

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**“ESTUDIOS DE METAMODELOS EN OPTIMIZACIÓN VÍA
SIMULACIÓN”**

POR

MARY CARMEN ACOSTA CERVANTES

TESIS

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

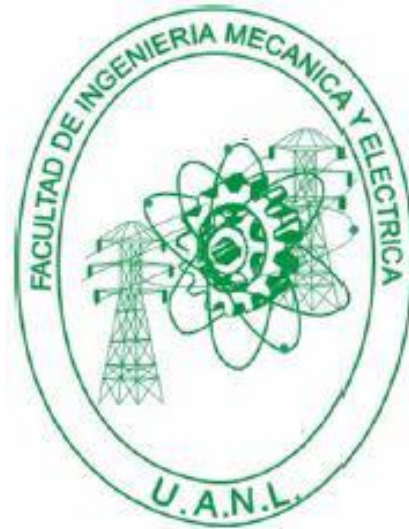
San Nicolás de los Garza, N. L.

Mayo de 2012

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**“ESTUDIOS DE METAMODELOS EN OPTIMIZACIÓN VÍA
SIMULACIÓN”**

POR

MARY CARMEN ACOSTA CERVANTES

TESIS

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA DE SISTEMAS**

San Nicolás de los Garza, N. L.

Mayo de 2012

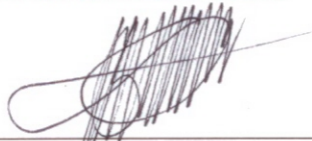
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “**Estudios de metamodelos en optimización vía simulación**”, realizada por la alumna **Mary Carmen Acosta Cervantes**, con número de matrícula 1541916, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

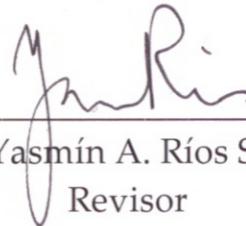
El Comité de Tesis



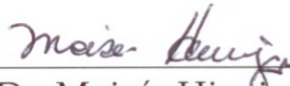
Dr. Óscar L. Chacón Mondragón
Director



Dr. Mauricio Cabrera Ríos
Co-director



Dra. Yasmín A. Ríos Solís
Revisor



Dr. Moisés Hinojosa Rivera
Subdirector

División de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, Mayo de 2012

Dedicatoria

Quiero dedicar este trabajo a mis padres
Sr. Felipe Acosta y Sra. Carmen Cervantes,
que han confiado en mí y me han apoyado
incondicionalmente.

A mis hermanas Irene Acosta y Rocio Acosta,
así también, a mis sobrinitas Lulú y Lesly.

Agradecimientos

Agradezco a la hermosa vida por permitirme seguir mi sendero de sueños.

Hago agradecimiento especial al Dr. Mauricio Cabrera Ríos por haberme apoyado enormemente en el desarrollo de este trabajo y por la confianza que depositó en mí.

Al Dr. Óscar Leonel Chacón Mondragón por asesorarme en este trabajo, apoyarme, orientarme y darme sus consejos.

Quiero agradecer también a la Dra. Yasmín Ríos por ser parte de mi comité de tesis.

A María Guadalupe Villarreal Marroquín por su apoyo y colaboración en este trabajo.

A PISIS en general.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica y a la Universidad Autónoma de Nuevo León, por las becas proporcionadas durante mis estudios de maestría.

Quiero agradecer a todos aquellos que me apoyaron durante mi estancia de investigación en la Universidad de Puerto Rico en Mayagüez, así como al equipo de trabajo y al personal de la UPRM. A todos las personas de la UPRM que aportaron a este trabajo con sus opiniones y asesorías.

A todos los colaboradores que con su apoyo enriquecieron este trabajo.

A mis amigos que me alentaron siempre con sus mejores consejos, pláticas y sugerencias.

A mis padres, hermanas y familia, por su gran amor, apoyo y confianza.

Resumen

La simulación por computadora es una herramienta necesaria en la industria manufacturera en el diseño eficiente y costeable de sus sistemas o procesos de manufactura con el fin de asegurar su viabilidad financiera. En muchos sistemas reales es necesario tomar decisiones sobre cambios en la estructura del diseño. Un modelo de simulación se puede utilizar cuando es impráctico realizar estos cambios en el sistema real o cuando existen limitaciones de tiempo y costo. Algunas veces, es también útil o necesario que un metamodelo reemplace el modelo de simulación para análisis y optimización. Muchos estudios con metamodelos requieren converger a soluciones atractivas en pocas corridas de simulación, por lo que es conveniente mejorar el modelo actual con el fin de realizar un análisis del sistema bajo estudio y la optimización del mismo.

En este trabajo se comparan diferentes técnicas de metamodelación- regresión saturada, regresión de segundo orden y redes neuronales artificiales- en coordinación con un método de optimización basado en simulaciones desarrollado por María G. Villarreal y Mauricio Cabrera-Ríos (Villarreal, 2007; Villarreal et al., 2008). El objetivo de este trabajo de tesis es converger rápidamente a configuraciones atractivas.

La validación del método se llevó a cabo mediante su aplicación a funciones de prueba, funciones no lineales polinomiales y no polinomiales. De acuerdo a los resultados aquí obtenidos se puede inferir que el método en coordinación con las redes neuronales como metamodelos, tiene rápida convergencia a soluciones atractivas manteniendo un bajo número de evaluaciones de simulación. Recursos computacionales modestos fueron utilizados para codificar el método.

Se presenta además un caso de estudio en pronóstico de series de tiempo, la simulación de una RNA de pronóstico a un período futuro con medida de desempeño del mínimo error de validación aplicado a cuatro series de tiempo reales, tres de ellas correspondientes a actividades económicas de Tamaulipas (México) y una referente al valor del Euro-Dólar al valor de cierre. La optimización de este estudio se abordó con el método de optimización de simulaciones. Los resultados inciden en que el método converge a soluciones altamente competitivas en pocas corridas de simulación.

Finalmente, con el objetivo de no invertir mayor requerimiento computacional, todos los casos desarrollados en este trabajo fueron instaurados en MS Excel. Esto además, mantiene la aplicación factible del método al no requerir software computacional especializado.

Estructura de la Tesis

La estructura de este trabajo es la siguiente: en el Capítulo 1 se presenta el objetivo, la motivación y la justificación de este trabajo, así también, se muestra la hipótesis de la tesis y un breve resumen del desarrollo de ésta.

En el Capítulo 2 se presenta el sustento teórico; se incluyen conceptos de optimización vía simulación, diseño estadístico de experimentos, metamodelación, pronósticos en series de tiempo y optimización.

En el Capítulo 3 se describe paso a paso el método de optimización aplicado a simulaciones, así como sus características técnicas.

En el Capítulo 4 se muestra la validación del método descrito en el Capítulo 3. Tal validación comprende la aplicación del método, en coordinación con alguna técnica de metamodelación en particular, a diferentes funciones de prueba para optimización global, así como a funciones no lineales tanto polinomiales como no polinomiales (redes neuronales artificiales). Se utilizaron cuatro modalidades de metamodelos: 1) Regresión saturada, 2) Regresión de segundo orden, 3) Redes neuronales artificiales con dos neuronas tanto en la capa de entrada como en la capa oculta y una salida (RNAs (2, 2, 1), y 4) Redes neuronales artificiales con dos neuronas en la capa de entrada, tres neuronas en la capa oculta y una salida (RNAs (2, 3, 1)).

En el Capítulo 5 se presenta una aplicación del método de optimización a cuatro series de tiempo reales para encontrar la configuración de una RNA de pronóstico que brinde los resultados más competitivos. Se muestra también el modelo de simulación desarrollado que consistió en una RNA de pronóstico a un período futuro con medida de desempeño del mínimo error cuadrado medio de validación, con el objetivo de obtener pronósticos confiables. Esto último se logró mediante la aplicación del método de

optimización para simulaciones en coordinación con el metamodelo que presentó el mejor desempeño en las evaluaciones contenidas en el Capítulo 4.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones, las contribuciones y el trabajo a futuro.

Posterior a los capítulos, se incluyen la bibliografía, los apéndices y los índices de tablas y figuras.

Índice

Resumen	vi
Estructura de la Tesis	viii
Capítulo 1. Introducción	1
1.1. Objetivo.....	2
1.2. Motivación y justificación.....	2
1.3. Hipótesis.....	3
1.4. Desarrollo.....	3
Capítulo 2. Antecedentes	6
2.1. Optimización vía Simulación.....	6
2.2. Diseño estadístico de experimentos.....	10
2.3. Metamodelación.....	13
2.3.1. Metamodelos de regresión saturada.....	13
2.3.2. Metamodelos de regresión de segundo orden.....	15
2.3.3. Redes Neuronales Artificiales.....	15
2.4. Pronósticos en series de tiempo.....	17
2.4.1. Redes neuronales artificiales aplicadas a pronósticos en series de tiempo.....	17
2.5. Problemas de Optimización.....	18

Capítulo 3. Método	22
3.1. Descripción del método.....	23
Capítulo 4. Evaluación del Método	27
4.1. Funciones para validar el método.....	27
4.2. Resultados de las evaluaciones.....	31
4.3. Conclusiones.....	43
Capítulo 5. Caso de estudio	45
5.1. Serie de tiempo A.....	48
5.2. Serie de tiempo B.....	51
5.3. Serie de tiempo C.....	53
5.4. Serie de tiempo D.....	56
5.5. Conclusiones.....	58
Capítulo 6. Conclusiones y trabajo a futuro	60
6.1. Conclusiones.....	60
6.2. Contribuciones.....	61
6.3. Trabajo a futuro.....	62

Apéndices	63
Apéndice A.....	63
Apéndice B.....	84
Apéndice C.....	98
Apéndice D.....	104
Índice de Tablas	126
Índice de Figuras	133
Bibliografía	136
Autobiografía	140

Capítulo 1

Introducción

La simulación por computadora es una herramienta necesaria para la industria manufacturera en el diseño eficiente y costeable de sus sistemas o procesos de manufactura con el fin de asegurar su viabilidad financiera. Los especialistas en simulación pueden no necesariamente tener el conocimiento para optimizar sus diseños utilizando los modelos de simulación que desarrollan, lo que no implica que sea una optimización en sí del proceso o sistema.

El objetivo principal de los métodos de optimización aplicada a la simulación es buscar una combinación de los valores de variables controlables con el fin de optimizar una función de las salidas o respuesta de interés de un modelo de simulación. Existen varios métodos de optimización aplicada a la simulación en la literatura, sin embargo muchas veces se requiere de alto conocimiento de los métodos para su entendimiento, modelación y aplicación al sistema real.

En muchos sistemas reales es necesario tomar decisiones sobre cambios en la estructura del diseño. Un modelo de simulación se puede utilizar cuando es impráctico

realizar estos cambios en el sistema real o cuando existen limitaciones de tiempo y costo. Como alternativa de solución, un metamodelo reemplaza el modelo de simulación para usarse como herramienta de análisis y optimización de estos sistemas. Un metamodelo generado a partir de datos simulados ha sido utilizado como herramienta para dar solución a problemas de optimización, y como tal, muchos estudios de metamodelación requieren diseños experimentales que permitan converger a soluciones atractivas en pocas corridas de simulación. Tomando en cuenta las pautas anteriores, se tiene el siguiente objetivo de la tesis:

1.1. Objetivo

El objetivo de esta tesis es aplicar diversas técnicas de metamodelación en coordinación con un método de optimización basado en simulaciones desarrollado por María G. Villarreal y Mauricio Cabrera-Ríos (Villarreal, 2007; Villarreal et al., 2008) para optimización tanto de procesos como de sistemas de manufactura y comparar su desempeño en encontrar soluciones atractivas.

