	\$/Mwh	Mw	\$/Mwh	
2	400	50	9.4	350	10.0	2
3	400	0	9.2	100	10.0	7
				227.77	9.4	11
				72.23	9.4	12
4	400	----	----	0	0.0	----
5	600	----	----	0	0.0	----
6	400	50	9.4	250	11.0	6
				100	9.6	9
				100	9.6	9
11	200	0	9.3	72.23	9.4	11
				27.77	9.4	12
12	200	0	9.3	200	9.6	8
<b>Total del valor de las \$ 15790.00</b>						

Tabla 4.15. Colocación del suministro de potencia.

Existen diferentes formas para representar las características de entrada-salida de un generador [1]. Los datos obtenidos de pruebas pueden ser adaptados a una curva polinomial. En muchos casos se han utilizado características cuadráticas o bien una combinación. La figura 4.3 muestra una línea sólida que representa la característica que resulta cuando la característica de entrada/salida es una curva cuadrática o alguna otra función continua. Esta característica crece monótonicamente como una función de la potencia de salida de la unidad.

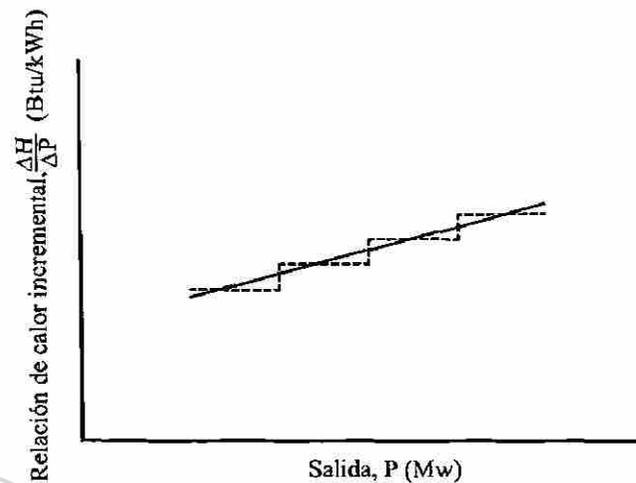


Fig. 4.3. Representaciones aproximadas de la curva de entrada/salida.

La línea punteada de la figura 4.3 muestra una característica incremental por pasos o bloques, que resulta cuando una serie de segmentos de líneas rectas es usada para representar las características de entrada/salida de la unidad. El uso de estas diferentes representaciones pueden requerir de diferentes algoritmos para determinar la operación económica del sistema de potencia.

La variante que se analiza considera generadores con diferentes niveles de costo de acuerdo al nivel de potencia que están generando. Los generadores conectados al sistema de la figura 4.2 tienen dos niveles de costo de acuerdo al nivel de potencia que están suministrando al sistema. Los generadores en los nodos 4 y 5 están fuera de operación.

Las ofertas para el primer y segundo bloque de generación están representados en la tabla C3 y C4 respectivamente. Los resultados de la colocación de la demanda resultan ser los mismos que están representados en la tabla 4.8, debido a que se están tomando en cuenta las mismas consideraciones para la carga de este problema, la diferencia recae en la colocación de potencia, como se presenta en la tabla 4.16.

Nodo	Potencia Ofrecida	Reserva		Bloque	Potencia Vendida		Venta al Centro de carga del Nodo #
	Mw	Mw	\$/Mwh		Mw	\$/Mwh	
2	400	0	9.4	1	186.38	10.0	2
				1	13.62	9.4	9
				2	200	9.5	6
3	400	33.23	9.4	1	86.63	9.5	2
				1	49.43	9.4	11
				1	63.93	9.4	12
				2	76.98	9.6	2
				2	89.78	9.5	11
4	400	----	----	0	0	0	----
5	600	----	----	0	0	0	----
6	400	60.57	9.4	1	48.96	11.0	6
				1	69.91	9.4	7
				1	81.11	9.6	9
				2	1.03	11.1	6
				2	21.98	9.6	7
				2	83.17	9.8	9
				2	33.23	9.4	12
11	200	0	9.3	1	56.05	9.4	8
				1	2.78	9.6	9
				1	38.33	9.4	11
				1	2.83	9.4	12
				2	71.36	9.5	8
				2	28.64	9.4	11
12	200	6.19	9.3	1	8.11	9.4	7
				1	72.58	9.6	8
				1	19.31	9.7	9
				2	93.81	9.5	11
Total del valor de las ventas \$ 15376.00							

Tabla 4.16. Colocación del suministro de potencia.

Como resultado el flujo de potencia tiene un costo de \$ 4875.70, el cual es mayor que el del anterior problema debido a que la energía fluye por las líneas más caras, como se observa en la tabla 4.17.

Línea #	Del nodo	Al nodo	Flujo (Mw)	Costo \$
1	1	2	-154.23	308.46
2	1	4	-72.86	349.72
3	1	12	227.09	408.76
4	2	3	-104.23	187.61
5	3	11	189.67	682.61
6	3	4	72.86	291.44
7	5	7	55.49	166.47
8	5	6	-55.49	199.76
9	6	10	33.92	81.41
10	7	8	-44.50	66.75
11	8	12	-244.50	1320.30
12	9	10	-33.92	61.05
13	9	12	-166.07	581.24
14	11	12	89.67	170.37

Tabla 4.17. Flujos de potencia por las líneas y costos de transmisión cuando se tienen dos bloques de generación de las máquinas.

#### 4.5

#### RESUMEN

Una alternativa diferente a las metodologías tradicionales para determinar el costo de la energía es el mecanismo para determinar los precios de la energía basado en ofertas de participantes, el cual incrementa los beneficios de los vendedores y protege a los clientes.

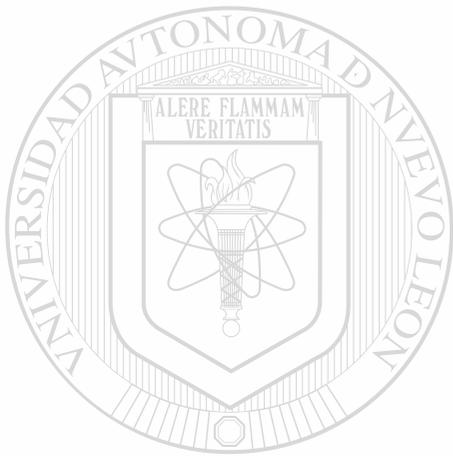
Se consideraron algoritmos de PL para la solución de mecanismos de precios basado en contratos bilaterales dentro de un sistema eléctrico. En los modelos de compra/venta de energía presentados se modelan distintas restricciones para proteger los intereses de los participantes en la solución del despacho.

La formulación presentada en este capítulo, refleja como puede establecerse un mercado de energía entre compradores y vendedores. Un problema reflejado por este modelo presentado es que no toda la carga obtiene la energía que solicitan. La razón principal es por el proceso de búsqueda del óptimo basado en las ofertas propuestas por los participantes.

Una de las variantes presentadas reflejó que si el precio de reservación de los

generadores o la oferta presentada por los compradores cambia de valor (abajo y arriba respectivamente), las cargas obtuvieron toda la energía demandada.

Por otro lado, es importante mencionar que el sistema de transmisión tiene un papel muy importante en la colocación de la demanda. Quedó demostrado en este capítulo que se tuvo que mover el límite de transmisión en la línea 11 para obtener una solución factible del problema y con ello una colocación de la demanda mayor.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# CAPITULO 5

## PRECIOS DE ENERGIA BASADO EN COSTOS MARGINALES

### 5.1 INTRODUCCION

Con la introducción de competencia en la industria eléctrica, los mercados de energía han tenido un auge importante. Un mercado de energía existe cuando hay un grupo de vendedores que ofrecen su producción de energía y un grupo de compradores interesados en la compra de dicha energía.

En los últimos años las empresas eléctricas de muchos países han experimentado un cambio importante en su estructura. Estas nuevas estructuras permiten tener mayor apertura y flexibilidad para compradores y vendedores e incluso influyen de manera importante en la operación y confiabilidad del sistema eléctrico (ver figura 5.1). Los mecanismos de compra/venta de electricidad deben ir acompañados de estrategias o acciones para mantener la confiabilidad y continuidad de los servicios eléctricos.

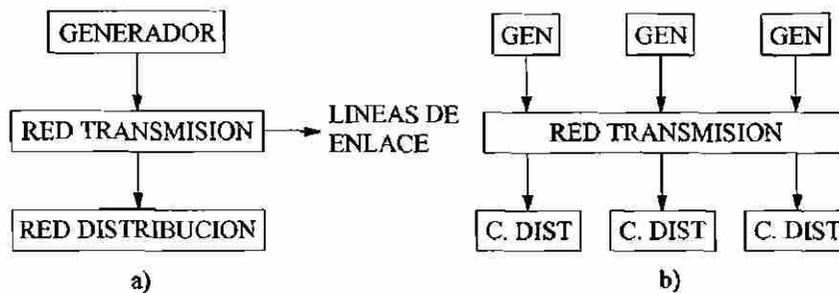


Fig. 5.1. Reestructuración de la industria eléctrica. a) antes, b) después.

Idealmente, la estructura y los mecanismos de administración o reglas del mercado tienen que estar bien definidos y la competencia entre los participantes debe ser vigorosa para obtener beneficios, maximizando así el bienestar social.

En este capítulo se presenta el desarrollo de un algoritmo para determinar el precio de la energía en un mercado competitivo teniendo como base el costo marginal de producción de energía eléctrica. El costo marginal es el costo para el sistema, de proveer una unidad adicional (marginal) de electricidad.

Se analiza también la formalización de las transacciones de energía, las cuales se ven afectadas por diversos factores que se incluyen en proceso de optimización.

## 5.2 MERCADO ELECTRICO

Para que exista un mercado de energía es necesario que haya mecanismos para la compra/venta de energía entre productores y consumidores. En el caso del mercado de energía eléctrica los participantes dependerán del modelo seleccionado para introducir la competencia [5].

El modelo que se presenta en este capítulo supone competencia al mayoreo entre compradores y vendedores. La diferencia ahora es que el precio de la energía está basado en las ofertas de energía al mercado y el precio se determina con el costo marginal de producción, en el capítulo anterior las transacciones de energía eran hechas de acuerdo a contratos bilaterales entre participantes.

### 5.2.1 Oferta, beneficio y precio del mercado

Una oferta es la cantidad de un bien o servicio que un agente económico está dispuesto a vender a un precio en un tiempo determinado. Esta definición puede adaptarse a nuestro estudio, donde los agentes pueden ser los vendedores y/o compradores de energía eléctrica. Las ofertas que los participantes del mercado proponen sirven para establecer un equilibrio en las transacciones de energía. Ejemplo de ofertas: Se requieren 330 Mw y se está dispuesto a pagar un máximo de 15 \$/Mwh; o un vendedor, se tienen disponibles 500 Mw a un precio mínimo de 20 \$/Mwh.

El beneficio es el ahorro que se presenta relacionado con las ofertas de los participantes del mercado, es decir la diferencia que existe entre el precio de venta y el precio de compra de energía y la diferencia entre el precio de venta y el costo de producción. Más adelante se presentarán algunos casos donde el beneficio se selecciona como función objetivo

El precio del mercado (PM) es el costo al que se va a vender y/o comprar la energía. Este PM puede ser influenciado por diversos factores, lo que resulta como volatilidad del precio. Una de las ventajas de la industria eléctrica regulada es la estabilidad del precio, donde los vendedores y compradores conocen el precio de la energía y pueden depender de precios estables porque no varían rápidamente y son previsibles. En contraste, en un mercado competitivo, los precios fluctúan dependiendo de las condiciones del mercado y a menudo por razones inexplicables, como sucede en el mercado de valores.

En el análisis que se presenta, las ofertas de los participantes son especificadas arbitrariamente, pero no sería este el caso si las ofertas van a ser aplicadas para determinar el PM en un sistema real.

### 5.3 DETERMINACION DEL PRECIO DE MERCADO DE ACUERDO AL COSTO MARGINAL

En un mercado de energía pueden existir convenios a corto, mediano y largo

plazo. En los convenios a largo plazo se establecen acuerdos de capacidad disponible (Mw), cantidad de energía (Mwh), precio, período y horario. Este tipo de acuerdo puede ser atractivo para las partes involucradas ya que asegura parte del requerimiento de la parte compradora y coloca parte de los recursos de producción de la parte vendedora. El riesgo está en el acuerdo sobre el precio, pero en general, bastaría especificar un precio atractivo, con beneficios tangibles para ambas partes para lograr un buen acuerdo.

A medida que se acerca el tiempo para suministrar la demanda, se puede conocer con mayor precisión el comportamiento de la carga, aunque todavía no de manera exacta. En este momento, la parte compradora puede considerar importante asegurar otra parte del requerimiento de energía de los usuarios mediante la compra en un mercado de mediano o corto plazo o establecer un contrato bilateral con alguna compañía.

La forma usual de realizar estas transacciones es a través de una organización independiente reconocida la cual recibe ofertas de los productores y de los vendedores, así como la energía disponible y la energía que se pretende comprar o consumir. La tarea importante de la organización es recibir las ofertas y determinar el PM de la energía. Es común trabajar con mercados horarios, es decir con ofertas que son establecidas para determinar el PM en cada hora del día.

Las ofertas propuestas por parte de los participantes del mercado son dadas arbitrariamente y se trabajarán con diferentes estrategias de compra/venta para determinar el PM, considerando el costo marginal de producción de energía eléctrica. Este estudio es realizado con la ayuda del TOM y al igual que en los capítulos anteriores se obtendrá el despacho de potencia activa.