1.2. Motivación y justificación

La principal motivación de este trabajo se enfoca en la necesidad de optimizar modelos de simulación que toman largo tiempo computacional de ejecución. Cuando estos modelos son usados en optimización, es necesario garantizar la generación de soluciones atractivas manteniendo un número de simulaciones manejable. Una posibilidad es utilizar modelos sustitutos generados a partir de datos simulados, esto es, utilizando metamodelos. El método de optimización de simulaciones brinda un marco generador de soluciones altamente atractivas si se utiliza en coordinación con diversas técnicas de metamodelación. Esto posiblemente represente ahorros de tiempo y costo en la práctica, recursos que muchas veces no se tienen disponibles ya sea porque es difícil contar con el tiempo para realizar cambios al sistema, o bien, cuando no existe un presupuesto destinado para éste fin. Precisamente, el método original incluye al diseño de

experimentos como una estrategia de exploración de puntos atractivos además de cuidar que el número de corridas de simulación sea manejable considerando que un modelo de simulación puede tomar tiempos muy largos en ser ejecutado. Por lo tanto, el método en coordinación con los metamodelos ofrece un algoritmo alternativo de solución a problemas de optimización y tales motivos proveen la justificación del trabajo que aquí se presenta.

1.3. Hipótesis

Es posible determinar una técnica de metamodelación para un método de optimización basado en simulaciones que muestre el mejor desempeño al encontrar configuraciones altamente atractivas para modelos de simulación de procesos y sistemas manteniendo un número bajo de corridas de simulación con el apoyo de técnicas de metamodelación, diseño de experimentos, modelación y optimización.

1.4. Desarrollo

El desarrollo de este trabajo requirió: 1) Obtener conocimientos necesarios de simulación y técnicas de optimización aplicada a la simulación haciendo una extensa revisión bibliográfica, 2) Entender el algoritmo del Método de Optimización de Simulaciones, 3) Reproducir las evaluaciones de Villarreal (2007), del método de optimización aplicada a la simulación utilizando regresión saturada como metamodelos, 4) Llevar a cabo las evaluaciones del método con regresión cuadrática y redes neuronales artificiales con dos y tres neuronas ocultas, 5) Identificar el metamodelo con mejor desempeño, 6) Utilizar el método de optimización aplicada a la simulación con el metamodelo resultante en el punto 5, para encontrar la mejor configuración de red neuronal artificial de pronóstico en cuatro series de tiempo.

Inicialmente se realizó una extensa revisión bibliográfica de artículos en revistas de investigación y libros. Adicionalmente, el método de optimización aplicada a la

simulación en coordinación con alguna técnica de metamodelación en particular fue evaluado en 19 casos de funciones con el fin de determinar el metamodelo que presentaba el mayor ahorro considerable en ejecuciones de simulación. Estas evaluaciones se generaron utilizando la regresión polinomial y las redes neuronales artificiales como metamodelos. En total se utilizaron cuatro metamodelos, tales son: 1) la regresión saturada, 2) la regresión de segundo orden, 3) las redes neuronales artificiales con parámetros (2, 2, 1) (dos neuronas de entrada correspondientes a dos variables, dos neuronas ocultas y 1 neurona de salida correspondiente al valor de predicción de la función objetivo) y 4) las redes neuronales artificiales con parámetros (2, 3, 1) (dos variables, tres neuronas ocultas y 1 neurona de salida).

Una vez realizada la experimentación, se compararon resultados para determinar el metamodelo con la mayor incidencia en converger a la solución óptima de las funciones (o valores muy cercanos) ejecutando el menor número de simulaciones.

Con el metamodelo de mejor desempeño en la evaluación de las funciones, el método fue aplicado a un caso de estudio de pronósticos en series de tiempo, donde el objetivo fue encontrar la configuración de red neuronal artificial de pronóstico con la menor medida de error. Este problema de optimización fue representado mediante un modelo de simulación compuesto por una red neuronal artificial teniendo como variables controlables el número de datos históricos disponibles y el número de neuronas ocultas; la salida del modelo de simulación (respuesta de interés) fue representada por el error cuadrado medio de validación. Entonces, el objetivo del caso de estudio fue encontrar los mejores valores de las variables controlables optimizando la función que representa la salida del modelo de simulación.

El método utilizó técnicas de diseño de experimentos y metamodelación. La optimización se abordó utilizando la técnica de múltiples comienzos con el optimizador local *Solver* de MS Excel.

Finalmente, ya evaluadas las funciones como modelos de simulación y analizado el caso de estudio, se realizaron las interpretaciones pertinentes para cada caso.

La descripción a detalle de lo mencionado anteriormente se encuentra organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se presentan los antecedentes que sustentan la base teórica de la tesis; la descripción del método de optimización aplicado a simulaciones se describe en el Capítulo 3. En el Capítulo 4, se presentan las evaluaciones del método en los diecinueve casos de funciones que fungieron como modelos de simulación; la descripción y solución del caso de estudio de pronóstico en series de tiempo se presenta en el Capítulo 5. Finalmente, el Capítulo 6 presenta las conclusiones, las contribuciones y el trabajo a futuro.

Capítulo 2

Antecedentes

En este capítulo se presenta el sustento teórico de la Tesis. Se presentan los antecedentes del área de optimización vía simulación, metamodelación y la información teórica de diferentes técnicas integradas al método descrito en el Capítulo 3.

2.1. Optimización vía simulación

En la optimización basada en simulación, el problema de optimización consiste en determinar los valores de los parámetros de entrada con el fin de optimizar las salidas de un modelo generado por simulaciones de computadora. En tal modelo, la función objetivo (funciones objetivos, en caso de problemas multicriterio) y algunas restricciones son respuestas que pueden solamente ser evaluadas por simulaciones de computadora y que podrían además tomar un tiempo prolongado en ejecutarse. De acuerdo a (April et al., 2004) el procedimiento de optimización utiliza las salidas del simulador que mide las entradas que se introducirán en el modelo y con base a las entradas actuales y anteriores, el procedimiento de optimización decide un nuevo conjunto de valores de entrada; el proceso continúa hasta que un criterio de terminación adecuado se satisface.

La Figura 2.1 muestra un diagrama genérico de optimización aplicada a la simulación.

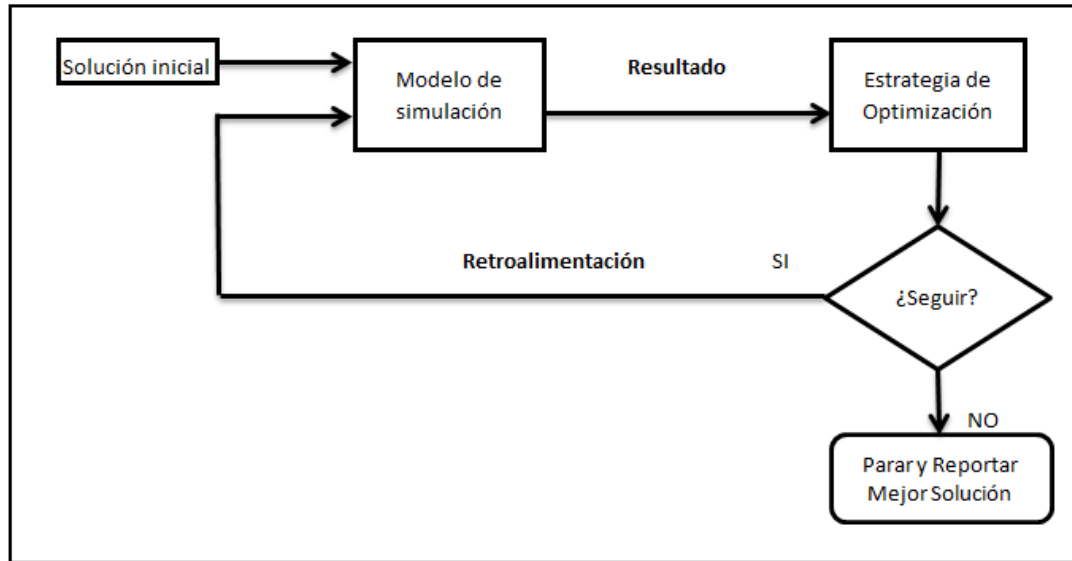


Figura 2.1: Diagrama de Optimización aplicada a la Simulación. Figura obtenida de Villarreal (2007).

El problema de optimización de interés, en general, está dado por:

$$\begin{array}{lll}
 \text{Encontrar} & \mathbf{x} & \text{para} \\
 \text{Minimizar} & E[f(\mathbf{x})] & (2.1) \\
 \text{Sujeto a} & \mathbf{Ax}^T \leq \mathbf{b} & \text{(Restricciones)} \\
 & \mathbf{g}_l \leq \mathbf{G}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{g}_u & \text{(Requerimientos)} \\
 & \mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} & \text{(Cotas)}
 \end{array}$$

Donde $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_v)$ es un vector que contiene los valores de las v variables controlables del modelo de simulación cuyos valores pueden ser continuos o discretos. El conjunto de restricciones son lineales, los valores de la matriz \mathbf{A} y del vector del lado derecho \mathbf{b} son conocidos. Los requerimientos son cotas inferiores y superiores impuestas por funciones que pueden ser lineales o no lineales; los valores de las cotas \mathbf{g}_l y \mathbf{g}_u son conocidos (\mathbf{g}_l y \mathbf{g}_u son vectores). Todas las variables tienen cotas inferiores y superiores, \mathbf{l} y \mathbf{u} . Con este modelo se procede a minimizar el valor esperado de una función objetivo

$f(\mathbf{x})$ a través de un número de réplicas. Tales características dependiendo del problema de optimización, pueden también no estar presentes, Villarreal (2007).

Para que un modelo de simulación sea accesible requiere una cantidad modesta de ejecuciones, las cuales deben garantizar la aportación de información enriquecedora al modelo. Dos áreas que se enfocan en la elección de muestras representativas de los modelos de simulación, son la modelación empírica (metamodelación) y el diseño de experimentos (DOE del inglés). Las muestras sirven entonces para generar instancias del modelo de simulación. Sin embargo, es de suma importancia seleccionar una cantidad de muestras representativas que provean buenos modelos estadísticos. En los casos donde las ejecuciones de simulación tomen tiempos muy largos, un número inadecuado de muestras implicaría una cantidad infinita de tiempo computacional consumido. Un número adecuado de muestras debe proporcionar información representativa para lograr que el modelo estadístico sea confiable.

Existen muchas técnicas desarrolladas para optimización de simulaciones en la literatura. Entre estos, se encuentran los métodos basados en gradiente, métodos de superficie de respuesta, aproximación estocástica, metaheurísticas, ranqueo y selección, y otras más. En Andradóttir (1998) se ha provisto una descripción extensa de optimización basada en simulación, haciendo énfasis en las técnicas basadas en gradiente para la optimización vía simulación de parámetros continuos y métodos de búsqueda aleatoria para optimización vía simulación de parámetros discretos. En (Swisher et al., 2000) se presenta una revisión extensa de técnicas de optimización basada en simulación diseñadas tanto para parámetros de entrada continuos como para parámetros de entrada discretos. Además, en Ólafsson y Kim (2002) se muestra una introducción a optimización basada en simulación y una revisión de métodos utilizados para resolver problemas de optimización basada en simulación. Para mayor comprensión de estas técnicas se sugiere revisar (Fu, 1994; Azadivar, 1999; Fu, 2001; Fu et al. 2005).

Los metamodelos son usados como herramientas de análisis para resolver problemas de optimización. De acuerdo a Santos y Santos (2009), un metamodelo

reemplaza el modelo de simulación por una relación simplificada de entrada-salida (input-output en inglés), frecuentemente una función matemática con parámetros personalizados. Los metamodelos generados con datos simulados, han sido utilizados como herramientas para dar solución a problemas de optimización. Existe una variedad de técnicas de metamodelos que han sido utilizadas mayormente en la práctica. La regresión lineal estándar aparece como una de las técnicas de metamodelación más populares. Más recientemente las *Redes Neuronales Artificiales* (RNAs) también han ganado popularidad como técnica de metamodelación (April et al., 2003). En (Altıparmak et al., 2002) se ha desarrollado un metamodelo de RNA y esta RNA en conjunto con Recocido Simulado se utiliza para determinar el tamaño óptimo de los buffers en una línea de ensamble asincrónica. En (Vosniakos et al., 2006) se utiliza una RNA para reemplazar el modelo de simulación en el diseño de celdas de manufactura; otro ejemplo más se tiene en (Moniaci et al., 2005) donde se utiliza una RNA para representar la efectividad de una línea de producción.

Kriging es otra técnica de metamodelación muy atractiva porque puede asegurar que las predicciones tienen exactamente el mismo valor como la salida observada de la simulación. En (Jin et al., 2000) se realiza un estudio comparativo de varias técnicas de metamodelación basándose en múltiples medidas de desempeño, tales metamodelos son la regresión polinomial, funciones de bases radiales, modelos Kriging y regresión spline adaptativa multivariada (*MARS* del inglés). Martin y Simpson (2002) desarrollan un método usando metamodelos Kriging adaptativo, donde el método permite actualizar continuamente el metamodelo con el objetivo de representar todo el espacio del diseño; En (Gunes et al., 2008) se explora metamodelación Kriging en la construcción efectiva de algoritmos de optimización global en conjunto con Recocido Simulado; Liu y Staum (2009) presentan un procedimiento eficiente de simulación de dos niveles usando metamodelación Kriging estocástica en la estimación esperada del déficit como medida de riesgo en cartera.

Podemos encontrar más técnicas de metamodelación tal como la *aproximación Bayesiana*, la *interpolación Spline*, funciones de *bases radiales*, entre otras. Para mayor

información acerca de estas técnicas se sugiere consultar en (Cheng y Currie, 2004; Santos y Santos, 2010; Jin et al., 2000; Shin et al., 2002; Meghabghab y Kandel, 2004; Barton, 1998). Se han realizado también, una variedad de estudios comparativos de las técnicas de metamodelación. Por ejemplo, en (Li et al., 2010) se compara la regresión polinomial con *MARS*, Kriging, redes neuronales artificiales, funciones de base radial y máquinas de vectores soporte para la optimización de simulaciones en sistemas de apoyo a la toma de decisiones.

En Villarreal (2007) y (Villarreal et al., 2008) se abordan los métodos de optimización aplicada a la simulación que utilizan metamodelos, y la presente tesis sigue la línea de ambos trabajos, donde técnicas de metamodelación y el diseño de experimentos son utilizados en la solución de los problemas de optimización, brindando una solución flexible y transparente al usuario.

2.2. Diseño estadístico de experimentos

Es esta sección se describe los aspectos más relevantes del diseño experimental que se utilizan a lo largo del desarrollo de la Tesis.

Un diseño de experimentos puede definirse como una prueba o serie de pruebas en las que se hacen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso o sistema para observar e identificar las razones de los cambios que pudieran observarse en la respuesta de salida (Montgomery, 2010).

Un diseño experimental incluye diversas técnicas para aproximar modelos estadísticos y obtener una representación de la respuesta del proceso o sistema. Un metamodelo o modelo empírico provee tal representación.

Muchos estudios de metamodelación requieren diseños experimentales que permitan converger a soluciones atractivas en pocas corridas de simulación. En un diseño factorial los factores se hacen variar en conjunto y se usan todas las combinaciones

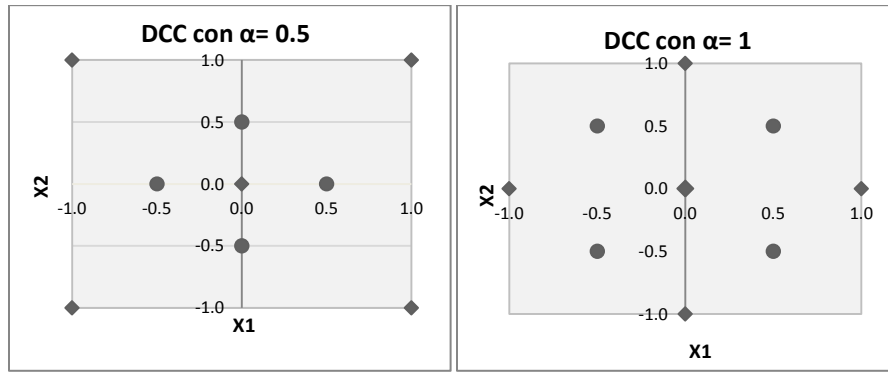
posibles de los niveles de los factores. De acuerdo a Montgomery (2010), los diseños factoriales se usan ampliamente en experimentos que incluyen varios factores cuando es necesario estudiar el efecto conjunto de los factores sobre una respuesta. El diseño factorial más importante es el diseño factorial 2^K , donde K factores se manejan a dos niveles cada uno.

En el área de metamodelación un diseño compósito central (DCC) es usado para ajustar modelos de segundo orden. Un DCC para K factores generalmente consta de un diseño factorial 2^K con n_f corridas, $2K$ corridas axiales o estrella y n_c corridas centrales (Montgomery, 2010). Más información sobre diseños experimentales se puede encontrar en la misma referencia. Cuando se habla de corridas axiales se busca que el diseño sea girable, es decir que el modelo proporcione una buena predicción en toda la región de interés. El diseño compósito central puede hacerse girable mediante la elección adecuada de la separación axial α . Si el diseño es girable, la desviación estándar de la respuesta predicha ($\hat{f}(x)$) es constante en todos los puntos que están a la misma distancia desde el centro del diseño (Montgomery y Runger, 2003).

El término rotatable también es utilizado para referirse a girable. De acuerdo a Montgomery, el valor de α para la rotabilidad depende del número de puntos en la porción factorial del diseño; $\alpha=(n_f)^{1/4}$ produce un DCC rotatable. Cuando la región de interés es esférica, la mejor elección de α desde el punto de vista de la varianza de predicción es hacer $\alpha=\sqrt{K}$; este diseño, llamado DCC esférico, coloca todos los puntos factoriales y axiales del diseño sobre la superficie de una esfera de radio \sqrt{K} (Montgomery, 2010). La importancia práctica de la rotabilidad en el problema de encontrar un punto óptimo es porque asegura que, con independencia de la dirección en que se explore a partir del centro del diseño, la calidad de predicción se comporta de igual manera (Gutiérrez-Pulido y De la Vara-Salazar, 2004).

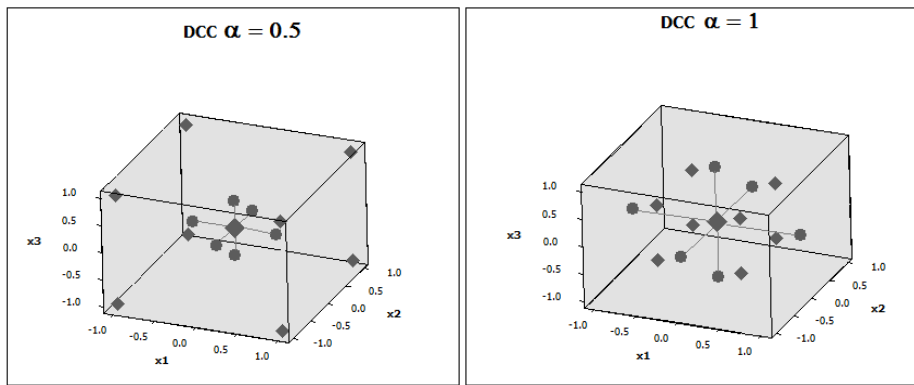
Para las corridas centrales, la elección de α en un DCC está dictada principalmente por la región de interés. Cuando esta región es una esfera, el diseño debe incluir corridas centrales para proporcionar una varianza razonablemente estable de la

respuesta predicha. En general se recomienda de tres a cinco corridas axiales (Montgomery, 2010). La Figura 2.2a muestra un DCC para $K = 2$ factores utilizando un valor de $\alpha=0.5$ (cuatro corridas axiales y una corrida central); de igual forma la Figura 2.2b presenta este DCC utilizando $\alpha=1$. Las Figura 2.3a y 2.3b muestran un DCC para $K=3$ factores utilizando un $\alpha=0.5$ y $\alpha=1$ respectivamente.



(a) (b)

Figura 2.2: Diseño Compósito Central para 2 factores.



(a) (b)

Figura 2.3: Diseño Compósito Central para 3 factores.

A medida que existe irregularidad en la zona experimental y ajustar un modelo estándar (como lo son el diseño factorial completo y el DCC) no es la mejor opción, o cuando es necesario reducir el número de corridas, el diseño D-Óptimo generado por computadora es un diseño opcional para ajustar modelos empíricos donde se encuentran estas situaciones (Montgomery, 2010). El algoritmo computacional para construir los diseños optimales se basa en un algoritmo de intercambio para seleccionar el conjunto de combinaciones (Montgomery, 2010). Información relacionada con el diseño D-óptimo se puede consultar también en Villarreal (2007).

2.3. Metamodelación

En muchos sistemas reales es necesario tomar decisiones sobre cambios en la estructura del diseño. Un modelo de simulación se puede utilizar cuando es impráctico realizar estos cambios en el sistema real o cuando existen limitaciones de tiempo y costo. Un metamodelo reemplaza el modelo de simulación para usarse como herramienta de análisis y optimización de estos sistemas.

Existen varios modelos que sirven para ajustar modelos empíricos. De mayor importancia para este trabajo son los modelos de regresión (regresión saturada y de segundo orden) y las redes neuronales artificiales. La información más relevante para cada metamodelo se describe en las siguientes secciones.

2.3.1. Metamodelos de regresión saturada

Un modelo de regresión se ajusta a un conjunto de datos muestrales, donde la variable dependiente o respuesta depende de variables independientes (variables de decisión) y de coeficientes de regresión (valores $\hat{\beta}$). La relación que existe entre estas variables se caracterizan por un modelo matemático (Montgomery, 2010).