Se presentan dos algoritmos para la optimización del despacho de energía en un mercado eléctrico competitivo. En el algoritmo representado por las ecuaciones 5.1.a – 5.4.a se minimiza el costo. El segundo algoritmo busca la maximización del beneficio que se pudiera presentar en el despacho, tomando en cuenta las ofertas de los participantes; ecuaciones 5.1.b – 5.4.b.

$$\text{maximizar} \quad - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_i x_{ij} \quad (5.1.a)$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i = P_{i,max} \quad (5.2.a)$$

$$\sum_j^n x_{ij} \geq P_{i,min} \quad (5.3.a)$$

$$\sum_i^m x_{ij} \leq d_j \quad (5.4.a)$$

$$\text{maximizar} \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (odem_j - c_i) x_{ij} \quad (5.1.b)$$

$$\text{sujeto a} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} + y_i = P_{i,max} \quad (5.2.b)$$

$$\sum_j^n x_{ij} \geq P_{i,min} \quad (5.3.b)$$

$$\sum_i^m x_{ij} \leq d_j \quad (5.4.b)$$

$$x_{ij} > 0, y_i > 0 \quad (5.5)$$

donde

$m$  = Número de vendedores (generadores)

$n$  = Número de compradores

$P_{i,max}$  = Potencia máxima ofrecida por el vendedor  $i$

$P_{i,min}$  = Potencia mínima ofrecida por el vendedor  $i$

$d_j$  = Potencia deseada por el comprador  $j$

$c_i$  = Precio pactado por el vendedor  $i$

$x_{ij}$  = Potencia comprada por el comprador  $j$  al vendedor  $i$

$y_i$  = Potencia no vendida ofrecida por el vendedor  $i$

$odem_j$  = Precio propuesto por el comprador  $j$

La función objetivo representada por la ecuación (5.1.a) representa el total del costo de todas las transacciones y la función objetivo representada por la ecuación (5.1.b) indica el total del ahorro de los compradores que se obtiene en el despacho de

energía. Las restricciones de la ecuación (5.2.a y 5.2.b) representa la suma de la potencia vendida y la no vendida que debe ser igual a la potencia máxima que puede entregar el generador  $i$ . Las restricciones representadas por la ecuación (5.3.a y 5.3.b) requiere que la potencia que vende el generador  $i$  debe de ser mayor o igual a una cierta potencia mínima que establece el generador  $i$ . La restricción de las ecuaciones (5.4a y 5.4.b) indican que el comprador va a obtener toda o una parte de la energía que requieren sus cargas dependiendo de cómo se desenvuelve la optimización o si las restricciones del sistema lo permiten. Por último, la ecuación (5.5) indica que la potencia vendida y la no vendida debe de ser igual o mayor que cero, válida para los dos algoritmos.

El sistema eléctrico para este análisis es el mostrado en la figura 5.2. La tabla 5.1 muestra los datos de la red de transmisión del sistema eléctrico. El sistema consta de dos generadores y dos cargas, los cuales presentan sus ofertas en forma independiente como se muestran en las tablas 5.2 y 5.3.

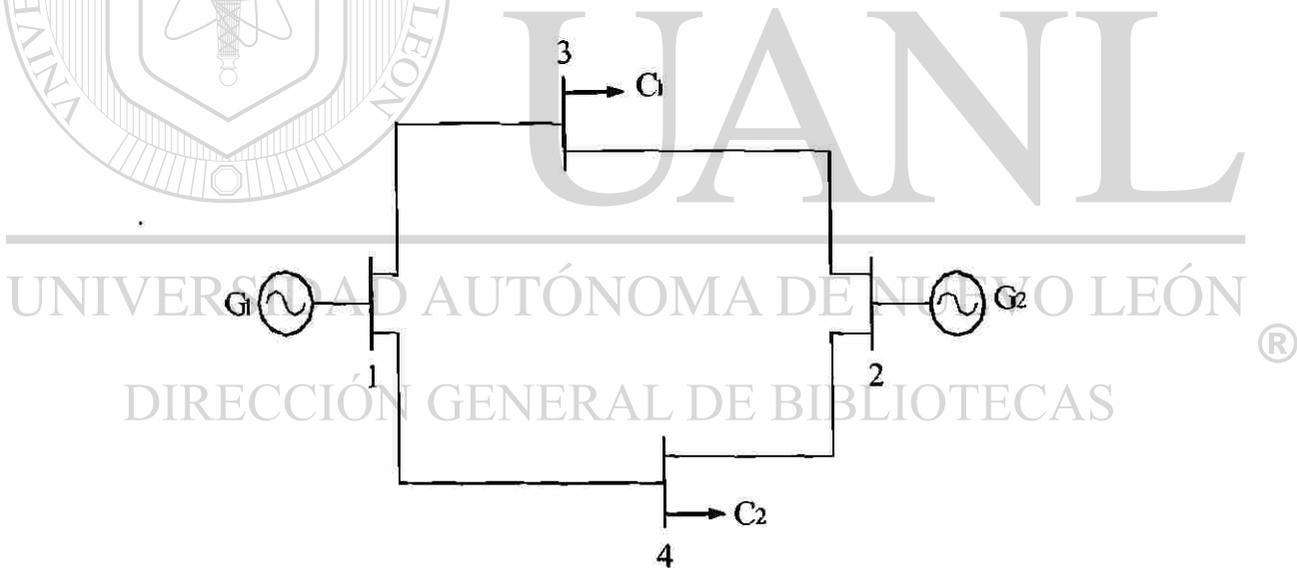


Fig. 5.2. Sistema de potencia para el mercado eléctrico.

Línea	Nodo i	Nodo j	X (p.u.)
1	1	3	0.40
2	1	4	0.10
3	2	3	0.20
4	2	4	0.50

Tabla 5.1. Datos de la red de transmisión del sistema eléctrico.

Gen	Bloque 1		Bloque 2	
	\$/Mwh	Mw	\$/Mwh	Mw
1	10	50-100	15	100-200
2	12	40-80	18	80-150

Tabla 5.2. Ofertas establecidos por los vendedores.

Carga 1		Carga 2	
\$/Mwh	Mw	\$/Mwh	Mw
15.5	150	13	120
16	100	16	80
20	60	18	50

Tabla 5.3. Ofertas propuestas por los compradores.

### 5.3.1. Caso 1

El caso más sencillo considera las ofertas de los productores para una hora específica de tiempo. La demanda total es la suma de lo que solicitan los compradores en las dos cargas. En este caso los compradores no establecen ningún tipo de condición para el precio de la energía, es decir aceptan el precio que resulte de la optimización de las ofertas.

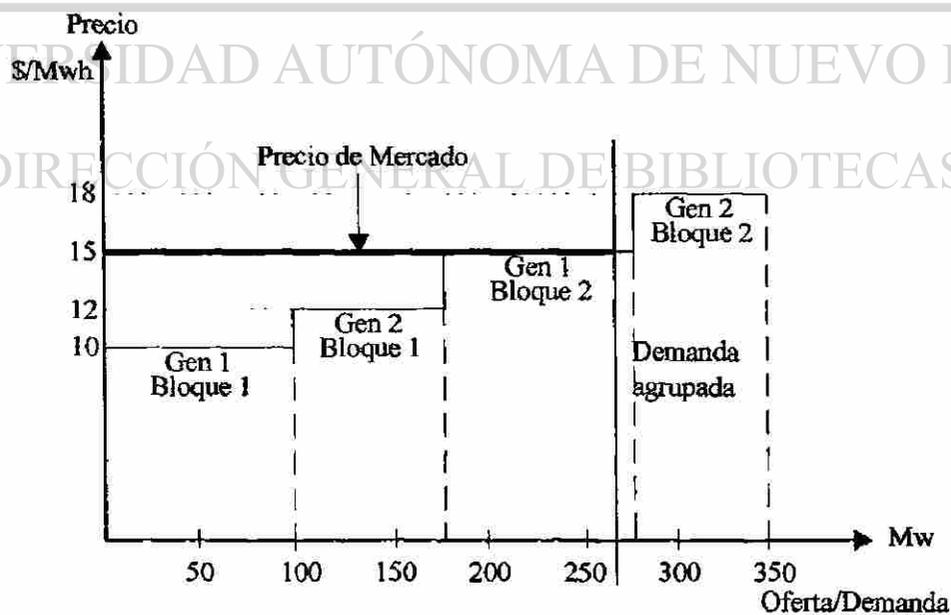


Fig. 5.3. Oferta y demanda horaria para transacciones donde los compradores no imponen condiciones al precio de la energía.

En la figura 5.3 la oferta que define el precio del mercado es la del generador 1 en su bloque de generación 2, el costo marginal de la energía es entonces 15.0 \$/Mwh y define el PM. El bloque 2 del generador 2, por el valor de su oferta, no es utilizado en esta hora, por lo cual quedaría de reserva cuando la demanda sea más elevada. Los flujos de potencia se muestran en la tabla 5.4.

Línea #	Del nodo	Al nodo	Flujo (Mw)
1	1	3	70.0
2	1	4	120.0
3	2	3	80.0
4	2	4	0.0

Tabla 5.4. Flujos de potencia por las líneas.

### 5.3.2. Caso 2

Para un comprador el precio es un factor central en el proceso de compra, trátase del producto que se trate, en los mercados eléctricos es el factor principal para concretar las transacciones de compra/venta de energía. En los siguientes casos se presenta el proceso de compra basado en las ofertas de compradores y vendedores. El comprador establece la cantidad de energía que va a comprar en base a las ofertas establecidas por ellos mismos de acuerdo al monto de energía, así como se muestra en la tabla 5.3.

Basado en las ofertas de los compradores y vendedores de energía se analiza un despacho utilizando el algoritmo mostrado en las ecuaciones 5.1.b – 5.4.b el cual maximiza el beneficio del mercado. La tabla 5.5 muestra los resultados de la colocación de la energía.

Gen	Bloque	Vendida a		Nodo	PM \$/Mwh
		Carga 1 (Mw)	Carga 2 (Mw)		
1	1	65.0447	34.9553	1	15.0
2	1	51.8335	28.1665	2	15.0
1	2	33.1217	16.8782	3	15.0
Total		150.0	80.0	4	15.0

Tabla 5.5. Colocación del suministro de energía maximizando el beneficio.

En la figura 5.4 se identifica la característica del consumo (característica descendente) y de manera similar se identifica la característica de las ventas de los productores (característica ascendente) de acuerdo al precio de la energía.

La interpretación de esta gráfica es la siguiente: Entre más bajo esté el precio de la energía, los consumidores comprarán más energía, pero si el precio crece dejarán de comprar hasta que las ofertas establecidas por ellos lo permitan. Las ofertas de los compradores se combinan en una sola característica. Para el productor, a medida que el precio de compra de la energía crece, es más rentable y factible vender. Asimismo, para precios bajos la oferta de generación puede ser mínima o puede llegar a ser cero. En la figura 5.4 la característica ascendente muestra las ofertas de los productores agrupadas en una sola característica.

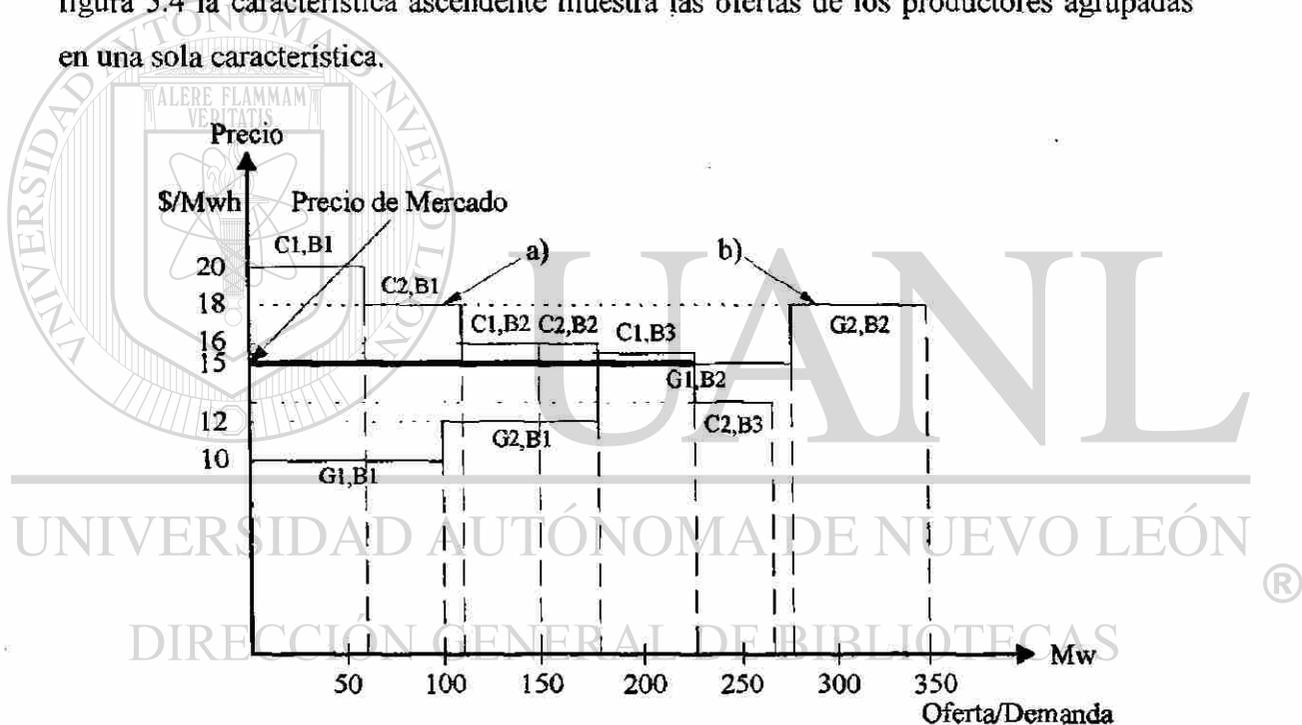


Fig. 5.4. Características del consumo y venta de energía en función del precio. a) Ofertas de compradores. b) Ofertas de productores.