En los metamodelos de regresión saturada, se utilizan todos los grados de libertad posibles en un diseño experimental, es decir, $n-1$ coeficientes siendo n el número de

puntos en el diseño; de esta forma, si el diseño experimental inicial es un DCC con nueve puntos, para construir el primer metamodelo de regresión saturada serán utilizados 8 coeficientes de regresión. El metamodelo de regresión saturada para el caso de dos variables de decisión (x_1 y x_2) correspondiente al metamodelo construido con el diseño experimental inicial es mostrado en (2.2).

$$\hat{f}(x_1, x_2) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \hat{\beta}_3 x_1^2 + \hat{\beta}_4 x_2^2 + \hat{\beta}_5 x_1 x_2 + \hat{\beta}_6 x_1^3 + \hat{\beta}_7 x_2^3 \quad (2.2)$$

El método de mínimos cuadrados se usa de manera típica para la estimación de los coeficientes de regresión (Montgomery, 2010). Este método consiste en elegir los coeficientes de regresión de tal modo que la suma de errores cuadrados (SSE) se minimice. En (2.3) se muestra de forma matricial el estimador resultante de esta operación, donde la matriz \mathbf{X} es la matriz de los niveles de las variables de decisión (independientes), \mathbf{y} el vector de las observaciones del experimento (o la salida del simulador) y $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ es el vector que contiene los coeficientes de regresión (Montgomery, 2010).

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (2.3)$$

Para estimar la proporción de la variabilidad en los datos explicada por el metamodelo, se puede calcular el valor del coeficiente de determinación R^2 (2.4). Este valor debe ser mayor a cero y menor de uno (100%), siendo más deseables los valores más grandes (Montgomery, 2010).

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (2.4)$$

De (2.4), el SSE en (2.5) es la suma de errores cuadrados, donde (y_i) es la respuesta real y (\hat{y}_i) la respuesta del metamodelo; el SST en (2.6) es la suma de cuadrados totales, donde el vector \mathbf{y} contiene todos los valores de la respuesta.

$$SSE = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.5)$$

$$SST = y^T y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \quad (2.6)$$

Además de la regresión saturada, la regresión cuadrática también es de interés para este trabajo. La siguiente sección describe a manera general los metamodelos de regresión de segundo orden.

2.3.2. Metamodelos de regresión de segundo orden

La regresión de segundo orden como técnica de metamodelación es aquella donde se utilizan hasta los términos cuadráticos de las variables, de esta forma se tiene que el metamodelo cuadrático construido mantiene el uso de 6 coeficientes de regresión. En (2.7) se muestra un modelo de regresión cuadrático completo para dos variables de decisión (x_1 y x_2).

$$\hat{f}(x_1, x_2) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \hat{\beta}_3 x_1^2 + \hat{\beta}_4 x_2^2 + \hat{\beta}_5 x_1 x_2 \quad (2.7)$$

Anterior a esta sección, se detalló una explicación para la estimación de los coeficientes de regresión, revisar (2.3) a (2.6).

2.3.3. Redes Neuronales Artificiales

Algunas arquitecturas de las RNAs son conocidas como aproximadores universales. Se entiende por arquitectura de una red, el describir cuántas capas tiene la red, el número de neuronas en cada capa, la función de transferencia de cada capa y cómo están interconectadas las capas entre sí. La RNA utilizada como técnica de metamodelación es una red multicapa y de avance (*Multilayered feed forward* en inglés). La Figura 2.4 muestra una red neuronal multicapa compuesta por 3 capas: la capa de entrada, las neuronas representan el valor de las n variables de entrada, una capa oculta

con m neuronas y una capa de salida con una neurona que representa la predicción de la función objetivo.

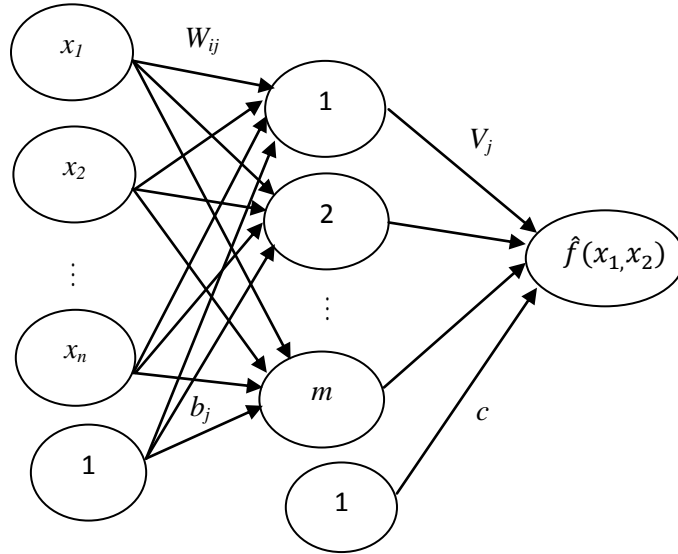


Figura 2.4: RNA de tres capas entrenada por retropropagación del error.

Matemáticamente, el metamodelo de red neuronal de tres capas puede expresarse mediante (2.8).

$$\hat{f}(x_1, x_2) = f_{act2}(\sum_{j=1}^m V_j f_{act1}(\sum_{i=1}^n x_i W_{ij} + b_j) + c) + \varepsilon. \quad (2.8)$$

$$f_{act1}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad (2.9)$$

$$f_{act2}(x) = x \quad (2.10)$$

Donde f_{act1} (función tangente hiperbólica (2.9)) y f_{act2} (función identidad (2.10)) son funciones de activación para la capa de entrada y la capa oculta respectivamente, $\hat{f}(x_1, x_2)$ representa la respuesta predicha (función objetivo) y x_i los datos de entrada, V_j y W_{ij} son los pesos de la capa de salida y de entrada respectivamente, b_j y c son los pesos que salen de las neuronas de sesgo (neuronas con valor constante de 1) de la capa de entrada y la capa oculta respectivamente.

Las redes neuronales artificiales tienen áreas de aplicación extensa. Sin embargo, precisamos de gran importancia para este trabajo el área de pronósticos en series de tiempo, el cual se introducirá en la siguiente sección.

2.4. Pronóstico en series de tiempo

Realizar inferencias sobre observaciones registradas en el tiempo es una tarea del área de pronósticos. Ante los cambios que se presentan cotidianamente en las organizaciones, muchas veces es necesario generar pronósticos que sirvan para enfrentar las situaciones que involucren estos cambios. Cuando una organización se ve en la necesidad de tomar decisiones ante la incertidumbre, los pronósticos juegan un papel importante, esto, para mantener la viabilidad o supervivencia de la organización.

Existen muchas técnicas de pronósticos en la literatura, cada una con características propias. La mayoría de los métodos estadísticos de pronósticos se basan en el uso de los datos históricos de una serie de tiempo. Una *serie de tiempo* es una serie de observaciones en el tiempo de alguna cantidad de interés (Hillier y Lieberman, 2002).

Muchos procedimientos de pronóstico se realizan a largo o corto plazo, esto motiva a contar con una herramienta que permita generar pronósticos de una manera flexible, transparente y práctica proporcionando pertinentemente la información al tomador de decisiones y que además, su diseño represente ahorros en la inversión de recursos disponibles para generarlos.

2.4.1. Redes neuronales artificiales aplicadas a pronósticos en series de tiempo

Las Redes Neuronales Artificiales proveen una herramienta alternativa para pronóstico, ya que en esencia, algunas son aproximadores universales. La utilización de RNAs en pronósticos tiene buenas bases según la literatura. Revisiones detalladas de las aplicaciones de las RNAs se pueden consultar en (Zhang et al., 1998) y (Hagan y Demut, 1995).

Un aspecto de suma importancia es la selección adecuada de parámetros para construir un modelo de RNA confiable. En Salazar (2005) se ha desarrollado un modelo de RNA para pronósticos de series de tiempo cuya selección de parámetros se realizó de una manera sistemática y consistente por medio de la utilización de métodos estadísticos experimentales y técnicas de optimización; adicionalmente, se desarrollaron modelos de RNAs para la predicción de demanda de uno y de múltiples períodos obteniendo pronósticos mucho más confiables en comparación con los pronósticos obtenidos mediante métodos lineales tradicionales.

El presente trabajo utiliza el método de optimización aplicada a la simulación en coordinación con metamodelos para encontrar la mejor arquitectura (configuración) de RNA de pronóstico de un período futuro.

2.5. Problemas de Optimización

La característica esencial de un modelo matemático en la investigación de operaciones es que resuelve un conjunto de relaciones matemáticas (tales como ecuaciones, desigualdades, dependencias lógicas, etc.) las cuales corresponden a relaciones en el mundo real (tales como relaciones tecnológicas, leyes físicas, restricciones mercadológicas, etc.) (Williams, 1999). En este sentido, la programación matemática se encarga de dar las bases para modelar problemas haciendo uso de símbolos algebraicos. La característica común que los modelos de programación matemática tienen es que todos ellos se resuelven por *optimización*. Ya sea que se desee *maximizar* o *minimizar* una función (o funciones) objetivo (Williams, 1999).

Un modelo de optimización a minimizar en general es representado como la formulación (2.11) en Villarreal (2007).

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(x) \\ \text{s.a.} \quad & g(x) \leq 0 \\ & x \in X \subseteq \mathbb{R}^n \end{aligned} \tag{2.11}$$

En general, un modelo de optimización trata de encontrar valores a las variables de decisión (\mathbf{x}), entre el conjunto de todos los valores posibles (X), que optimicen (minimicen o maximicen), una función objetivo ($f(\mathbf{x})$) que satisfagan las restricciones dadas ($g(\mathbf{x})$) (Winston, 2005).

Un modelo de optimización generalmente se puede clasificar en un problema de optimización *lineal* o *no lineal*. Los modelos de programación no lineal usualmente son mucho más difíciles de resolver que los lineales. Adicionalmente, es común que la programación no lineal pueda ser dividida en *convexa* y *no convexa* (Williams, 1999). Esta clasificación también aplica a la función objetivo de los modelos de optimización. La Figura 2.5a muestra un ejemplo de función *convexa*, que a su vez es una función cóncava hacia arriba. Similarmente, la Figura 2.5b muestra una función *cóncava*, función convexa hacia abajo.

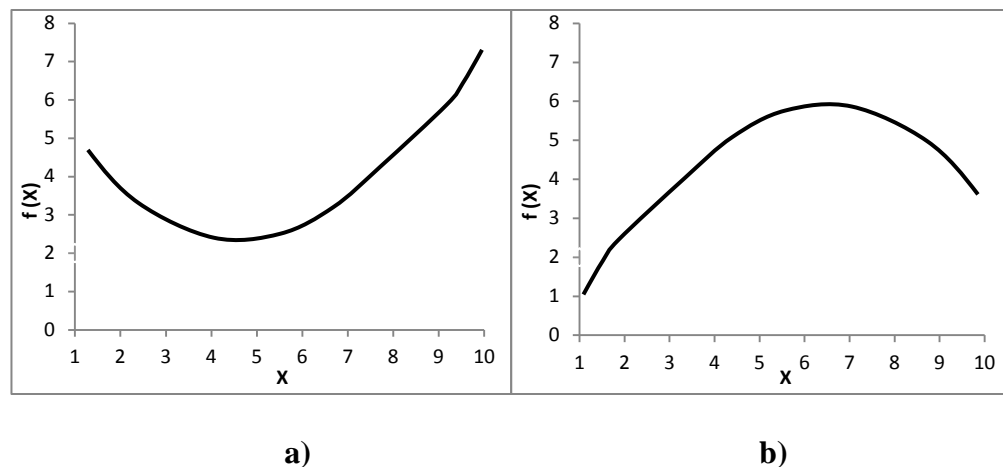


Figura 2.5: a) Función convexa y b) Función cóncava.

Por otro lado, considerando la función $f(x)$ en un problema de optimización no lineal tal como lo indica la formulación (2.12),

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x) \\ & \text{s.a } a \leq x \leq b \end{aligned} \tag{2.12}$$

posiblemente no exista $f'(x)$ o si resulta difícil resolver la ecuación $f'(x)=0$, $f(x)$ es un tipo especial de función (función unimodal). Una función $f(x)$ es **unimodal** en $[a, b]$ si

para algún punto \bar{x} en $[a, b]$, $f(x)$ es estrictamente creciente en $[\bar{x}, b]$ y estrictamente decreciente en $[a, \bar{x}]$. Si $f(x)$ es unimodal en $[a, b]$, entonces $f(x)$ tendrá sólo un *mínimo local* (\bar{x}) en $[a, b]$ y ese mínimo local será la *solución óptima* (\bar{x}) de (2.12) (Winston, 2005), ver Figura 2.6. En este sentido, una función con múltiples mínimos (o máximos) locales es una función **multimodal**.

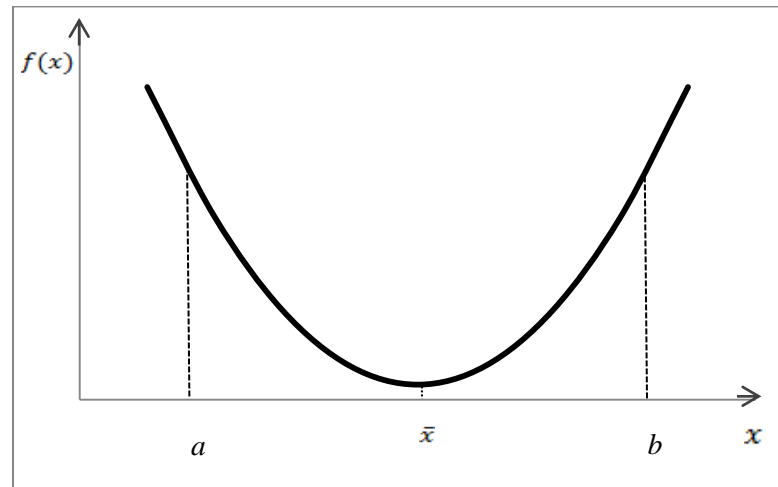


Figura 2.6: Función unimodal

Una forma de incrementar la probabilidad de encontrar una solución atractiva que se acerque a un óptimo global es utilizando el método de *múltiples comienzos*. Este método heurístico propone que cuando se utilice un método de optimización local, se ejecute varias veces iniciando desde diferentes puntos cada vez, de esta manera se comparan las soluciones encontradas y se reporta la mejor. Un método comúnmente utilizado para minimizar una función de la respuesta de interés es el método del *descenso más pronunciado* (*Steepest Descent* del inglés) el cual genera una sucesión de puntos de manera decreciente hasta llegar a la vecindad del óptimo. El método de descenso más pronunciado es un procedimiento para moverse secuencialmente sobre la trayectoria del descenso más pronunciado, es decir, en la dirección del decremento máximo de la respuesta (Montgomery, 2010). Una gran desventaja es que el método garantiza encontrar el mínimo a través de muchas iteraciones que pueden tomar tiempos infinitos en ejecutarse, inclusive antes de localizarlo, por lo que depende en gran medida en la elección de un buen punto inicial.

Gran parte de este trabajo se realiza mediante el uso Microsoft Excel Solver. Este optimizador resuelve los diferentes problemas utilizados en este trabajo de la siguiente manera: para problemas de optimización *no* lineal, el Solver utiliza el algoritmo de Gradiente Reducido Generalizado (Generalized Reduced Gradient), que es un algoritmo de optimización local desarrollado por Leon Lasdon (University of Texas at Austin) y Allan Waren (Cleveland State University); para los problemas *lineales* y *enteros*, el Solver utiliza el método simplex con cotas en las variables y el método de Ramificar y Acotar (Branch and Bound). Estos algoritmos fueron implementados por John Watson y Dan Fylstra, Frontline Systems, Inc. (Soporte Técnico Microsoft, 2011).

En este trabajo se aplica el método de optimización para simulaciones desarrollado en Villarreal (2007), el cual se describe en el capítulo siguiente. El método hace uso de técnicas de diseño de experimentos y metamodelación. La parte de metamodelación para este trabajo, utiliza los modelos de regresión cuadráticos y redes neuronales artificiales además de la regresión saturada, técnica utilizada originalmente en el desarrollo del método.

Capítulo 3

Método

El método utilizado en este trabajo fue desarrollado por María G. Villarreal y Mauricio Cabrera-Ríos, reportado en Villarreal (2007) y (Villarreal et al., 2008). Éste es un método iterativo de optimización aplicada a la simulación que inicia con un diseño de experimentos con el cual se determina una solución incumbente y un metamodelo inicial. En cada iteración, el metamodelo es utilizado para generar un punto atractivo en el cual se ejecuta una simulación. El valor simulado del nuevo punto se compara contra el incumbente para actualizarlo, y finalmente, se prueban varios criterios de parada. Si se decide seguir, el nuevo punto se añade al conjunto de puntos disponibles en una nueva iteración y un nuevo metamodelo es construido. Como características novedosas del método, este incluye técnicas de diseño de experimentos, metamodelación, optimización y simulación. La Figura 3.1 muestra esquemáticamente el método. Este método que básicamente aplica para problemas de optimización similares al modelo (2.1) formulado en el capítulo anterior es como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & E[f(x)] \\ \text{s.a} \quad & Ax^T \leq b \\ & g_l \leq G(x) \leq g_u \\ & l \leq x \leq u \end{aligned} \tag{2.1}$$

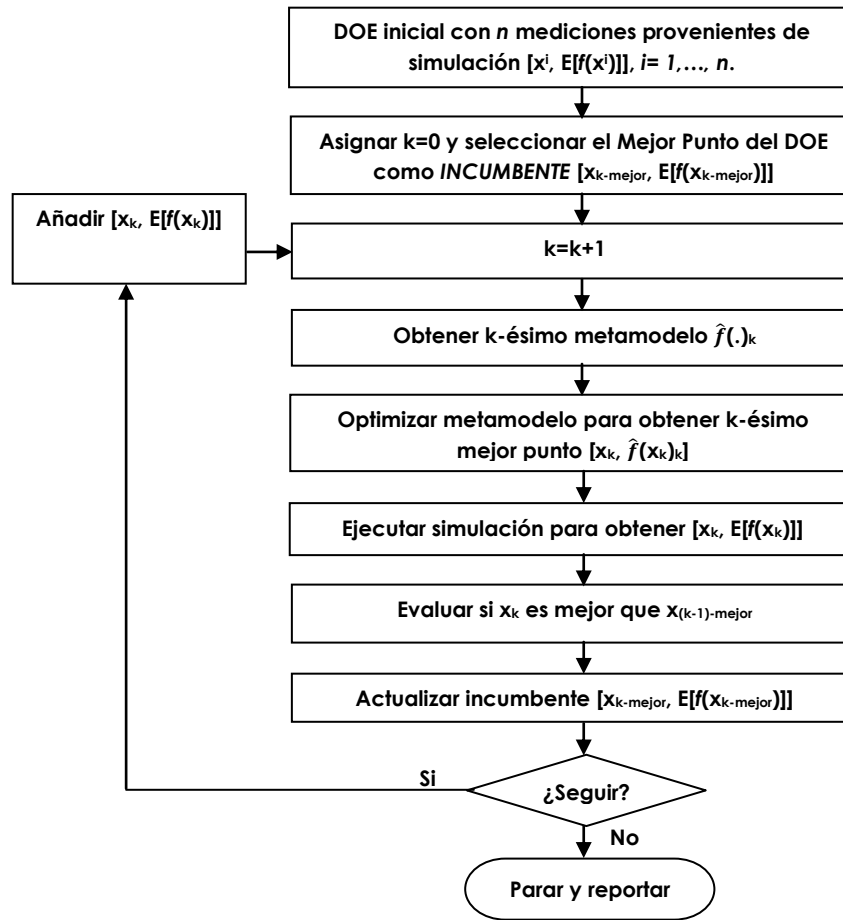


Figura 3.1: Método de optimización de simulaciones. Figura obtenida de Villarreal (2007).

3.1. Descripción del método

INICIALIZACIÓN

1. *DOE inicial.* El método inicia con un Diseño de Experimentos (DOE por sus siglas en inglés). El DOE consiste en n corridas representadas por combinaciones $x^i = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_v)^i$ de las v variables controlables a incluir en el problema de optimización, así como su evaluación $E[f(x^i)]$, donde $i=1,2,\dots,n$.

Dependiendo del número de variables de decisión es recomendable utilizar un DOE específico con el fin de no realizar corridas de simulación innecesarias.

2. *Seleccionar solución incumbente.* Tomando en cuenta el criterio detallado en paso 1, se selecciona la combinación del DOE con el mejor valor de la función objetivo. Esta combinación se convierte en la k -ésima solución incumbente (inicialmente $k=0$) [$x_{k\text{-mejor}}$, $E[f(x_{k\text{-mejor}})]$]. En este paso se inicializa un contador de iteraciones $k:= 0$.

ITERACION PRINCIPAL

3. *Actualizar contador:* $k = k + 1$
4. *Obtener el k -ésimo metamodelo.* Se utilizan los puntos obtenidos en el DOE inicial y los puntos encontrados en cada iteración del método para construir el k -ésimo metamodelo. Para el estudio de esta tesis se utilizan cuatro modalidades de metamodelos: metamodelos de regresión saturada, de regresión de segundo orden, redes neuronales artificiales con parámetros (2, 2, 1) y con parámetros (2, 3, 1). Las variables de entrada deberán estar escaladas en el rango [-1,1].
5. *Optimizar el k -ésimo metamodelo para obtener x_k .* En este paso se desea obtener una nueva solución (x_k) del modelo de simulación utilizando el metamodelo derivado del paso 4. Para esto se formula un problema de optimización donde el metamodelo es utilizado como función objetivo a ser minimizada (o maximizada) sujeto a las restricciones pertinentes. Se procede a utilizar la técnica de múltiples comienzos con un optimizador local (e.g. Solver, MS Excel) para obtener una solución atractiva, x_k .
6. *Ejecutar una simulación en el punto nuevo.* En esta etapa se estima, vía simulación, el valor de $E[f(x_k)]$ cuidando que si el modelo de simulación fue replicado, en esta estimación se tengan el mismo número de réplicas y se reporte la media.