El punto de intersección de las características de la figura 5.4 establece el PM, en este caso el valor es 15.0 \$/Mwh. Los valores de la colocación de energía se identifican en la tabla 5.5, el generador 1 entrega 65.04 Mw a la carga 1 y 34.95 Mw a la carga 2 en su bloque de generación 1 (100 Mw). A su vez, el generador 2 entrega 51.83 Mw a la carga 1 y 28.16 Mw a la carga 2 también en su bloque de generación 1 (80 Mw), por último el bloque 2 del generador 1 suministra 33.12 Mw a la carga 1 y 16.87 a la carga

2. Por parte de los consumidores, el bloque 3 de la carga 2 (C2,B3, ver figura 5.4,) no es suministrada porque la oferta propuesta para este bloque de demanda es menor que el PM. Por parte de los productores el bloque 2 del generador 2 no participa en la venta de energía por tener una oferta mayor que el PM resultante. Los flujos de energía se muestran en la tabla 5.6.

Línea #	Del nodo	Al nodo	Flujo (Mw)
1	1	3	66.67
2	1	4	83.33
3	2	3	83.33
4	2	4	-3.33

Tabla 5.6. Flujos de potencia para el caso donde se maximiza el beneficio.

En este caso se obtiene un beneficio de \$ 1285.0 y un PM de \$ 15.0, el cual es el costo marginal de producción. Este beneficio se obtiene de la diferencia que existe entre las ofertas de compradores y de vendedores, multiplicado por la petición de la transacción. Por otro lado, el ahorro real que obtendrá cada participante es la diferencia que existe entre su oferta propuesta y el valor del PM multiplicado por la transacción. Si se traza una recta horizontal tomando como referencia el precio de \$ 15.0 por cada Mwh, el beneficio obtenido para cada participante es la diferencia que existe entre este costo y el precio de la oferta.

Más adelante se demostrará por medio del “Análisis de Sensitividad” [1, 4], el procedimiento para determinar el PM de acuerdo al costo marginal de producción. En el análisis se toman como referencia los multiplicadores de Lagrange de los balances de la energía de las cargas para determinar el PM, y se emplea en forma distinta cuando se está trabajando con la minimización del costo en comparación con la maximización del beneficio.

### 5.3.3. Caso 3

En capítulos anteriores se mencionó que el TOM es una herramienta muy versátil que permite resolver problemas que presenten restricciones de cualquier tipo. De esta forma, ahora vamos a presentar una variante del problema anterior, en donde la ecuación

5.4.b se convierte en una ecuación de igualdad, como se muestra en la ecuación 5.6.

$$\sum_i^m x_{ij} = d_j \quad (5.6)$$

Los resultados del algoritmo con esta variante del problema fueron favorables. La función objetivo tiene un valor de \$ 1205.0, el cual indica el ahorro total del mercado de energía.

De acuerdo con la optimización del problema, se logra suministrar el total de la carga demandada por los consumidores a un PM de 15.0 \$/Mwh (costo marginal de producción de los balances nodales de potencia). Este precio no concuerda con la oferta establecida por la carga 2 en su bloque 3, ya que la oferta para este bloque de carga es 13.0 \$/Mwh, por lo que dicho resultado puede o no ser aceptado por los consumidores.

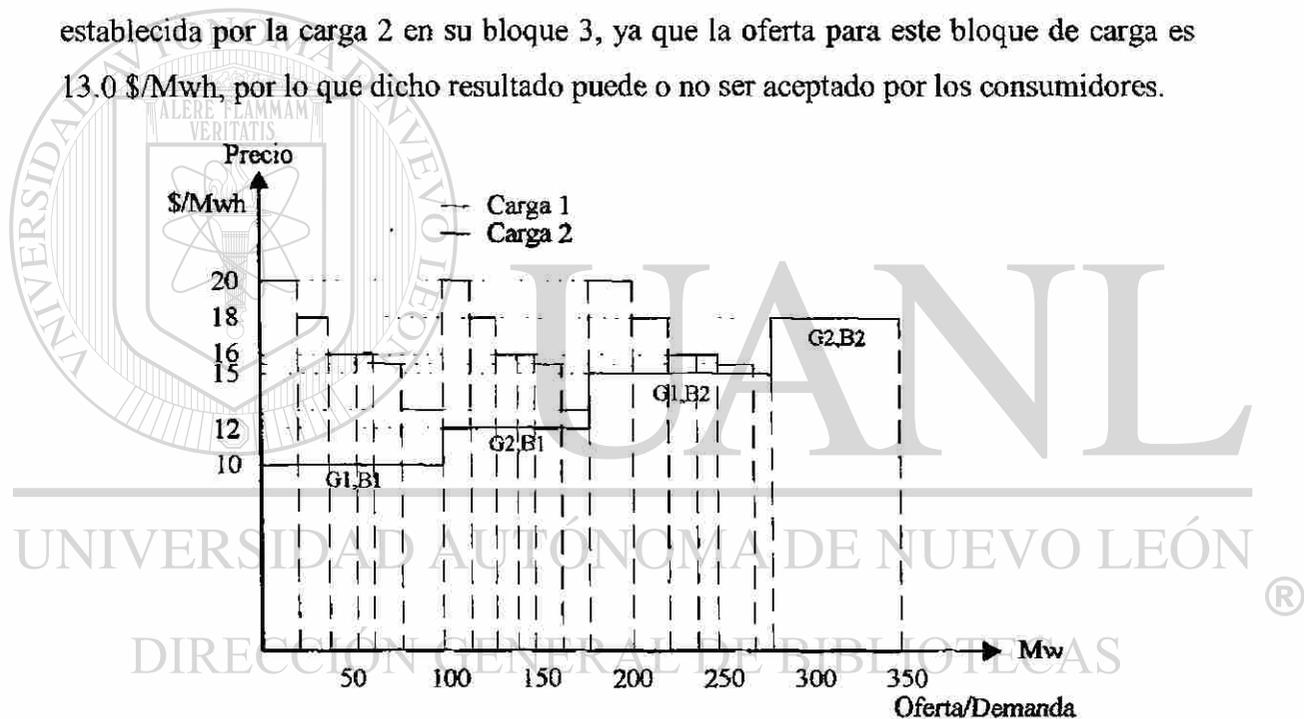


Fig. 5.5. Características del consumo y venta de energía maximizando el beneficio.

En la Figura 5.5 se observan los bloques de generación de cada máquina y el suministro de energía a los consumidores. Las líneas que se encuentran en la parte superior de la gráfica, indican la energía que cada bloque de generación suministra a los centros de demanda y están separadas de acuerdo a la oferta propuesta por cada comprador.

Este es un caso interesante, que puede ser o no aceptado por los compradores, en especial por la carga 2. De acuerdo a los resultados de este problema se tiene un

beneficio de \$ 1205.0, pero no se respetan las ofertas de los consumidores, aún así el beneficio para ambos lados de los participantes es grande. Si se observa la carga 2, en sus bloques 1 y 2, está obteniendo un beneficio mucho mayor que lo que pierde en el bloque 3, es por esta razón que se debe analizar este caso. Si no se llega a un acuerdo, se pueden despachar según los resultados del problema del caso 2 donde se opta por cortar la carga del bloque 3 del centro de carga 2.

En la tabla 5.7 se presenta la colocación del suministro de energía en forma concentrada de acuerdo a la figura 5.5. En esta tabla se observa que las cargas obtienen la demanda que solicitan y la energía distribuida por bloques de cada generador a las cargas. En la tabla 5.8 se muestran los flujos de potencia por las líneas.

Gen	Bloque	Vendida a		Nodo	PM \$/Mwh
		Carga 1 (Mw)	Carga 2 (Mw)		
1	1	48.7178	51.2822	1	15.0
2	1	41.9038	38.0961	2	15.0
1	2	59.3783	30.6217	3	15.0
Total		150.0	120.0	4	15.0

Tabla 5.7. Colocación del suministro de energía maximizando el beneficio.

Línea #	Del nodo	Al nodo	Flujo (Mw)
1	1	3	70.0
2	1	4	120.0
3	2	3	80.0
4	2	4	0.0

Tabla 5.8. Flujos de potencia por las líneas.

Al utilizar el algoritmo representado por las ecuaciones 5.1.a – 5.4.a, donde se minimiza el costo de la función objetivo, para resolver el problema anterior e incluir la ecuación 5.7 dentro de la optimización, la cual indica que cada una de las transacciones que se presenten en el intercambio debe ser mayor o igual que cero. Los resultados obtenidos en esta optimización son los mismos que los presentados en la figura 5.5 y tabla 5.7 y 5.8. Se tiene un beneficio global de \$ 1205.0.

$$(odem_j - c_i)x_{ij} \geq 0 \quad (5.7)$$

## 5.4 MERCADO DE ENERGIA CON RESTRICCIONES EN EL SISTEMA DE TRANSMISION

Es importante señalar que existen otros mecanismos de competencia utilizados en los sistemas eléctricos para lograr objetivos relacionados con la seguridad operativa y la calidad del servicio. Asimismo, un aspecto a considerar en la implantación de un mercado competitivo, es la capacidad del sistema de transmisión para concretar las transacciones comerciales entre los participantes. En la mayoría de los sistemas es necesario instrumentar mecanismos para resolver el congestionamiento de trayectorias de transmisión en las redes eléctricas.

La red de transmisión es el medio primordial para materializar las transacciones de compra/venta de energía en el mercado. Para mantener la eficiencia en el uso de las redes de transporte, es importante que los centros de generación y demanda se ubiquen en lugares estratégicos. Esto es complicado por el hecho de que en un mercado competitivo existen muchos vendedores y compradores de energía, los cuales no necesariamente están en lugares estratégicos, lo cual hace que la seguridad del sistema de transmisión se vea afectada por el flujo de potencia a través de la red.

Cada línea de transmisión, transformador y cualquier otro equipo en el sistema de potencia tiene una cierta capacidad. Usualmente, la capacidad para cualquier ruta de transmisión está definida por la capacidad máxima del equipo que sostiene la mínima carga de todos los equipos utilizados en una trayectoria de transmisión. Asimismo, existe un límite en la red de transmisión derivado de condiciones del sistema, el cual puede ser mucho menor. Las limitaciones usuales dependen del voltaje, la seguridad y la estabilidad del sistema [1, 23, 24].

Ahora se presenta una aplicación donde las cargas no proponen ninguna oferta para la energía que desean comprar, además se incluye una restricción del flujo de potencia por la línea 3 con un límite de 50 Mw. Inicialmente, cuando no existían restricciones en la red de transmisión, el flujo por esta misma línea era de 80 Mw y el precio de la energía para todos los compradores fue de \$ 15.0 (caso 1). El algoritmo utilizado en esta sección es el descrito por las ecuaciones 5.1.a - 5.4.a.

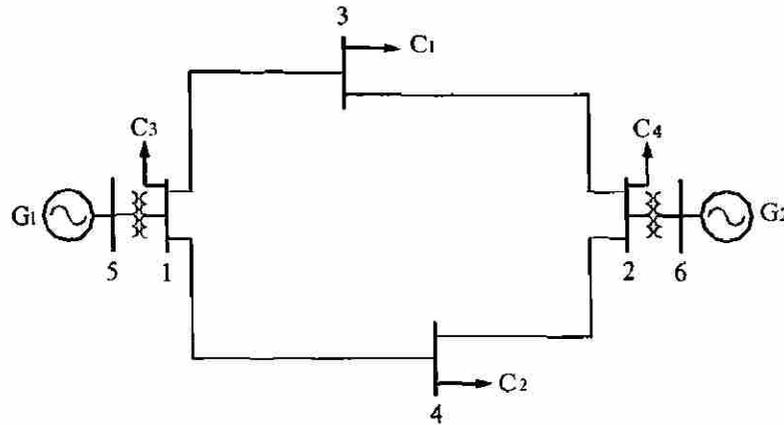


Fig. 5.6. Sistema de potencia para el problema con restricciones de flujos de potencia.

Este problema es interesante por el efecto en la colocación de la demanda y la forma en que queda establecido el precio de la energía. En los casos presentados anteriormente se manejaron 2 bloques de generación por cada máquina, y un valor diferente de cero en el límite mínimo de generación. De acuerdo a estos datos y al despacho de energía con la restricción de flujo antes mencionada, no se obtiene una solución factible. Para obtener una solución, se incrementó la generación disponible en cada una de las máquinas (bloque 3, ver tabla 5.9) y se modificó el límite mínimo generación (0 Mw).

Gen	Bloque 1		Bloque 2		Bloque 3	
	\$/Mwh	Mw	\$/Mwh	Mw	\$/Mwh	Mw
1	10	0-100	15	100-200	19	200-300
2	12	0-80	18	80-150	20	150-210

Tabla 5.9. Ofertas establecidos por los vendedores con tres bloques de generación por máquina.

En la tabla 5.10 se presentan los resultados de la optimización. Se observa un incremento considerable en la generación de la máquina 1 y por consiguiente una disminución en la generación de la máquina 2 con respecto al primer problema presentado, aportando sólo 21 Mw al sistema. La carga en los nodos generadores se fijó en 1 Mw. El PM para las cargas de los nodos generadores está regido de acuerdo a la oferta del último bloque de generación de las máquinas del nodo al que están conectadas (ver tablas 5.9 y 5.10). El PM de las otras dos cargas es distinto a los problemas anteriores, resultando en una combinación de las ofertas de ambos generadores, más adelante se demostrará con el análisis de sensibilidad porqué resultan estos costos.

Gen	Bloque	Carga 1 Mw	Carga 2 Mw	Carga 3 Mw	Carga 4 Mw
1	1	56.834	42.763	0.201	0.201
2	1	9.524	11.06	0.207	0.207
1	2	54.644	44.797	0.279	0.279
1	3	28.997	21.378	0.312	0.312
Total		150.0	120.0	1.0	1.0
PM \$/Mwh		23.6667	17.8333	19.0	12.0

Tabla 5.10. Colocación del suministro de energía minimizando el costo con restricciones de flujo de potencia.