7. *Evaluar si el punto nuevo es mejor que el incumbente.* En esta fase se quiere evaluar si el punto encontrado (x_k) tiene un valor objetivo estrictamente menor (problema de minimizar) al mejor punto encontrado hasta este momento ($x_{(k-1)\text{-mejor}}$), esto es, si $E[f(x_k)] < E[f(x_{(k-1)\text{-mejor}})]$.
8. *Actualizar la solución incumbente.* En este punto se actualiza la solución incumbente de acuerdo a la evaluación del punto anterior. Si $E[f(x_k)] < E[f(x_{(k-1)\text{-mejor}})]$, entonces se asigna $[x_{k\text{-mejor}}, E[f(x_{k\text{-mejor}})]] := [x_k, E[f(x_k)]]$, de otra manera, la solución incumbente no cambia.
9. *Evaluar los criterios de terminación del método.* El método debe terminar si:
 - 1) el nuevo punto (x_k) forma parte de los puntos del DOE inicial o es igual a alguno de los puntos utilizados en previas iteraciones, para construir el metamodelo. Este criterio es utilizado ya que un punto conocido no añade información para la construcción de un nuevo metamodelo.
 - 2) el coeficiente de determinación R^2 del k-ésimo metamodelo es igual o mayor a un valor ε especificado (valores de 0.95 y 1.00 para ε son sugeridos). Este criterio es justificado con el hecho que si se logra ajustar un metamodelo casi perfectamente a las observaciones, éste es ahora un buen representante de la superficie de respuesta del modelo de simulación que hereda su fidelidad al punto atractivo encontrado. A lo largo de esta tesis se utiliza un valor de 1.00 para ε .
 - 3) un número máximo de iteraciones definido por el usuario. La elección de este número depende de los recursos disponibles, por ejemplo, tiempo y dinero. Para esta tesis el número máximo de iteraciones se fija de acuerdo al número de combinaciones resultantes en un diseño de experimentos factorial completo.

Entonces, si alguno de los criterios de terminación se cumple, el método para y se toma la solución incumbente como la salida final. Si ninguno de los criterios se cumple,

entonces se añade x_k y $E[f(x_k)]$ al conjunto de puntos disponibles (i.e., los puntos del diseño de experimentos inicial y los obtenidos mediante la optimización del metamodelo en cada iteración además de su valor respectivo en el modelo de simulación) para construir un nuevo metamodelo y se regresa a la iteración principal.

El objetivo de ir construyendo un nuevo metamodelo en cada iteración es lograr la convergencia a una solución altamente atractiva en un número modesto de ejecuciones del modelo de simulación.

El método originalmente se desarrolló utilizando la regresión saturada como técnica de metamodelación. Como una extensión, el método se evalúa con otras técnicas de metamodelación, tales como los modelos de regresión de segundo orden y redes neuronales artificiales. La aplicación del método se realiza con el uso de MS Excel. Por su simplicidad y fácil instauración, el método es ideal para personas con conocimientos modestos en el área de optimización.

En el siguiente capítulo se presenta la evaluación del método en 19 casos de funciones tomando cuatro modalidades de metamodelos - metamodelos de regresión saturada, metamodelos de regresión de segundo orden, redes neuronales artificiales con dos y tres neuronas ocultas - para determinar aquel metamodelo que converge a una solución altamente atractiva con un número modesto de corridas de simulación.

Capítulo 4

Evaluación del método

En este capítulo se presentan las evaluaciones con cada metamodelo utilizado por el método. El método de optimización aplicada a la simulación fue evaluado en 19 casos de funciones. El objetivo de las evaluaciones fue determinar el metamodelo con el cual se obtenían buenas soluciones manteniendo un bajo número de simulaciones.

4.1. Funciones para validar el método

Las siete funciones de prueba para optimización global que fueron utilizadas son: a) Sphere, b) Rosenbrock, c) Rastrigin, d) Griewank, e) Goldstein-Price, f) Easom, y g) Schwefel, todas consideradas en un espacio de 2 dimensiones (ver el Apéndice A) y solamente las funciones Sphere y Griewank se consideraron en un espacio de 9 dimensiones. A continuación se describen las funciones de prueba y gráficamente la Figura 4.1 muestra cada una de las funciones en un espacio de dos dimensiones.

- a) Función Sphere. Es la función más simple. Es continua, convexa y unimodal.
- b) En el valle de Rosenbrock el óptimo global está dentro de un largo, estrecho y plano valle con forma parabólica.

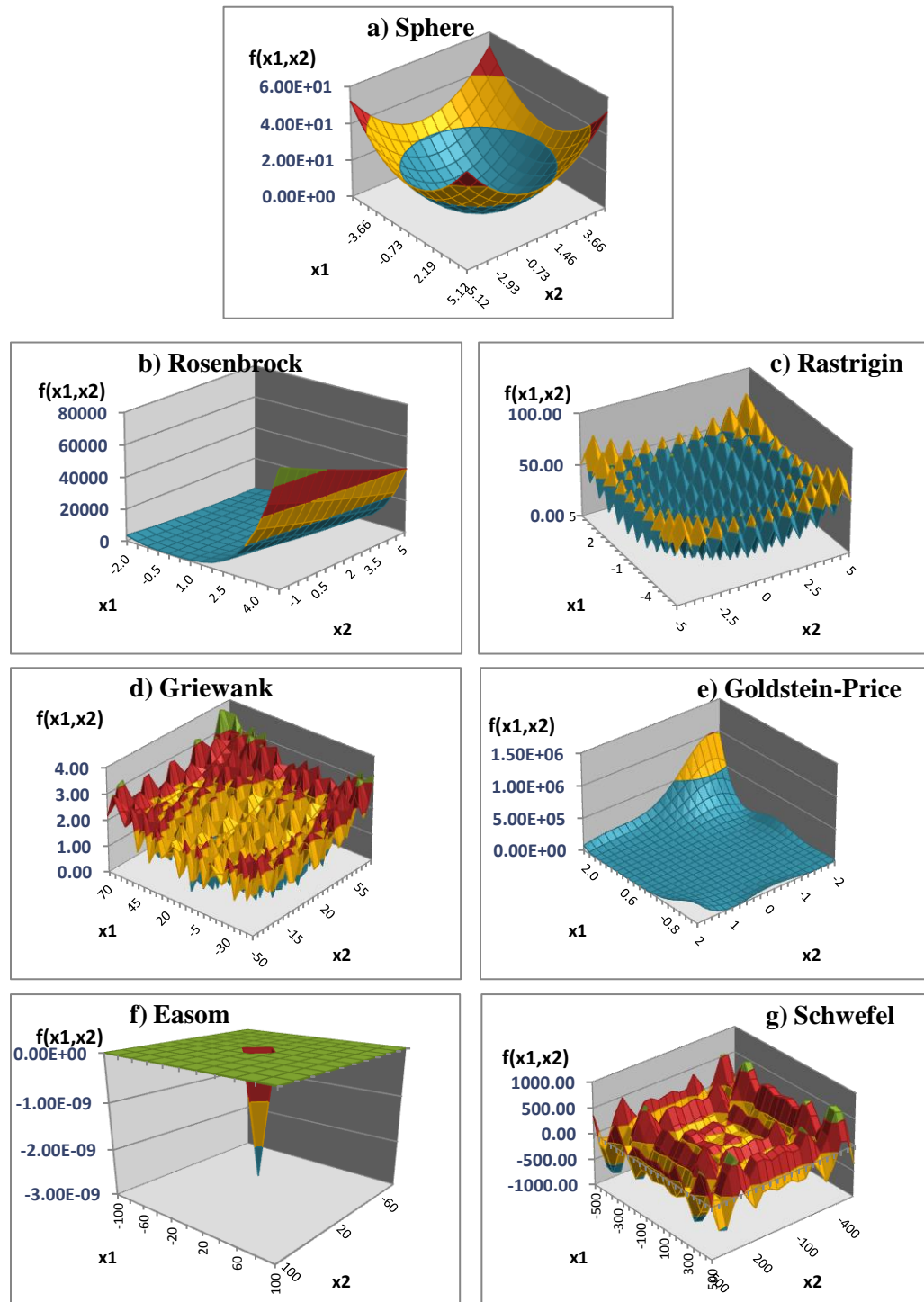


Figura 4.1: Funciones de prueba sin restricciones en 2 dimensiones, para optimización global.

- c) La función Rastrigin está basada en la función sphere pero adicionalmente tiene un coseno de modulación para producir muchos mínimos locales regularmente distribuidos.
- d) La función Griewank (similar a la función Rastrigin), tiene muchos múltiples mínimos locales y la localización del mínimo está regularmente distribuida.
- e) La función Goldstein-Price presenta valles y una zona de búsqueda irregular.
- f) La función Easom es una función unimodal, donde el mínimo global tiene un área relativamente pequeña al espacio de búsqueda.
- g) Función Schwefel. Debido a que el mínimo global está geoméricamente distante sobre el espacio de parámetros del próximo mejor mínimo local, los algoritmos de búsqueda son potencialmente propensos a converger en una dirección equivocada.

Más información de estas funciones de prueba puede consultarse en (Pohlheim, 2006).

Adicionalmente, el método se evalúa en tres funciones no lineales polinomiales (Ver Apéndice A). Todas las funciones consideradas son de un espacio de 2 dimensiones (Figura 4.2).

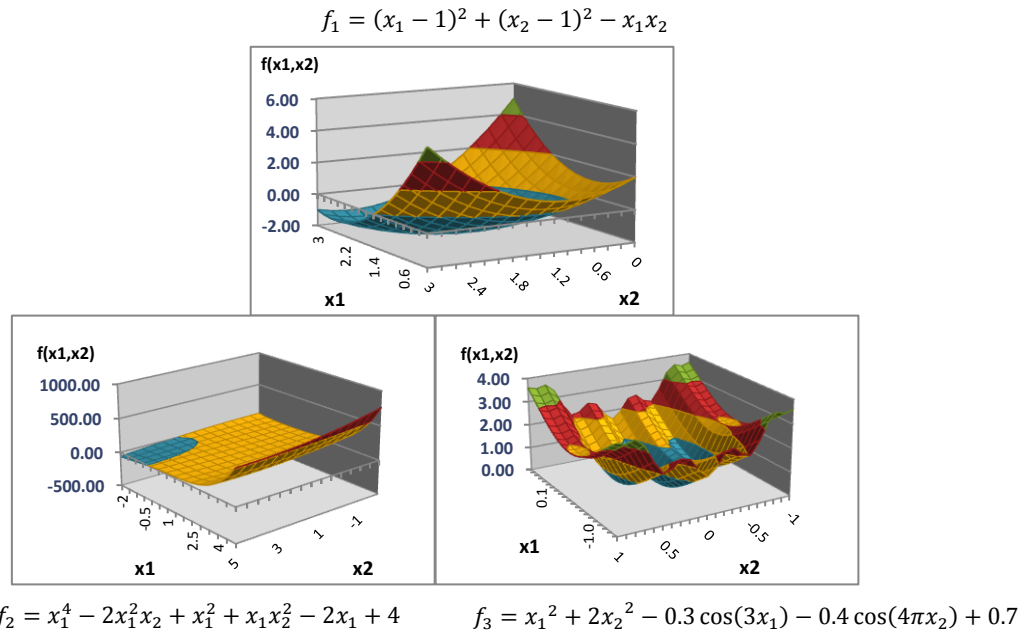


Figura 4.2: Funciones no lineales polinomiales en 2 dimensiones.

Finalmente el método se evalúa en siete funciones de RNAs. En específico, se utilizan RNAs multicapa y de avance con 2 y 3 neuronas en la capa de entrada (número de variables de decisión), 3 neuronas en la capa oculta y una neurona en la capa de salida (predicción de la función objetivo); los parámetros utilizados para formar cada función de RNA, así como sus soluciones conocidas meta son parte del trabajo desarrollado en Villarreal (2007), por lo que se sugiere revisar la referencia. Información sobre RNAs puede consultarse a mayor detalle en (Hagan y Demut, 1995). En el Apéndice B se presentan las representaciones matriciales y los parámetros de las funciones. Las cinco funciones con dos variables de decisión se muestran gráficamente en la Figura 4.3.

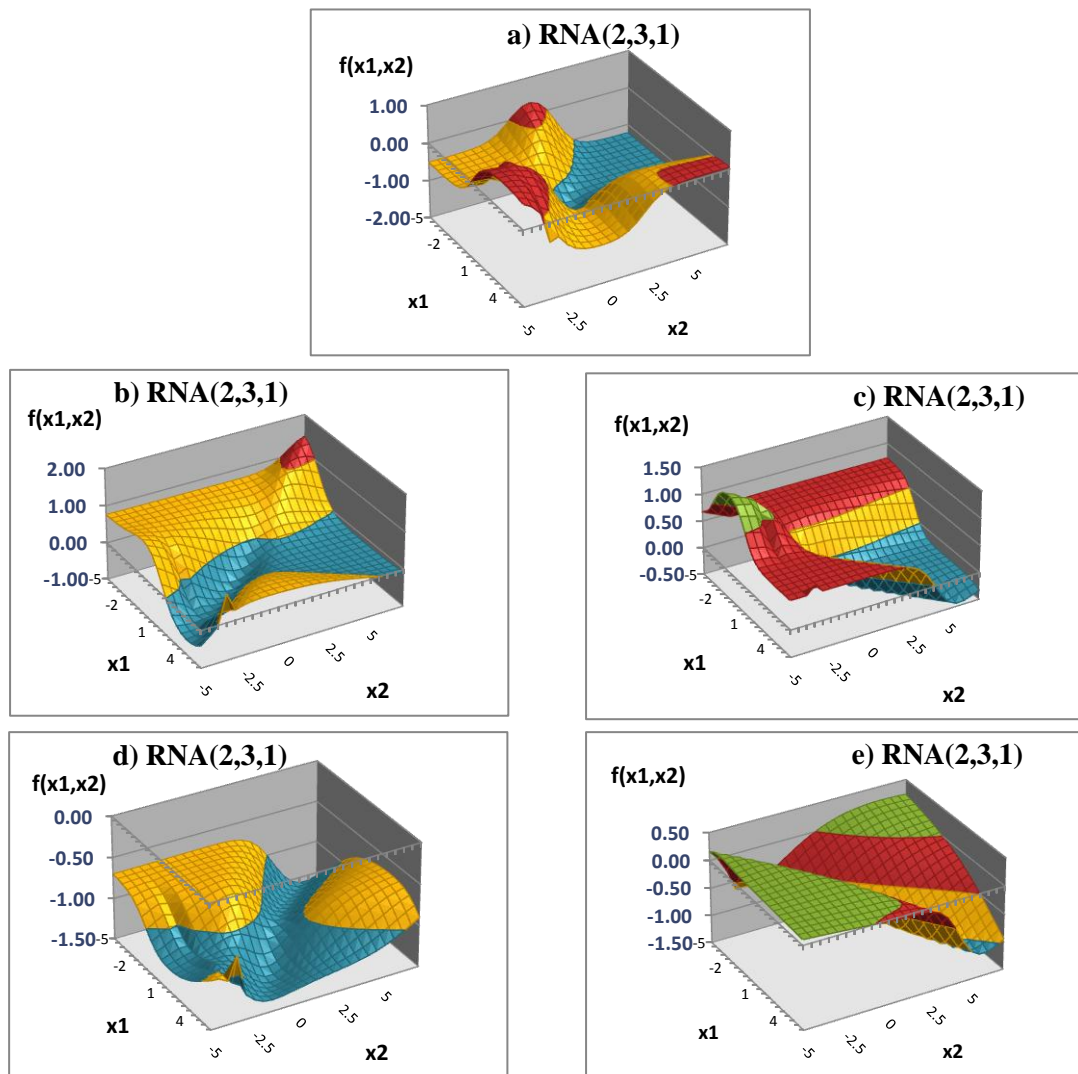


Figura 4.3: Funciones de RNAs en 2 dimensiones.

Para cada caso de las 19 funciones, el método es aplicado utilizando cada función como el modelo de simulación, donde el valor de la función representa la salida del modelo de simulación y las variables de entrada de la función representan las variables de decisión correspondientes. Así mismo, las restricciones fueron cotas inferiores y superiores. Para todos los casos el objetivo fue minimizar el valor de la función objetivo.

El DOE inicial utilizado para cada evaluación se menciona en la Tabla 4.1. Se elige el DCC con $\alpha=0.5$ para las funciones de prueba y las funciones no lineales polinomiales debido a que las evaluaciones realizadas en Villarreal (2007), un DCC con $\alpha=0.5$ mostraron mayor ahorro de ejecuciones de simulación que utilizando el DCC con $\alpha=1$.

Funciones	Número de variables	DOE inicial	Puntos en DOE inicial
Funciones de prueba de optimización global	2	DCC con $\alpha=0.5$	9
	9	D-óptimo	74
Funciones de RNAs	2	DCC con $\alpha=1$	9
	3	DCC con $\alpha=1$	15
Funciones no lineales polinomiales	2	DCC con $\alpha=0.5$	9

Tabla 4.1: Diseños experimentales iniciales utilizados para evaluar el método en cada función.

El DOE inicial utilizado en cada caso se toma en base al número de variables de decisión como una forma de ahorrar corridas de simulación, determinando la cantidad de puntos que debe contener el diseño de experimentos inicial para obtener el primer metamodelo con el mismo resultado que si se tuviera un diseño de experimentos más grande. Esta elección está contenida en Villarreal (2007).

4.2. Resultados de las evaluaciones

En esta sección se presentan los resultados de la evaluación del método de optimización utilizando las cuatro modalidades de metamodelos (regresión saturada,

regresión de segundo orden y redes neuronales artificiales con 2 y 3 neuronas ocultas). En las figuras a continuación, se presentan gráficamente los resultados obtenidos por el método de optimización aplicada a la simulación, correspondientes a la evaluación de los 19 casos bajo estudio. De la Figura 4.4 a la Figura 4.10 se muestran los casos correspondientes a las siete funciones de prueba de optimización global en un espacio de dos dimensiones. En el eje de las abscisas se indica el metamodelo y el número de ejecuciones de simulación en tal metamodelo; la ordenada menciona el valor de la función, donde la línea de la abscisa cruza la ordenada exactamente en el valor objetivo óptimo (conocido) de la función de prueba.

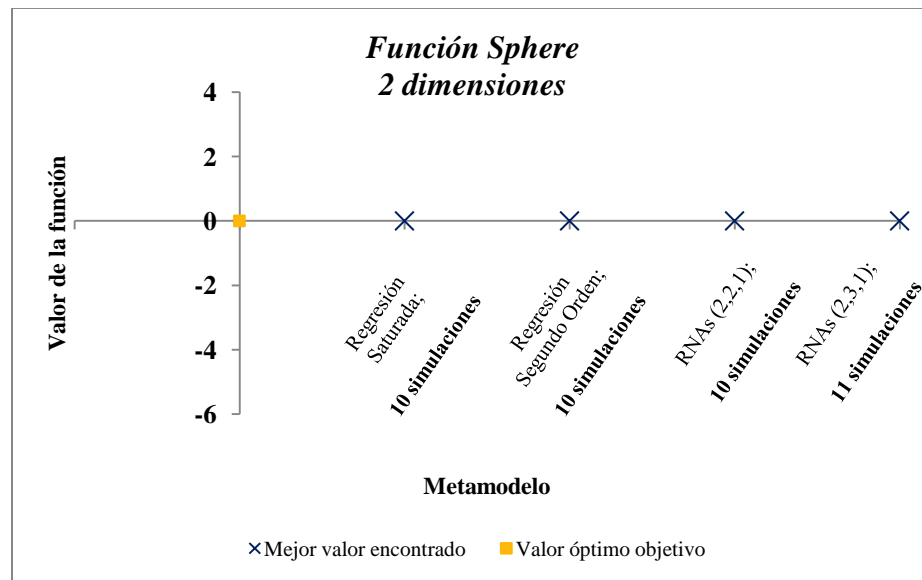


Figura 4.4: Resultados obtenidos por el método para la función *Sphere* en el caso de 2 dimensiones.

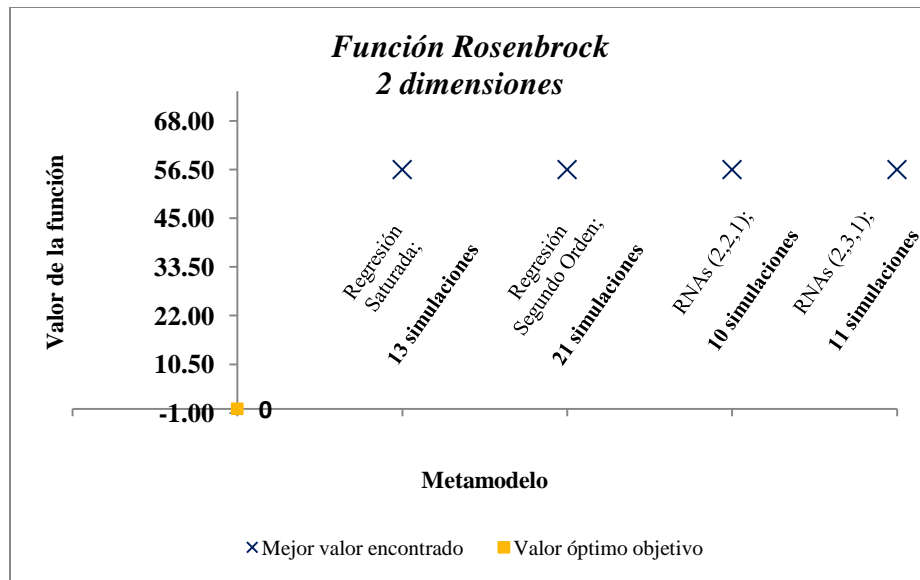


Figura 4.5: Resultados obtenidos por el método para la función *Rosenbrock* en el caso de 2 dimensiones.