En la tabla 5.11 se muestran los flujos de potencia por las líneas. Como se observa, la restricción planteada anteriormente se cumple. Esta restricción tiene un costo asociado de \$ -14.0, lo que significa que si la restricción de flujo aumenta en una unidad, el valor de la función objetivo disminuirá en 14 unidades.

Línea #	Del nodo	Al nodo	Flujo (Mw)
1	1	3	100.0
2	1	4	150.0
3	2	3	50.0
4	2	4	-30.0

Tabla 5.11. Flujos de potencia por las líneas.

Este caso es el mismo que el mostrado en la figura 5.3, sólo con la diferencia que el flujo por la línea 3 está restringido en 50 Mw y que se incluyó carga en los nodos generadores. Se observa que el PM es muy distinto entre los dos despachos y el valor de la función objetivo aumentó, ya que se tuvieron que utilizar generadores más caros para suministrar la demanda y cumplir con las restricciones del problema. En este despacho se observa la forma en que queda dividido el PM por zonas o por nodos, todo debido a las restricciones en el sistema de transmisión.

En la figura 5.7 se muestra la forma en que quedó distribuido el suministro de energía. La energía entregada por los generadores está distribuida y mostrada en diferentes colores de acuerdo a cada caso estudiado. En la tabla 5.12 se detallan los resultados de la figura 5.7. En todos los casos se cumple con el total de la demanda

requerida por las cargas; 1 Mw en los nodos generadores, 150 Mw para la carga del nodo 3 y 120 Mw para la carga del nodo 4.

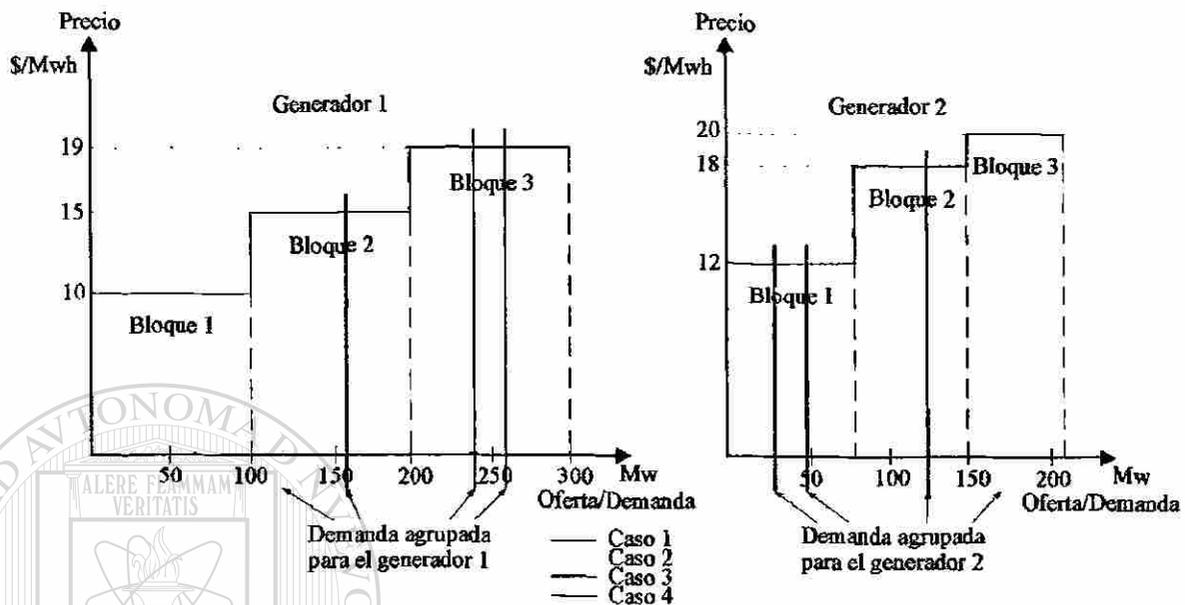


Fig. 5.7. Oferta y demanda para la minimización de la función objetivo con restricciones de flujo.

Caso	Restricción en la línea del nodo al nodo	Flujo sin restricción	Límite de flujo	Flujo con restricción	Potencia generada (Mw)		Reserva (Mw)	
					Gen 1	Gen 2	Gen 1	Gen 2
1	2-3	80.0	50.0	50.0	251.0	21.0	49.0	229.0
2	1-4	120.0	80.0	80.0	111.0	161.0	189.0	89.0
3	1-3 + 4-2	70.0	35.0	35.0	156.0	116.0	144.0	134.0
4	2-3 + 4-1	-40.0	-80.0	-80.0	231.0	41.0	69.0	209.0

Tabla 5.12. Resultados de la minimización con restricciones de flujo.

En la tabla 5.13 se muestra el PM para cada uno de los nodos de carga, los costos asociados a las restricciones de flujo y el valor de la función objetivo para cada uno de los casos. La información de estos casos se puede interpretar en la forma siguiente: En el caso 1, se restringe el flujo en la línea 3, la generación de la máquina 2 baja y la de la máquina 1 sube en sus bloques de generación más caros; igual pasa en el caso 2, pero en forma inversa. En los casos 3 y 4 el flujo se restringe de tal forma que la generación no pasa de un cierto nivel, quedando cada zona aislada. Para el caso 3, las cargas  $C_1$  y  $C_4$  dependen de la generación de la máquina 2, por lo que el PM para estas cargas se fija en \$18.0 de acuerdo al bloque 2 de esta máquina y las otras dos cargas dependen de la

generación de la máquina 1 quedando con un PM de \$ 15.0 (ver figura 5.8 y tabla 5.13). En el caso 4, las cargas  $C_1$  y  $C_3$  dependen de la generación de la máquina 1 con un PM de \$ 19.0 y las cargas  $C_2$  y  $C_4$  dependen de la generación de la máquina 2 con un PM de \$ 12.0 (ver figura 5.8 y tabla 5.13). El PM para cada una de las cargas son los costos marginales de generación de las máquinas.

Caso	PM \$/Mwh				Costo de la restricción de flujo	Función objetivo \$
	Carga 1	Carga 2	Carga 3	Carga 4		
1	23.66	17.83	19.0	12.0	-14.0	3721.0
2	18.33	24.16	15.0	20.0	-10.0	3605.0
3	18.0	15.0	15.0	18.0	-3.0	3448.0
4	19.0	12.0	19.0	12.0	-7.0	3581.0

Tabla 5.13. Precios de mercado y costos asociados.

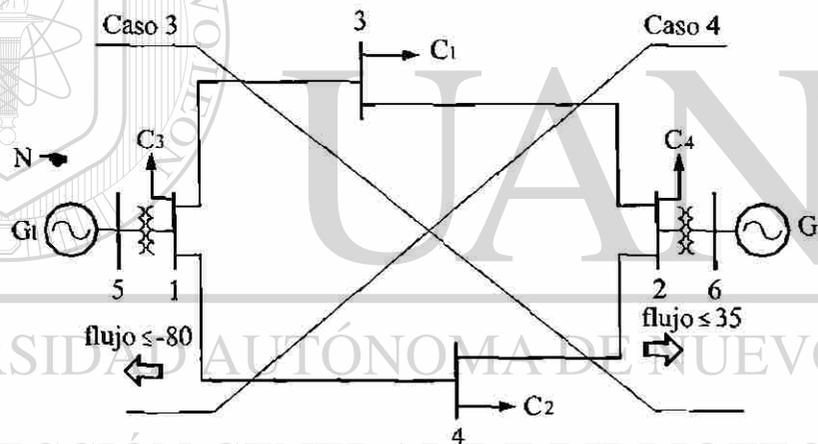


Fig. 5.8. Sistema eléctrico dividido por las restricciones de flujo.

Los casos presentados en la figura 5.7 son analizados nuevamente utilizando el algoritmo presentado en las ecuaciones 5.1.b - 5.3.b y la restricción de la ecuación 5.6, el cual indica maximizar el beneficio en las transacciones del mercado y suministrando toda la energía que piden las cargas. Se toman en cuenta las ofertas mostradas en la tabla 5.3 y se manejan las mismas restricciones de flujo que se mostraron anteriormente.

Los resultados para el PM, los flujos de potencia por las líneas, la energía suministrada por los generadores son los mismos a los presentados en las tablas 5.12 y 5.13. El valor de la función objetivo es \$825.0, \$ 945.0, \$ 1100.0 y \$ 965.0 para los

casos 1 al 4, respectivamente.

Ahora se presenta el problema cuyos resultados fueron mostrados en la figura 5.4 y la tabla 5.5, sólo que en este caso el flujo de potencia en las líneas de transmisión es restringido. La función objetivo para este análisis es la mostrada en la ecuación 5.1.b cuyas restricciones son las ecuaciones 5.2b-5.4b y 5.5, además de las restricciones de flujo. Las ofertas de los participantes del mercado son tomadas en cuenta para la compra/venta de energía (ver tablas 5.2 y 5.3).

El aspecto importante a observar es como se comporta el suministro de energía con la inclusión de las restricciones de flujo en el sistema de transmisión. Los resultados mostrados en las tablas 5.4 y 5.5 son tomados de referencia para la inclusión de las restricciones de flujos de potencia.

Caso	Restricción en la línea del nodo al nodo	Flujo sin restricción	Límite de flujo (Mw)	Flujo con restricción (Mw)	Potencia generada (Mw)		Potencia Consumida (Mw)	
					Gen 1	Gen 2	Carga 1	Carga 2
1	2-3	83.33	50.0	50.0	100.0	60.0	80.0	80.0
2	1-4	83.33	60.0	60.0	124.54	80.0	150.0	54.545
3	1-3 + 4-2	70.0	35.0	35.0	115.0	80.0	115.0	80.0
4	2-3 + 4-1	0.0	-40.0	-40.0	190.0	80.0	150.0	120.0

Tabla 5.14. Resultados de la maximización del beneficio con restricciones de flujo.

Caso	PM		Restricción de flujo	Valor de la función objetivo
	Carga 1	Carga 2		
1	16.0	14.0	4.8	1180.0
2	15.3636	16.0	1.0909	1259.5
3	15.5	15.0	0.5	1267.5
4	15.0	12.4455	2.5545	1205.0

Tabla 5.15. Precios de mercado y costos asociados en la maximización del beneficio.

Las tablas 5.14 y 5.15 muestran los resultados de los despachos de energía. Se observa que solo en el caso 4 se logra suministrar toda la energía que las cargas requieren, ya que en los demás casos la restricción de flujo en las líneas no permite que se suministre el total de la energía demandada. Por otro lado se observa en todos los

casos, que la restricción de flujo añadida al problema queda en su máximo valor, asociado a ella un costo incremental; como se muestra en la tabla 5.15.

Revisado los resultados de la optimización, el PM es distinto para cada centro de demanda debido a las restricciones de flujo en el sistema de transmisión. El resultado del PM resulta de una combinación de las distintas ofertas establecidas por los participantes del mercado. En el caso 4 el PM puede ser o no aceptado por todos los participantes, ya que no cumple con las ofertas establecidas por todos los participantes. Es decir, la energía se venderá a \$15.0 a  $C_1$  y a \$12.4455 a  $C_2$ ; estos precios si cumplen con las ofertas establecidas en un principio por los centros de demanda, pero no cumplen con las ofertas de los vendedores. El  $G_1$  entrega al sistema 190 Mw y basado en sus ofertas corresponde vender la energía a un precio mínimo de \$ 15.0 y el  $G_2$  entrega 80 Mw que le corresponde un precio mínimo de \$12.0. Si relacionamos la oferta de  $G_1$  con la de  $C_2$  no se llegaría a un acuerdo entre estos dos participantes porque el precio de la demanda es menor que el de la oferta.

En la tabla 5.16 se muestran todos los casos presentados en este capítulo. Esta tabla muestra la minimización del costo y la maximización de beneficio, independientemente uno del otro. En ambos planteamientos del problema se incluyen requerimientos de la carga basados en la ecuaciones (4.4) o (4.7). La ecuación (4.4) significa que los centros de carga pueden obtener toda o parte de la demanda solicitada y la ecuación (4.7) significa que los centros de carga obtendrá toda la potencia solicitada.

En los casos del 5 al 12 se incluyó carga (1 Mw) en los nodos generadores, con el objetivo de observar el resultado del precio de mercado en todos los nodos del sistema teniendo restricciones de flujo de potencia en las líneas. Se presenta también la potencia generada por las unidades, la carga consumida y la no suministrada; así como el valor de la función objetivo.

El punto importante que hay que observar en esta tabla, es el precio de mercado para cada uno de los centros de carga del sistema y tener una base de cómo se puede operar el sistema, cuidando que todos los participantes del mercado queden satisfechos con dicha operación.

Caso	Función objetivo	Restricción en la carga	Restricción de flujo	Potencia generada		Potencia consumida						Carga no suministrada $Mw$	Valor de la función objetivo		
				Límite $Mw$	$G_2$ $Mw$	$C_1$ $\$/Mwh$	$C_2$ $\$/Mwh$	$C_3$ $\$/Mwh$	$C_4$ $\$/Mwh$	$Mw$	$Mw$			$Mw$	$Mw$
1	Min costo	No	No	190	80	150	15	120	15	No	No	No	No	0	3310
2	Max beneficio	No	No	150	80	150	15	80	15	No	No	No	No	30	1285
3	Max beneficio	Si	No	190	80	150	15	120	15	No	No	No	No	0	1205
4	Min costo	Si	No	190	80	150	15	120	15	No	No	No	No	0	3310
5	Min costo	No	2-3	251	21	150	23.66	120	17.83	1	19	1	12	0	3721
6	Min costo	No	1-4	111	161	150	18.33	120	24.16	1	15	1	20	0	3605
7	Min costo	No	1-3+ 4-2	156	116	150	18	120	15	1	15	1	18	0	3448
8	Min costo	No	2-3+ 4-1	231	41	150	19	120	12	1	19	1	12	0	3581
9	Max beneficio	Si	2-3	251	21	150	23.66	120	17.83	1	19	1	12	0	825
10	Max beneficio	Si	1-4	111	161	150	18.33	120	24.16	1	15	1	20	0	945
11	Max beneficio	Si	1-3+ 4-2	156	116	150	18	120	15	1	15	1	18	0	1110
12	Max beneficio	Si	2-3+ 4-1	231	41	150	19	120	12	1	19	1	12	0	965

Tabla 5.16. Resumen de los casos de precios de energía.

Caso	Función objetivo	Restricción en la carga	Restricción de flujo		Potencia generada		Potencia consumida				Carga no suministrada Mw	Valor de la función objetivo			
			Línea	Límite Mw	G1 Mw	G2 Mw	C1 \$/Mwh	C2 \$/Mwh	C3 \$/Mwh	C4 \$/Mwh					
13	Max beneficio	No	2-3	50	100	60	80	16	80	14	No	No	No	110	1180
14	Max beneficio	No	1-4	60	124.54	80	150	15.36	54.54	16	No	No	No	65.46	1259
15	Max beneficio	No	1-3+ 4-2	35	115	80	115	15.5	80	15	No	No	No	75	1267.5
16	Max beneficio	No	2-3+ 4-1	-40	190	80	150	15	120	12.44	No	No	No	0	1205

Tabla 5.16. Resumen de los casos de precios de energía (continuación).

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
 BIBLIOTECA GENERAL DE BIBLIOTECAS

## 5.5 ANALISIS DE SENSITIVIDAD EN LA DETERMINACION DEL PRECIO DE MERCADO

Muchos de los disturbios que ocurren en los sistemas de potencia pueden causar serios problemas si el operador del sistema no tiene una reacción rápida para contrarrestar ese disturbio. Mediante el análisis de contingencias el operador del sistema o en su defecto el analista, pueden evaluar el efecto de diversos disturbios analizando las posibles contingencias utilizando los factores de sensibilidad.

Al igual que en los capítulos anteriores, se considera una aproximación lineal. El flujo de potencia activa entre los nodos  $i - j$  está dado por

$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad (5.8)$$

donde

$x_{ij}$  es la reactancia de la línea

$\theta_i, \theta_j$  son los ángulos de fase nodales

Para un sistema multinodal, la expresión queda como

$$[P] = [B][\theta] \quad (5.9)$$

donde

$P$  es un vector columna de orden  $n$  que representa las inyecciones nodales de potencia real.

$B$  es una matriz cuadrada de orden  $n \times n$  que representa la matriz de reactancias.

$\theta$  es un vector columna de orden  $n$  que representa los ángulos de fase nodales.

En forma incremental la ecuación (5.9) se expresa como:

$$[\Delta P] = [B][\Delta \theta] \quad (5.10)$$

En forma inversa, la ecuación 5.10 se expresa como

$$[\Delta \theta] = [B]^{-1}[\Delta P] \quad (5.11)$$

La ecuación 5.11 refleja el efecto de cambio en las potencias nodales, en los

ángulos nodales y por consiguiente el cambio en los flujos de potencia en las líneas de transmisión.

El cambio en el flujo de potencia en la línea entre los nodos  $n-m$  con respecto al cambio en la potencia del nodo  $k$  está definido por

$$\frac{\Delta f_l}{\Delta P_k} = \frac{(B_{n,k} - B_{m,k})}{x_{nm}} \quad (5.12)$$

entonces  $\frac{\Delta f_l}{\Delta P_k}$  es el *factor de sensibilidad o de distribución* cuando hay cambios en las potencias nodales. Los factores de sensibilidad del sistema de las figura 5.2 se presentan en la tabla 5.17.

Línea	Nodo			
	1	2	3	4
1	0	-0.5	-0.6667	-0.0833
2	0	-0.5	-0.3333	-0.9167
3	0	0.5	-0.3333	0.0833
4	0	0.5	0.3333	-0.0833

Tabla 5.17. Factores de sensibilidad.

Los factores de sensibilidad con respecto al cambio de potencia del nodo 1 son cero debido a que este nodo es el compensador.

### 5.5.1 Determinación del precio de mercado

Para el caso donde las líneas no estaban restringidas, el PM de todas las cargas fue el mismo (ver tabla 5.5 y 5.6). En el caso de un pequeño incremento de carga en cualquier nodo, el generador disponible más barato sería el que suministraría ese incremento de carga.

Si se restringe el flujo por las líneas, los factores de sensibilidad mostrados anteriormente son de mucha utilidad y permite determinar en forma rápida la variación de los flujos de potencia, las potencias nodales y por supuesto para determinar el PM.

En los resultados de los flujos de potencia mostrados en la tabla 5.4, se observa

que la línea 3 tiene un flujo de 80 Mw, al restringir el flujo por esta misma línea a 50 Mw, el resultado fue que la máquina 2 bajó 60 Mw su generación.

$$f_t^1 = f_t^0 + a_{tk} \Delta P_k \quad (5.13)$$

donde

$$a_{tk} = \frac{(B_{n,k} - B_{m,k})}{x_{nm}} \quad (5.14)$$

Al utilizar la ecuación (5.13) y los factores de sensibilidad calculados para la línea 3, el resultado es el siguiente:

$$80 + 0 * \Delta P_1 + 0.5 \Delta P_2 - 0.3333 \Delta P_3 + 0.0833 \Delta P_4 = 50$$

$$\text{Como } \Delta P_3 = \Delta P_4 = 0$$

Se despeja  $\Delta P_2$

$$\Delta P_2 = \frac{50 - 80}{0.5} = -60 \text{ Mw}$$

El cambio en la generación del nodo 2 es de  $-60$  Mw y por lo tanto el generador del nodo 1 tiene que incrementar su generación para aportar esa potencia, así como se mostró en la tabla 5.12.

Tomando como referencia el caso 1 de las tablas 5.12 y 5.13 y empleando los factores de sensibilidad de la línea 3, además de suponer un aumento de carga en una unidad en los nodos 3 y 4, el desarrollo es el siguiente:

La carga base del nodo 3 era 150 Mw, ahora es 151 Mw

$$0 * \Delta P_1 + 0.5 \Delta P_2 - 0.3333 \Delta P_3 + 0.0833 \Delta P_4 = 0$$

$$\Delta P_3 = -151 - (-150) = -1, \Delta P_4 = 0$$

$$0.5 \Delta P_2 + 0.3333 = 0$$

$$\Delta P_2 = -0.6667$$

$$\Delta P_1 = -\Delta P_2 + \Delta P_3 = -(-0.6667) + 1 = 1.6667$$

Por lo tanto, el PM para el nodo 3 se calcula tomando de referencia el valor de la oferta de las potencias nodales que sufrieron cambios para suministrar el Mw que incrementó la carga del nodo 3. El generador 1 aumentó 1.6667 Mw y el generador 2 disminuyó 0.6667 Mw, el cálculo es el siguiente:

$$PM_{n3} = (1.6667)(19) + (-0.6667)(12) = \$ 23.6667$$

Ahora se analiza la carga del nodo 4

$$0 * \Delta P_1 + 0.5 \Delta P_2 - 0.3333 \Delta P_3 + 0.0833 \Delta P_4 = 0$$

$$\Delta P_4 = -121 - (-120) = -1, \Delta P_3 = 0$$

$$0.5 \Delta P_2 - 0.0833 = 0$$

$$\Delta P_2 = 0.1667$$

$$\Delta P_1 = -\Delta P_2 + \Delta P_4 = -(0.1667) + 1 = 0.8333$$

$$PM_{n4} = (0.8333)(19) + (0.16667)(12) = \$ 17.8331$$

El PM para los nodos generadores se rige por el valor de la oferta del último bloque de generación del mismo nodo y puede ser comprobado haciendo el mismo desarrollo anterior. Los demás casos de las tablas 5.12 y 5.13 pueden ser demostrados de la misma forma.

Para determinar el PM en los casos en donde se empleó el algoritmo cuya función objetivo fue la descrita en la ecuación 5.1b, se tomó en cuenta las ofertas de las cargas y los multiplicadores de Lagrange de las restricciones del suministro de energía (ecuación 5.4.b).

Los resultados de las tablas 5.12 y 5.13 fueron los mismos para la maximización del beneficio (ecuación 5.1b). Utilizando el caso 1 de estos resultados para analizar como se determinó en PM, se tomó en cuenta los multiplicadores de Lagrange de las restricciones de carga y las ofertas de los bloques de carga establecidas en la tabla 5.3. Se toma en cuenta la diferencia de estos dos valores para determinar el PM para cada bloque de carga.

Como se observa en la tabla 5.18, el PM es el mismo que el resultado mostrado en la tabla 5.13. En estos casos el PM resulta ser mayor (en la mayoría de los casos) que las ofertas que establecen las cargas. Si los consumidores no estuvieran de acuerdo con estos precios se tendría un problema para el suministro de energía.

Carga del Nodo	Bloque de Carga	Oferta \$/Mwh	Costo de las restricciones ( $\lambda$ )	PM \$/Mwh
1	1	19	0.0	19.0
2	1	20	8.0	12.0
3	1	20	-3.6667	23.6667
3	2	16	-7.6667	23.6667
3	3	15.5	-8.1667	23.6667
4	1	18	0.1667	17.8333
4	2	16	-1.8333	17.8333
4	3	13	-4.8333	17.8333

Tabla 5.18. Precio de mercado por bloques de carga maximizando el beneficio.

Los factores de sensibilidad pueden ser usados también para comprobar los resultados de la tabla 5.14. En el caso 1 con un límite de flujo de potencia de 50 Mw en la línea 3. La energía suministrada a las cargas  $C_3$  y  $C_4$  fue 80 Mw y una generación de 60 Mw para la máquina del nodo 2. Tomando de referencia la ecuación 5.13, el máximo flujo por la línea 3 debe de ser

$$f_{13} = 0 * P_1 + 0.5P_2 - 0.3333P_3 + 0.0833P_4$$

$$f_{13} = 0.5(60) + (-0.3333)(-80) + (0.0833)(-80) = 50 \text{ Mw}$$

Así comprobamos de una manera rápida y sencilla que las cargas no podrán recibir más energía debido al límite del flujo de potencia por la línea 3.

## 5.6 RESUMEN

El mercado eléctrico debe ser estructurado de manera de disponer mecanismos para maximizar los beneficios de los participantes, cumplir con los requisitos de los usuarios y lograr el balance de energía en el sistema.

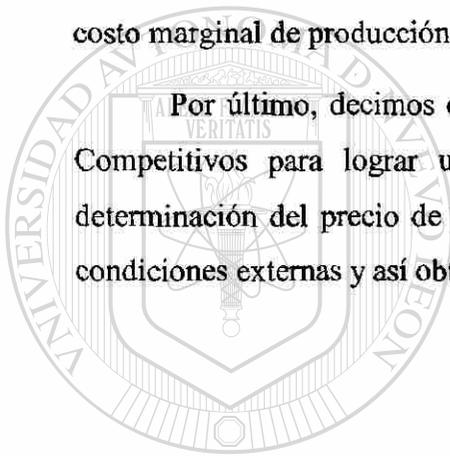
La apertura de un mercado de energía a la competencia debe ser un proceso gradual con reglas claramente establecidas que permitan formalizar acuerdos y garantizar el control y abasto de energía. Esto quedó demostrado en algunos casos presentados en este capítulo donde la optimización no cumplió con las ofertas de los participantes; en especial para los compradores.

El desarrollo presentado en este capítulo fue la minimización del costo de producción de energía eléctrica. Se calculó el precio de mercado basado en el costo marginal. Se analizaron también formulaciones del problema teniendo como función objetivo la maximización del beneficio.

Se analizó además cual es el impacto de las restricciones de flujo de potencia por las líneas observando el comportamiento del precio de mercado y la colocación de la energía.

Un elemento importante en el desarrollo del presente capítulo son los “factores de sensibilidad”, con los cuales se demostró como resulta el valor de PM basado en el costo marginal de producción de energía.

Por último, decimos que debe tenerse especial cuidado en Mercados Eléctricos Competitivos para lograr un balance entre los compradores y vendedores en la determinación del precio de la energía y cuidar que el sistema no se vea afectado por condiciones externas y así obtener un beneficio social aceptable.



UANL

---

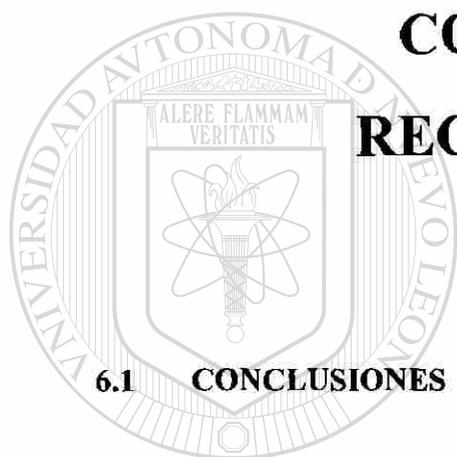
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# CAPITULO 6

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES



UANL

---

En este capítulo se presentan las conclusiones de la tesis y se enumeran las aportaciones que el autor considera más relevantes, asimismo se incluyen recomendaciones sobre posibles trabajos futuros.

### 6.1.1 Tendencias en la industria eléctrica

La privatización y la reestructuración de la industria eléctrica ha ocurrido en muchas naciones, otras más iniciaron cambios siguiendo varias alternativas para lograr sectores eléctricos competitivos. El objetivo de cualquier cambio en la industria debe ser lograr precios de la electricidad más bajos, mantener la confiabilidad del suministro e incentivar la modernización de la industria con nuevas tecnologías. Al paso del tiempo

se sabrá si las inversiones en nuevos proyectos de generación y de transmisión fue rentable o no, bajo el sistema desregulado.

La industria eléctrica monopólica fue buena y necesaria para el desarrollo de los países. Sin embargo, los problemas en el financiamiento de proyectos, la búsqueda de mayor eficiencia y menores costos ha llevado a cambios sustanciales en la operación y comercialización de la energía eléctrica. Muchos creen que el cambio de estructura resolverá todos los problemas, sin embargo al avanzar en las reformas aparecen nuevos retos para lograr los objetivos buscados.

En resumen, se debe buscar lograr lo mejor de la estructura monopólica, en términos de coordinación en la planificación, la operación económica de los sistemas interconectados; y buscar en la competencia alternativas para lograr menores costos de producción y tarifas atractivas para los usuarios y que mantenga e incremente la confiabilidad del suministro.

### 6.1.2 El problema de flujos óptimos / despacho económico

- El problema de FO/DE es una formulación matemática que permite encontrar un punto óptimo de generación basado en una función objetivo.
- El problema de DE en su formulación completa puede ser muy complejo, ya sea por la no linealidad de las funciones o por la discontinuidad de las mismas. Para la solución se requieren algoritmos matemáticos poderosos que consideren todas las restricciones del problema.
- El caso más simple es un despacho económico que no considera pérdidas de transmisión. Esta solución es un punto de partida para obtener una solución óptima en los modelos matemáticos que incluyen pérdidas.
- Las restricciones de igualdad y desigualdad son necesarias para cumplir con las condiciones de seguridad, confiabilidad, economía y calidad del servicio.
- Las formulaciones presentadas en la tesis se desarrollaron utilizando algoritmos de

optimización de Matlab con buenos resultados.

- Los multiplicadores de Lagrange asociados con los balances de potencia y a restricciones, son indicadores económicos que valoran la sensibilidad de la función objetivo a un cambio en los límites en las restricciones de igualdad y desigualdad.

### 6.1.3 Transacciones de energía multi-área

- Las interconexiones entre sistemas de potencia permiten el intercambio de energía entre compañías eléctricas con beneficios en la confiabilidad del suministro y en la reducción de los costos de operación.
- Los agentes intermediarios (brokers) reciben información de compradores y vendedores para concretar transacciones de energía, su objetivo es obtener con un procedimiento sistemático y transparente el mayor beneficio en las transacciones de intercambio entre los participantes.
- En la estructura de los sistemas eléctricos, el porteo de energía (“wheeling”) ocurre cuando un sistema de transmisión es utilizado para transmitir energía desde un sistema vecino a un tercer sistema.
- Las oportunidades de transacciones de intercambio de energía y de porteo dependen principalmente en los costos incrementales de las áreas involucradas. Mientras exista una diferencia razonable entre dichos costos, existirá interés para concretar transacciones por los beneficios económicos que se pudieran obtener para los participantes. En el caso de áreas importadoras reduciendo el costo incremental; y para áreas exportadoras obteniendo una ganancia.
- El procedimiento presentado para definir transacciones de intercambio de energía se basa en la información de ofertas de compra y venta de energía. El algoritmo utiliza los costos incrementales en cada sistema y determina las mejores transacciones de intercambio que maximizan los beneficios totales del sistema.

#### 6.1.4 Mecanismos para determinar precios de la energía basado en ofertas de los participantes

- Los contratos bilaterales permiten mejorar la eficiencia económica de la operación del sistema y proteger los intereses de los participantes del mercado. Este tipo de estrategias permiten tener mayor libertad y opciones para que los participantes seleccionen compradores o vendedores de energía.
  - Los vendedores (generadores) presentan un programa del suministro y ofrecen un precio para cada tipo de contrato (energía, capacidad, reserva, control, etc.) a un centro de coordinación. Los compradores (compañías de distribución locales o industrias) presentan ofertas para recibir energía en un punto del sistema. Después el centro coordinador determina el programa de despacho para maximizar las ganancias del sistema y al mismo tiempo garantizar la integridad y la estabilidad del mismo.
  - La implantación de algunas estrategias en la industria eléctrica llevó a un modelo de competencia al mayoreo, donde existen agentes de generación y transmisión que presentan ofertas que reflejan las condiciones económicas del sistema. El centro de coordinación debe vigilar que las transacciones no violen los estándares de seguridad y confiabilidad del sistema.
- 
- En las ofertas de productores, se especifica un precio de reservación ( $\pi_i$ ) abajo del cual no están dispuestos a vender energía. Los compradores determinan el precio de compra máximo que están dispuestos a pagar
  - El método de programación lineal presentado es una herramienta práctica para la determinación de precios en contratos bilaterales de intercambio de energía buscando maximizar el ahorro entre los participantes y cumplir con las restricciones operativas.

### 6.1.5 Precios de energía basado en costos marginales

- Un mercado de energía debe ser estructurado con mecanismos para maximizar los beneficios de los participantes, cumplir con los requisitos de los usuarios y lograr el balance de energía en el sistema.
  - El precio de la energía está basado en las ofertas de los participantes en el mercado. El precio se determina combinando las ofertas de producción con los requisitos y ofertas de la demanda.
  - Cuando no hay restricciones activas en el sistema de transmisión y no se consideran pérdidas de transmisión, el precio de la energía es el mismo en cada nodo del sistema.
  - Al tener activas algunas de las restricciones en el sistema de transmisión el precio de la energía puede cambiar significativamente entre nodos y regiones del sistema.
  - El precio de la energía en un nodo de generación será el costo para generar el último Mw del generador conectado a este nodo, si el generador está libre. En caso de estar limitada su generación, el precio resultante lo define el costo de generación de las máquinas marginales.
- 
- Si las opciones de compra con respecto al precio son elásticas, a medida que el precio es más alto, el monto a comprar es más bajo. El comprador establece la cantidad de energía que va a comprar con base a las ofertas establecidas por ellos mismos.
  - La red de transmisión es el medio más importante para establecer las transacciones entre los participantes del mercado. Cualquier problema que exista influye directamente sobre el precio y afecta a los usuarios de la red.
  - Las formulaciones presentadas para simular un mercado competitivo (minimización del costo y maximización del beneficio) arrojaron resultados muy parecidos, obteniendo un precio de la energía de acuerdo con el costo marginal.
  - Los factores de sensibilidad permiten determinar los flujos de potencia por las líneas

y el precio de la energía antes de realizar una simulación.

- Mediante un análisis de contingencias el operador del sistema o en su defecto el analista, pueden evaluar el efecto de diversos disturbios analizando las posibles contingencias utilizando estos factores de sensibilidad.
- El TOM es una herramienta versátil y eficiente para desarrollar los algoritmos e implantar las técnicas tratadas en el presente trabajo.

## 6.2 APORTACIONES DE LA TESIS

La industria eléctrica está cambiando su estructura y sus funciones. Hoy en día, existen problemas para financiar la inversión en plantas de generación, redes de transmisión y distribución y sobre todo para renovar y modernizar el equipo eléctrico existente. Por esta razón, es importante analizar diferentes alternativas para hacer frente a los requerimientos del crecimiento de la demanda. En el presente trabajo se analizaron nuevas opciones para atender los requerimientos de un mercado de electricidad más abierto y competitivo.

Las aportaciones relevantes de este trabajo son las siguientes:

- Desarrollo de un algoritmo, que muestra los beneficios de los intercambios de energía entre sistemas, con una reducción en costos incrementales para el área importadora y con una posible ganancia para el área exportadora. Esta formulación se analizó para interconexiones entre áreas vecinas y entre áreas no vecinas donde se incluyó el porteo de energía. (Capítulo 3)
- Análisis, desarrollo y prueba de un modelo para el intercambio de energía entre compradores y vendedores para determinar los precios de la energía basado en sus ofertas, maximizando los beneficios de los participantes. (Capítulo 4)
- Desarrollo de dos formulaciones para establecer intercambios de energía en un mercado competitivo al mayoreo, determinando el precio de la energía basado en el costo marginal de producción. (Capítulo 5)

- Análisis del impacto de las restricciones en los flujos de potencia en líneas de transmisión en el comportamiento del precio de mercado y el efecto de considerar el corte de carga como opción de despacho en los modelos desarrollados.

### 6.3 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

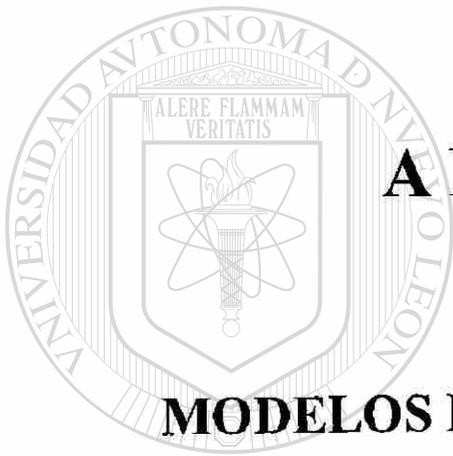
- Evaluar el comportamiento de las técnicas descritas en este trabajo en un sistema real.
- Analizar mercados competitivos más complejos sobre servicios de control de voltaje, arranque negro y servicios de regulación de frecuencia, entre otros.
- Investigar y desarrollar modelos para determinar costo de transacciones de energía considerando el comportamiento del sistema en su forma completa, incluyendo por ejemplo, el costo de la potencia reactiva.
- Analizar y proponer modelos para determinar costos en mercados con transacciones al mayoreo y menudeo.
- Analizar los mercados de reserva.

# REFERENCIAS

- [1] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, "Power Generation Operation and Control", Second Edition, John Wiley and Sons, New York, 1996.
- [2] Thomas F. Coleman, Mary Ann Branch, Andrew Grace, "Optimization Toolbox User's Guide", The Math Works, Inc., January 1999.
- [3] T. F. Edgar, D. M. Himmelblau, "Optimization of Chemical Process", McGraw-Hill, Inc., 1998.
- [4] John J. Grainger, William D. Stevenson Jr., "Análisis Eléctricos de Potencia", McGraw-Hill, Inc., México, 1996.
- [5] Florencio Aboytes García, "Transacciones de Energía en un Mercado Eléctrico Competitivo", Centro Nacional de Control de Energía, Comisión Federal de Electricidad.
- [6] Alberto M. Sasson, "Optimal Load Flow – a Practical Outlook", American Electric Power Service Corporation, New York, N.Y.
- [7] D. L. Post, S. S. Copping, G. B. Sheblé, "Application of Auctions and a Pricing Mechanism for the Interchange of Electric Power", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 10, No. 3, pp. 1580 – 1584, August 1995.
- [8] Fahd, G., D. A. Richards and G. B. Sheblé, "The implementation of Energy Brokerage Systems using Linear Programming", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 7, No. 1, pp. 90 – 96, February 1992.

- [9] Fahd, G., and G. B. Sheblé, "Optimal Power Flow Emulation of Interchange Brokerage Systems using Linear Programming", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 7, No. 2, pp. 497 – 504, May 1992.
- [10] R. C. Burchett, H. H. Happ, "Quadratically Convergent Optimal", *IEEE Trans. on Power Systems*, PAS – 103, pp. 3267 – 3275, November 1984.
- [11] M. Bielogilic, M. S. Caloric, P. Riestanovic, "Aplication of Newton's Optimal Power Flow on Voltage/Reactive Power Control", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 5, No. 4, pp. 1447 – 1454, November 1990.
- [12] Salvador Chávez Negrete, Tesis, "Formulación de Flujos Optimos en forma Rectángular por el Método de Newton Incorporando Dispositivos FACTS", Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Monterrey, Nuevo León, Octubre de 1999.
- [13] Salvador Acha Daza, Florencio Aboytes García, "Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia, Tópicos Selectos", Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Monterrey, Nuevo León, Junio de 1995.
- [14] Thomas J. Overbye, Jaime D. Weber, Kollin J. Patten, "Analisys and Visualization on Market Power in Electric Power Systems", University of Illinois at Urbana – Champaign, PSERC 98 – 25, Urbana, IL.
- [15] Dionisio Pérez Jácome Friscione, "Mexican Energy Policy Perpectives", Second International Symposium, Secretaría de Energía, Monterrey, Nuevo León, Octubre del 2000.
- [16] H. H. Happ, "Optimal Power Dispatch – a Comprehensive Survey", *IEEE Trans.* Vol. PAS – 96, No. 3, pp. 841 – 853, May/June 1997.
- [17] H. W. Dommel, W. F. Tinney, "Optimal Power Flow Solutions", *IEEE Trans. on Power App. and Systems*, Vol. PAS – 87, pp 1866 – 1876, October 1968.
- [18] M. Huneault, F. D. Galiana, "A Survey of the Optimal Power Flow Literature", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 6, No. 2, pp 762 – 770, May 1991.

- [19] Dimitri P. Bertsekas, "Nonlinear Programming", Second Edition, Athena Scientific, USA, 1999.
- [20] Florencio Aboytes García, "Análisis de Sistemas de Potencia", Comisión Federal de Electricidad, Universidad Autónoma de Nuevo León, Monterrey, Nuevo León, Mexico, 1990.
- [21] Florencio Aboytes García, "Mercados Eléctricos Competitivos, Parte I: Fundamentos y Estructuras", Centro Nacional de Control de Energía, Comisión Federal de Electricidad.
- [22] Lorrin Philipson, H. Lee Willis, "Understanding Electric Utilities and Deregulation", Marcel Dekker, Inc., New York, N.Y., 1999.
- [23] Florencio Aboytes García, "Estabilidad Dinámica en Sistemas Eléctricos de Potencia", Centro Nacional de Control de Energía, Comisión Federal de Electricidad. México, D.F. Octubre de 1991.
- [24] Florencio Aboytes García, "Estabilidad Transitoria en Sistemas Eléctricos de Potencia", Centro Nacional de Control de Energía, Comisión Federal de Electricidad. México, D.F. Julio de 1990.



# **APENDICE A**

**MODELOS DESARROLLADOS PARA LA**

**SOLUCION DEL DESPACHO ECONOMICO**

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

A.1. Modelo empleado en el TOM para la solución del DE. Se utilizan como variables de control las potencias de generación. Los voltajes V1 y V2 están fijos

Archivo 1 = ejDE1\_1

```
function f=ejDE1_1(x)
```

```
% Función objetivo
```

```
f = 44.4+351*x(1)+50*x(1)^2+40.6+389*x(2)+50*x(2)^2;
```

Archivo 2 = ejDE1\_2

```
function [c, ceq] =ejDE1_2(x)
```

```
% Restricciones no lineales (Igualdades)
```

```
ceq= [
```

```
1) x(1)-(2.156*1.02^2 + 1.02*x(7)*(-1.176*cos(x(11))-4.706*sin(x(11)))
+ 1.02*x(5)*(-0.588*cos(x(9))-2.353*sin(x(9))) + 1.02*x(6)*(-
0.392*cos(x(10))-1.568*sin(x(10)))));
2) x(2)-(2.352*1.04^2 + 1.04*x(7)*(-1.176*cos(x(8))-
x(11))+4.706*sin(x(8)-x(11))) + 1.04*x(5)*(-1.176*cos(x(8)-
x(9))+4.706*sin(x(8)-x(9)))));
3) -0.6-(2.3522*x(5)^2 + x(5)*1.04*(-1.176*cos(x(9)-
x(8))+4.706*sin(x(9)-x(8))) + x(5)*1.02*(-
0.588*cos(x(9))+2.353*sin(x(9))) + x(5)*x(6)*(-0.588*cos(x(9)-
x(10))+2.353*sin(x(9)-x(10)))));
4) -0.4-(0.98*x(6)^2 + x(6)*1.02*(-0.3922*cos(x(10))+1.568*sin(x(10)))
+ x(6)*x(5)*(-0.588*cos(x(10)-x(9))+2.353*sin(x(10)-x(9)))));
5) -0.6-(2.352*x(7)^2 + x(7)*1.04*(-1.176*cos(x(11)-
x(8))+4.706*sin(x(11)-x(8))) + x(7)*1.02*(-
1.176*cos(x(11))+4.706*sin(x(11)))));
6) x(3)-(8.625*1.02^2 + 1.02*x(7)*(1.176*sin(x(11))-4.706*cos(x(11))) +
1.02*x(5)*(0.588*sin(x(9))-2.353*cos(x(9))) +
1.02*x(6)*(0.392*sin(x(10))-1.568*cos(x(10)))));
7) x(4)-(9.41*1.04^2 + 1.04*x(7)*(-1.176*sin(x(8)-x(11))-
4.706*cos(x(8)-x(11))) + 1.04*x(5)*(-1.176*sin(x(8)-x(9))-
4.706*cos(x(8)-x(9)))));
8) -0.3-(9.41*x(5)^2 + x(5)*1.04*(-1.176*sin(x(9)-x(8))-4.706*cos(x(9)-
x(8))) + x(5)*1.02*(-0.588*sin(x(9))-2.353*cos(x(9))) +
x(5)*x(6)*(-0.588*sin(x(9)-x(10))-2.353*cos(x(9)-x(10)))));
9) -0.1-(3.92*x(6)^2 + x(6)*1.02*(-0.3922*sin(x(10))-1.568*cos(x(10)))
+ x(6)*x(5)*(-0.588*sin(x(10)-x(9))-2.353*cos(x(10)-x(9)))));
10) -0.2-(9.41*x(7)^2 + x(7)*1.04*(-1.176*sin(x(11)-x(8))-
4.706*cos(x(11)-x(8))) + x(7)*1.02*(-1.176*sin(x(11))-
4.706*cos(x(11)))));
```

```
];
```

```
% Restricciones no lineales (Desigualdades)
```

```
c=[];
```

Archivo 3 = ejDE1\_3

```
% Punto de arranque (tentativo) para la solución
x0=[0.85; 0.80; 0.29; 0.508; 0.95; 0.92; 0.99; -0.6194*pi/180;-
5.5038*pi/180; -8.9545*pi/180; -3.3945*pi/180];

% Restricciones en los límites de las variables

    1    2    3    4    5    6    7    8    9    10    11
    [PG1 PG2 QG1 QG2 V3  V4  V5  θ2  θ3  θ4  θ5 ]
lb=[0.1; 0.1; 0.1; 0.1; 0.9; 0.9; 0.9; -inf; -inf; -inf; -inf];
ub=[10; 10; 0.6; 0.6; 1.05; 1.05; 1.05; inf; inf; inf; inf];

options = optimset('LargeScale','off');

[x,fval,exitflag,output,lamda] =
fmincon('ejDE1_1',x0,[1, [], [], [], [], lb,ub,'ejDE1_2',options);
```

```
[c,ceq]=ejDE1_2(x);
```

A.2. Modelo empleado en el TOM para la solución del DE. Se utilizan como variables de control las potencias y los voltajes de generación. Los voltajes V1 y V2 pueden variar entre 1.0 p.u. y 1.1 p.u.

Archivo 1 = ejDE2\_1

```
function f=ejDE2_1(x)
```

```
% Función objetivo
```

```
f = 44.4+351*x(1)+50*x(1)^2+40.6+389*x(2)+50*x(2)^2;
```

Archivo 2 = ejDE2\_2

```
function [c, ceq] =ejDE2_2(x)
```

```
% Restricciones no lineales (Igualdades)
```

```
ceq=[]
```

```
1) x(1)-(2.156*x(5)^2 + x(5)*x(9)*(-1.176*cos(x(13))-4.706*sin(x(13)))
+ x(5)*x(7)*(-0.588*cos(x(11))-2.353*sin(x(11))) + x(5)*x(8)*(-
0.392*cos(x(12))-1.568*sin(x(12))));
```

```
2) x(2)-(2.352*x(6)^2 + x(6)*x(9)*(-1.176*cos(x(10))-
x(13))+4.706*sin(x(10)-x(13))) + x(6)*x(7)*(-1.176*cos(x(10)-
x(11))+4.706*sin(x(10)-x(11))));
```

```
3) -0.6-(2.3522*x(7)^2 + x(7)*x(6)*(-1.176*cos(x(11))-
x(10))+4.706*sin(x(11)-x(10))) + x(7)*x(5)*(-
0.588*cos(x(11))+2.353*sin(x(11))) + x(7)*x(8)*(-0.588*cos(x(11)-
x(12))+2.353*sin(x(11)-x(12))));
```

```
4) -0.4-(0.98*x(8)^2 + x(8)*x(5)*(-0.3922*cos(x(12))+1.568*sin(x(12)))
+ x(8)*x(7)*(-0.588*cos(x(12)-x(11))+2.353*sin(x(12)-x(11))));
```

```

5) -0.6-(2.352*x(9)^2 + x(9)*x(6)*(-1.176*cos(x(13)-
    x(10))+4.706*sin(x(13)-x(10))) + x(9)*x(5)*(-
    1.176*cos(x(13))+4.706*sin(x(13))));
6) x(3)-(8.625*x(5)^2 + x(5)*x(9)*(1.176*sin(x(13))-4.706*cos(x(13))) +
    x(5)*x(7)*(0.588*sin(x(11))-2.353*cos(x(11))) +
    x(5)*x(8)*(0.392*sin(x(12))-1.568*cos(x(12))));
7) x(4)-(9.41*x(6)^2 + x(6)*x(9)*(-1.176*sin(x(10)-x(13))-
    4.706*cos(x(10)-x(13))) + x(6)*x(7)*(-1.176*sin(x(10)-x(11))-
    4.706*cos(x(10)-x(11))));
8) -0.3-(9.41*x(7)^2 + x(7)*x(6)*(-1.176*sin(x(11)-x(10))-
    4.706*cos(x(11)-x(10))) + x(7)*x(5)*(-0.588*sin(x(11))-
    2.353*cos(x(11))) + x(7)*x(8)*(-0.588*sin(x(11)-x(12))-
    2.353*cos(x(11)-x(12))));
9) -0.1-(3.92*x(8)^2 + x(8)*x(5)*(-0.3922*sin(x(12))-1.568*cos(x(12)))
    + x(8)*x(7)*(-0.588*sin(x(12)-x(11))-2.353*cos(x(12)-x(11))));
10) -0.2-(9.41*x(9)^2 + x(9)*x(6)*(-1.176*sin(x(13)-x(10))-
    4.706*cos(x(13)-x(10))) + x(9)*x(5)*(-1.176*sin(x(13))-
    4.706*cos(x(13))));

```

```
l;
```

```
% Restricciones no lineales (Desigualdades)
```

```
c=[];
```

```
Archivo 3 = ejDE2_3
```

```
% Punto de arranque (tentativo) para la solución
```

```
x0=[0.85; 0.80; 0.29; 0.508; 1.0; 1.0; 0.95; 0.92; 0.99; -
0.6194*pi/180; -5.5038*pi/180; -8.9545*pi/180; -3.3945*pi/180];
```

```
% Restricciones en los límites de las variables
```

```

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
PG1 PG2 QG1 QG2 V1 V2 V3 V4 V5 ̸2 ̸3 ̸4 ̸5
lb=[0.1;0.1;0.1;0.1;1.0;1.0;0.9; 0.9; 0.9; -inf;-inf;-inf;-inf];
ub=[10; 10; 0.6;0.6;1.1;1.1;1.05;1.05;1.05; inf; inf; inf; inf];
options = optimset('LargeScale','off');

```

```

[x,fval,exitflag,output] =
fmincon('ejDE2_1',x0,[],[],[],[],lb,ub,'ejDE2_2',options);
[c,ceq]=ejDE2_2(x);

```

### A.3. Modelo del sistema que representa al sistema lineal para el TOM.

```
% Función objetivo
```

```
f = 44.4+351*x(1)+40.6+389*x(2);
```

```

% Restricciones de igualdad (Balances nodales)

Aeq = [
    -1    0    0    0   -2.5  -1.6666   -5;
     0   -1    0   10   -5     0     -5;
     0    0    0   -5   10    -2.5     0;
     0    0    0    0   -2.5  4.1666     0;
     0    0    0   -5    0     0     10;
];

beq=[0; 0; -0.6; -0.4; -0.6];

% Restricciones de desigualdad (flujos en las líneas)

A=[ flujo((Nodo i - Nodo j))/Reactancia de la línea];
b=["límite del flujo"];

% Límite inferior (lb) y límite superior (ub)
      1      2      3      4      5      6      7
      [PG1 PG2 T1 T2 T3 T4 T5 ]
lb=[0.1; 0.1; -inf; -inf; -inf; -inf; -inf];
ub=[10; 10; inf; inf; inf; inf; inf];

options = optimset('LargeScale','off');
[x,fval,exitflag,output,lambda] = linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub);

```

#### A.4. Ejemplo 1

DE de potencia activa, considerando como variables de control las potencias y los voltajes de generación. El problema es el mismo que está planteado en las ecuaciones 2.25 y 2.26 del capítulo 2, pero en este caso los voltajes de los nodos 1 y 2 pueden variar entre 1.0 p.u. y 1.1 p.u. El resultado del despacho es el siguiente:

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (Rad)	Potencia Generada		Potencia Demandada	
			(Mw)	(Mvars)	(Mw)	(Mvars)
1	1.0901	0.0000	98.03	40.69	0.00	0.00
2	1.0789	-0.0274	66.45	36.25	0.00	0.00
3	1.0124	-0.0966	0.00	0.00	60.00	30.00
4	0.9901	-0.1436	0.00	0.00	40.00	10.00
5	1.0500	-0.0620	0.00	0.00	60.00	20.00
Total	---	---	164.48	76.94	160.00	60.00
Pérdidas (Mw)			Valor de la función Objetivo (\$)			
4.48			757.70			

Tabla A1. Reporte nodal del despacho del sistema no lineal.

# de restricción	Igualdad	Desigualdad	Límite Inferior	Límite Superior
1	449.0354	---	0	0
2	455.4440	---	0	0
3	475.7509	---	0	0
4	489.4938	---	0	0
5	463.5151	---	0	0
6	0.0044	---	0	0
7	0.0045	---	0	0
8	12.7687	---	0	0
9	16.7247	---	0	42.2588
10	0.7444	---	0	0
11	---	---	0	0
12	---	---	0	0
13	---	---	0	0

Tabla A2. Costos incrementales de las restricciones del sistema no lineal.

Los resultados que se obtuvieron en este inciso son un poco distintos de los resultados en el problema del capítulo 2. En este caso se observa que el costo de la función objetivo es menor debido a que los voltajes de generación están liberados y permiten un mayor margen de movimiento a las variables y con ello lograr un costo menor de la función objetivo. Permite también que los flujos se distribuyan de diferente manera en el sistema y con esto, además el generador conectado al nodo 1 aporta más potencia al sistema por la razón de que es más barato generar con esta máquina, aunado a ello unos voltajes nodales más altos.

Línea	Potencia Activa (Mw)		Potencia Reactiva (Mvars)	
	Nodo $i$	Nodo $j$	Nodo $i$	Nodo $j$
1	38.7789	-38.0722	13.1619	-10.5183
2	30.3238	-29.3637	14.8763	-11.0360
3	28.9351	-27.6719	12.7894	-7.7359
4	44.2691	-43.1347	26.1010	-21.5631
5	12.4764	-12.3169	2.8100	-2.1717
6	22.1860	-21.9284	10.3743	-9.3436

Tabla A3. Flujos de potencia en las líneas del sistema.

Otra diferencia que existe entre ambos despachos, aparte de la mencionada en el párrafo anterior, es que el voltaje del nodo 5 está llegando a su límite superior, por esta razón se está penalizando con un costo.

### A.5. Ejemplo 2

Como en el ejemplo 1, los voltajes de generación también forman parte de las variables de control de problema, solo que en este caso vamos a **minimizar** la función objetivo representada por la ecuación (2.29).

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (Rad)	Potencia Generada		Potencia Demandada	
			(Mw)	(Mvars)	(Mw)	(Mvars)
1	1.1000	0.0000	156.96	42.85	0.00	0.00
2	1.0742	-0.1413	10.00	44.01	0.00	0.00
3	1.0119	-0.1633	0.00	0.00	60.00	30.00
4	0.9916	-0.1818	0.00	0.00	40.00	10.00
5	1.0500	-0.1182	0.00	0.00	60.00	20.00
Total	---	---	166.96	86.86	160.00	60.00
Pérdidas (Mw)			Valor de la función Objetivo (\$)			
6.96			674.82			

Tabla A4. Reporte nodal del despacho lineal, restricciones no lineales..

Los resultados del reporte nodal mostrados en la tabla A4 muestran que el generador más barato entrega la mayor parte de la potencia y el generador 2 solo entrega la potencia marcada por su límite inferior, de esta manera se está penalizando con un costo, el cual lo podemos observar en los multiplicadores de Lagrange representados en la tabla A5. Hay otras variables que también llegan a su límite superior como lo son los voltajes de los nodos 1 y 5 que también están penalizados con un costo.

# de restricción	Igualdad	Desigualdad	Límite Inferior	Límite Superior
1	351.0000	---	0	0
2	378.0603	---	10.9397	0
3	385.5922	---	0	0
4	390.9817	---	0	0
5	374.2953	---	0	44.0847
6	0.0000	---	0	0
7	0.0000	---	0	0
8	11.0126	---	0	0
9	14.7608	---	0	9.3717
10	3.9656	---	0	0
11	---	---	0	0
12	---	---	0	0
13	---	---	0	0

Tabla A5. Costos incrementales de las restricciones para el caso lineal, restricciones no lineales.

Los flujos de potencia están explícitos en la tabla A6. Comparando los resultados del capítulo 2 con los ejemplos 1 y 2, se observa que es mucho mejor que las variables tengan un cierto rango en el que se puedan mover, logrando con esto un costo menor de la función objetivo y con ello lograr que los generadores más baratos entreguen más potencia al sistema. Otro punto importante que se observa, es que las pérdidas en el sistema incrementan cuando el generador 1 entrega más potencia al sistema debido a que dicha potencia tiene que fluir por líneas cuya reactancia es grande, incrementando así las pérdidas.

Línea	Potencia Activa (Mw)		Potencia Reactiva (Mvars)	
	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>
1	71.4994	-69.3099	13.5563	-4.9831
2	49.1539	-46.9549	15.6423	-6.8462
3	36.3190	-34.4482	13.7903	-6.3062
4	19.1734	-18.6548	28.7977	-26.7231
5	5.5877	-5.5433	3.7800	-3.6022
6	-9.1697	9.3094	15.4376	-14.8788

Tabla A6. Flujos de potencia en las líneas para el caso lineal, restricciones no lineales.

### A.6. Ejemplo 3

El siguiente despacho de energía es la simulación de un caso completamente lineal en el cual se tiene una restricción de flujo de potencia que hace que el sistema se divida en dos partes; es decir, cualquier cambio de carga en los nodos 1, 3 y 4 del sistema de la figura 2.1, la función objetivo va a cambiar de acuerdo con el multiplicador de Lagrange que está relacionado a las restricciones (balance nodal) de estos nodos. Así mismo cualquier cambio de carga en los nodos 2 y 5, afectará la función objetivo de acuerdo con el multiplicador de Lagrange de las restricciones de los nodos 2 y 5.

El interés es minimizar la misma función objetivo de la ecuación (2.29). La restricción de flujo de potencia en el sistema es la suma de potencia por las líneas 1-5 y 3-2 sea  $\leq 30$  Mw. Los resultados son los siguientes:

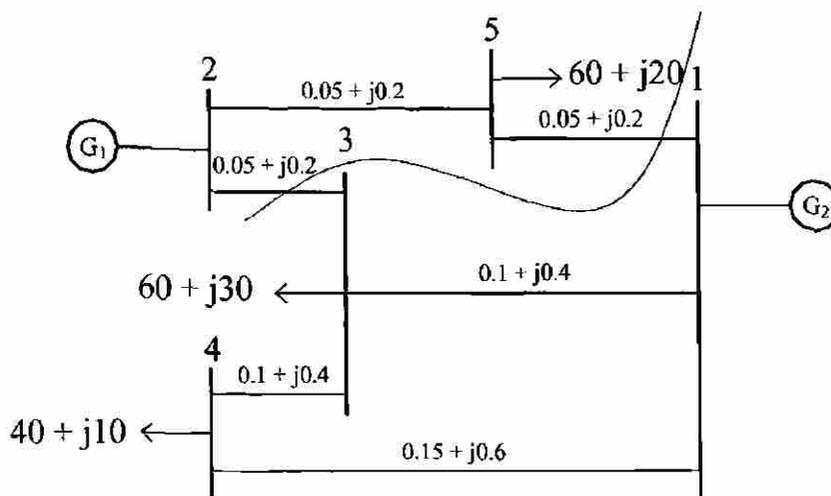


Fig. A1. Sistema de potencia para el ejemplo 3.

Nodo	Voltaje (pu)	Angulo (Rad)	Potencia Generada (Mw)	Potencia Demandada (Mw)
1	1.00	0.0000	130.00	1.00
2	1.00	-0.1084	30.00	0.00
3	1.00	-0.1626	0.00	60.00
4	1.00	-0.1936	0.00	40.00
5	1.00	-0.1142	0.00	60.00
Total	---	---	160.00	160.00
Pérdidas (Mw)		Valor de la función Objetivo (\$)		
0.00		658.00		

Tabla A7. Reporte nodal del despacho para el caso lineal.

La Tabla A8 muestra los multiplicadores de Lagrange de todas las restricciones del sistema. Las restricciones de igualdad son los balances nodales. Se observa que los nodos 1, 3 y 4 tienen asociado un costo incremental de \$ 351.00 y los nodos 2 y 4 un costo de \$ 389.00. Así que cualquier cambio de carga, el valor de la función objetivo va a cambiar de acuerdo al costo incremental asociado al nodo donde se modificó la carga.

# de restricción	Igualdad	Desigualdad	Límite Inferior	Límite Superior
1	351.00	38.00	0	0
2	389.00	---	0	0
3	351.00	---	0	0
4	351.00	---	0	0
5	389.00	---	0	0
6	---	---	0	0
7	---	---	0	0

Tabla A8. Costos incrementales de las restricciones para el caso lineal.

Comparando estos resultados con los del ejemplo 2.4 se nota un incremento en la generación de la máquina 2 y con ello un reajuste en los flujos de potencia, además de que hay un valor asociado a la restricción del flujo de potencia, debido a que dicha restricción está activa.

Línea	Potencia activa (Mw)	
	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>
1	57.0970	-57.0970
2	40.6455	-40.6455
3	32.2587	-32.2587
4	27.0970	-27.0970
5	7.7426	-7.7426
6	2.9030	-2.9030

Tabla A9. Flujos de potencia en las líneas para el caso lineal.



## **A P E N D I C E B**

**DATOS DEL SISTEMA DE PRUEBA  
UTILIZADO EN EL ANÁLISIS DE**

---

**TRANSACCIONES DE ENERGIA**

**MULTIAREA**

El sistema de 4 nodos que representa a las 4 áreas descritas en el capítulo 3 puede ser derivado de las tablas B1-B3 que se presentan a continuación.

Línea #	Nodo <i>i</i>	Nodo <i>j</i>	R (pu)	X (pu)
1	1	2	0.08	0.40
2	1	3	0.02	0.10
3	1	4	0.04	0.20
4	2	3	0.10	0.50
5	2	4	0.05	0.25

Tabla B1. Datos de las líneas de transmisión.

Nodo #	Potencia Activa (pu)	Potencia Reactiva (pu)
1	1.26	0.10
2	0.52	0.262

Tabla B2. Datos de generación.

Nodo #	Potencia Activa (pu)	Potencia Reactiva (pu)
3	0.75	0.10
4	1.00	0.20

Tabla B3. Datos de la carga.

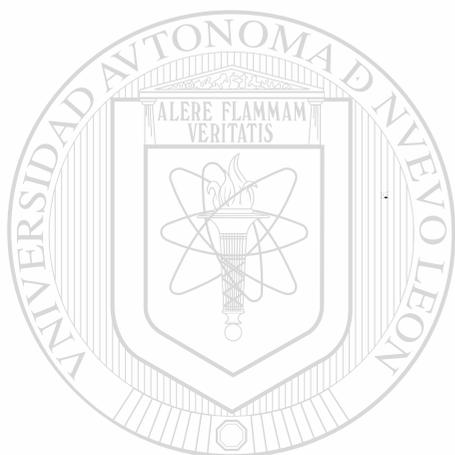
Cada generador del sistema tiene curvas de entrada/salida no lineales que SON linealizadas para propósitos de análisis. Los resultados de la linealización de los generadores 1 y 2 para cada área son presentados en las Tablas B4 y B5.

Potencia Activa (pu)	Costo (\$/Mw)
$20 \leq P \leq 40$	0.0175
$40 \leq P \leq 70$	0.0367
$70 \leq P \leq 110$	0.0775
$110 \leq P \leq 130$	0.1600
$130 \leq P \leq 160$	0.1670

Tabla B4. Costo linealizado de la curva del generador 1.

Potencia Activa (pu)	Costo (\$/Mw)
$10 \leq P \leq 30$	0.0625
$30 \leq P \leq 45$	0.0867
$45 \leq P \leq 70$	0.0800
$70 \leq P \leq 80$	0.1600

Tabla B5. Costo linealizado de la curva del generador 2.

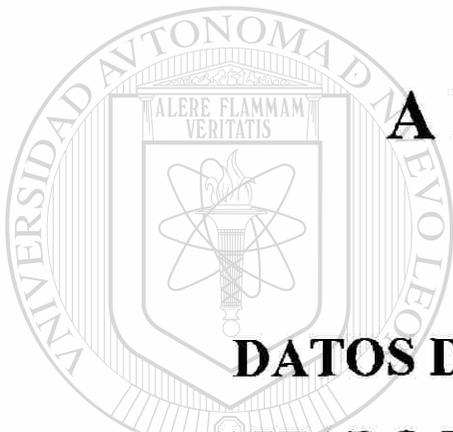


# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## **APENDICE C**

**DATOS DEL SISTEMA DE PRUEBA**

**UTILIZADO PARA DETERMINAR PRECIOS**

**DE LA ENERGIA BASADOS EN OFERTAS DE**

**PARTICIPANTES**

La tabla C1 lista los datos de los generadores y las cargas del sistema. La tabla C2 contiene los datos de las líneas de transmisión.

Nodo #	Carga (Mw)	Generación máxima (Mw)	Generación mínima (Mw)	Factor de penalización
1	0	0	0	1.00
2	350	400	100	0.97
3	0	400	100	0.97
4	0	400	100	0.96
5	0	600	150	0.95
6	250	400	100	0.96
7	100	0	0	1.01
8	200	0	0	1.01
9	200	0	0	1.02
10	0	0	0	1.00
11	300	200	50	0.98
12	100	200	50	0.99
Total	1500	2600	650	----

Tabla C1. Datos de generación y carga.

Línea #	Nodo salida	Nodo llegada	Z (+) (Ohms)	Capacidad (Mw)	Longitud (Millas)
1	1	2	0.009 + j0.0598	300	40.0
2	1	4	0.0266 + j0.1779	300	120.0
3	1	12	0.0068 + j0.0449	300	30.0
4	2	3	0.0111 + j0.0882	300	60.0
5	3	11	0.0165 + j0.1318	500	90.0
6	3	4	0.0113 + j0.0747	100	50.0
7	5	7	0.0165 + j0.0747	300	50.0
8	5	6	0.0165 + j0.1318	500	90.0
9	6	10	0.0135 + j0.0896	500	60.0
10	7	8	0.0068 + j0.0449	300	30.0
11	8	12	0.0147 + j0.0848	100	60.0
12	9	10	0.0135 + j0.0896	500	60.0
13	9	12	0.0157 + j0.1044	300	70.0
14	11	12	0.0066 + j0.0404	100	27.0

Tabla C2. Datos de las líneas de transmisión.

La tabla C3 y C4 contiene las ofertas de la energía y los precios de reservación de los generadores para el primero y segundo grupo de generación respectivamente, de acuerdo al problema que se está desarrollando.

Nodo Gen	Nodos de carga							Precio de reservación
	2	6	7	8	9	11	12	( $\pi_i$ )
2	10.0	9.4	9.0	9.2	9.4	9.2	9.3	9.4
3	9.5	9.1	8.9	9.2	9.3	9.4	9.4	9.4
4	9.1	8.9	9.0	9.3	9.4	9.3	9.2	9.4
5	9.0	10.6	9.5	9.4	9.4	9.1	9.2	9.8
6	8.0	11.0	9.4	9.3	9.6	9.0	9.3	9.4
11	9.0	10.0	9.3	9.4	9.6	9.4	9.4	9.3
12	9.1	10.3	9.4	9.6	9.7	9.4	9.4	9.3

Tabla C3. Ofertas de energía (\$/Mw) y precios de reservación.

Nodo Gen	Nodos de carga						
	2	6	7	8	9	11	12
2	10.1	9.5	9.1	9.3	9.5	9.3	9.3
3	9.6	9.3	9.0	9.3	9.3	9.5	9.5
6	8.1	11.1	9.6	9.3	9.8	9.2	9.4
11	9.2	10.1	9.5	9.5	9.6	9.4	9.5
12	9.2	10.5	9.5	9.7	9.9	9.5	9.5

Tabla C4. Ofertas de energía (\$/Mw) para el segundo bloque de generación de las máquinas.

La tabla C5 muestra las ofertas del transporte de energía de las líneas de transmisión.

Línea #	Costo por Mw-milla	Longitud (millas)	$t_0$ (\$/Mw)
1	0.05	40.0	2.0
2	0.04	120.0	4.8
3	0.06	30.0	1.8
4	0.03	60.0	1.8
5	0.04	90.0	3.6
6	0.08	50.0	4.0
7	0.06	50.0	3.0
8	0.03	90.0	3.6
9	0.04	60.0	2.4
10	0.05	30.0	1.5
11	0.09	60.0	5.4
12	0.03	60.0	1.8
13	0.05	70.0	3.5
14	0.07	27.0	1.9

Tabla C5. Costo de transmisión.