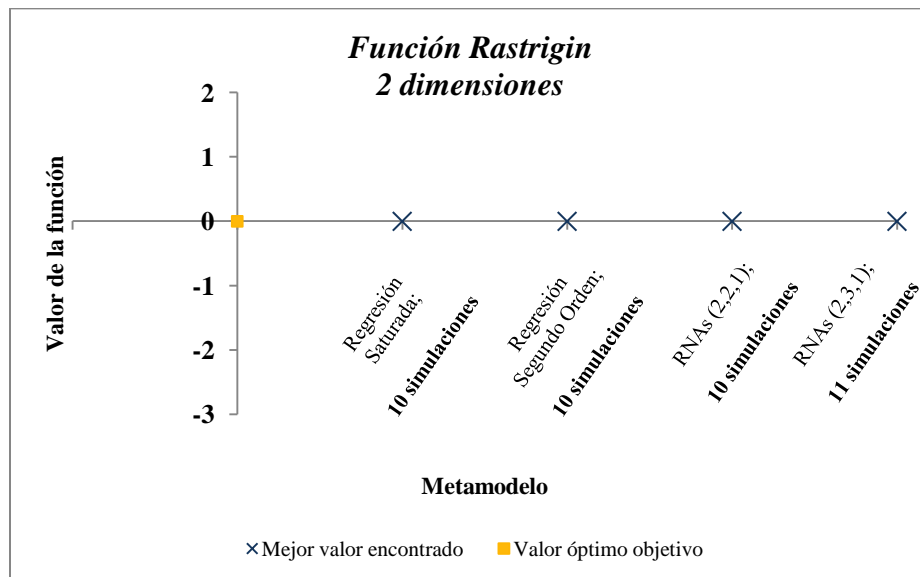


Figura 4.6: Resultados obtenidos por el método para la función *Rastrigin* en el caso de 2 dimensiones.

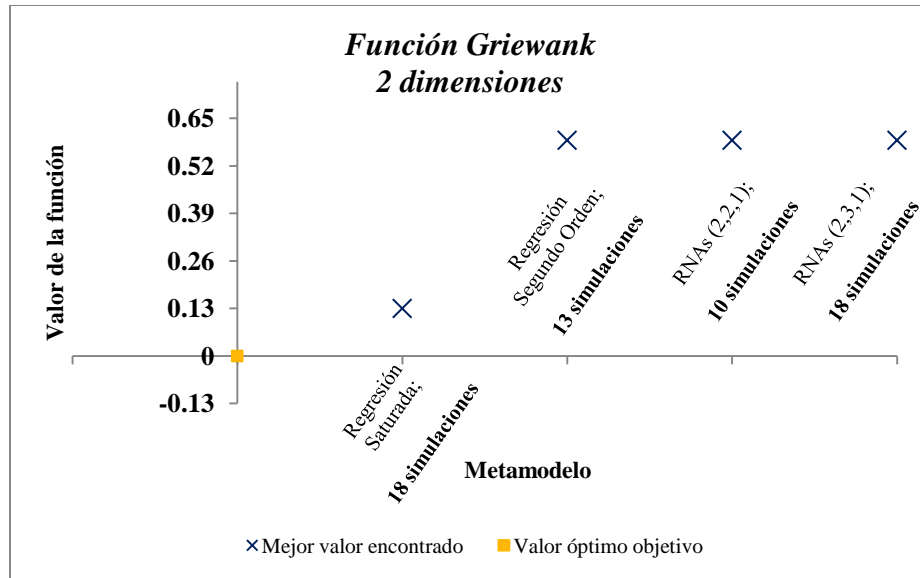


Figura 4.7: Resultados obtenidos por el método para la función *Griewank* en el caso de 2 dimensiones.

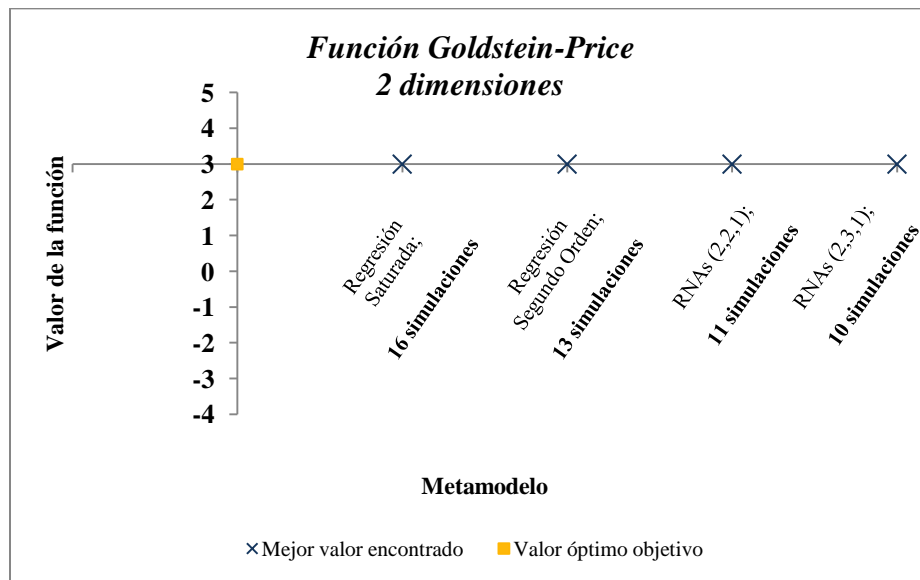


Figura 4.8: Resultados obtenidos por el método para la función *Goldstein-Price* en el caso de 2 dimensiones.

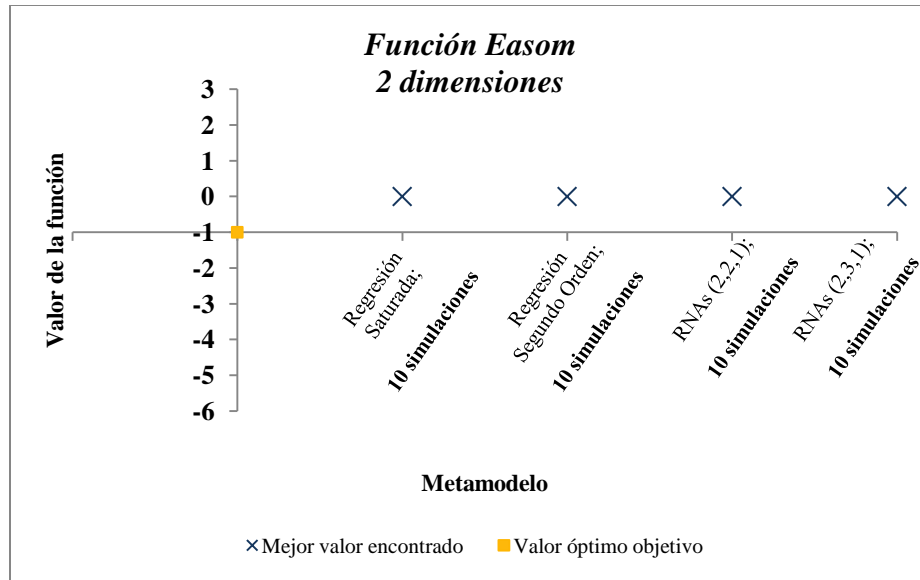


Figura 4.9: Resultados obtenidos por el método para la función *Easom* en el caso de 2 dimensiones.

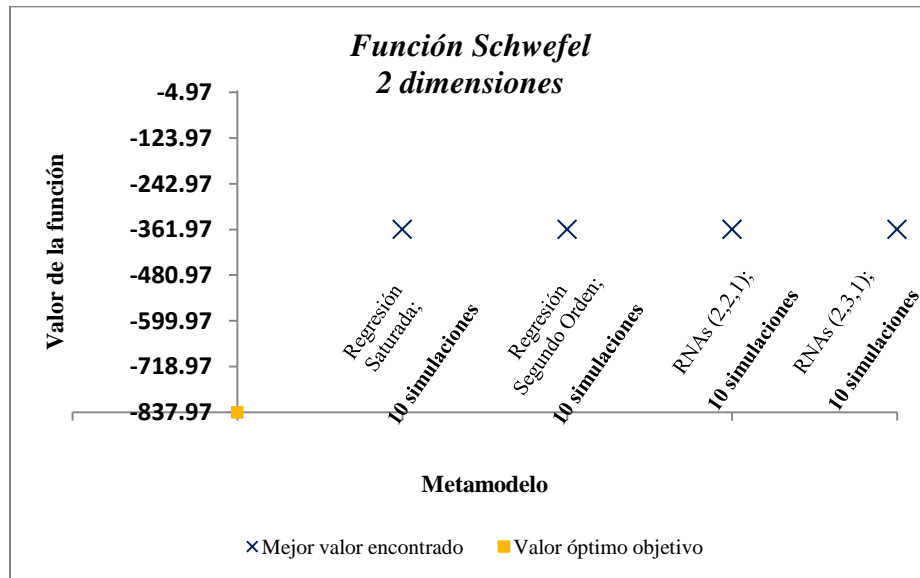


Figura 4.10: Resultados obtenidos por el método para la función *Schwefel* en el caso de 2 dimensiones.

De igual forma, la Figura 4.11 y la Figura 4.12 muestran los casos correspondientes a las funciones Sphere y Griewank respectivamente, en un espacio de nueve dimensiones. En el eje de las abscisas se indica el metamodelo y el número de simulaciones correspondiente; la ordenada corresponde al valor de la función, donde la

línea de la abscisa cruza la ordenada exactamente en el valor objetivo óptimo (conocido) de la función de prueba.

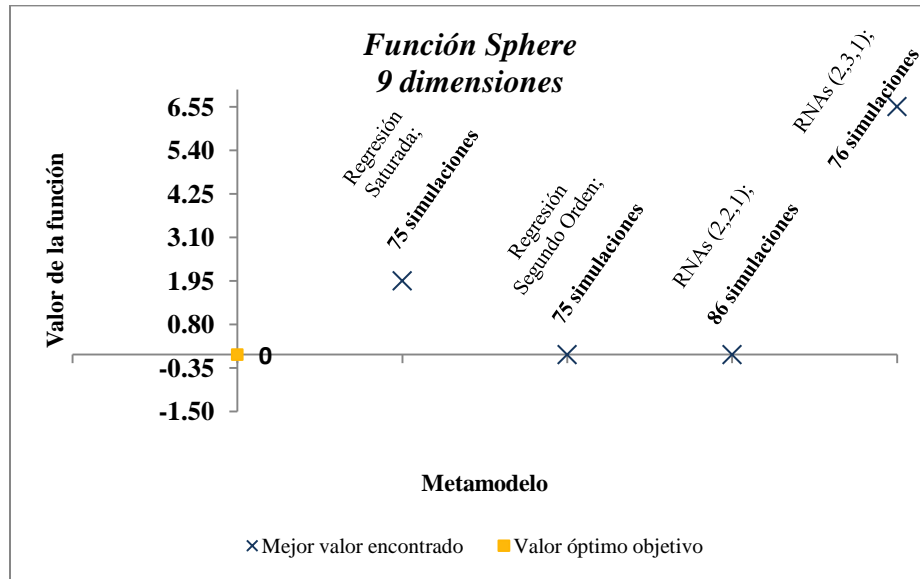


Figura 4.11: Resultados obtenidos por el método para la función *Sphere* en el caso de 9 dimensiones.

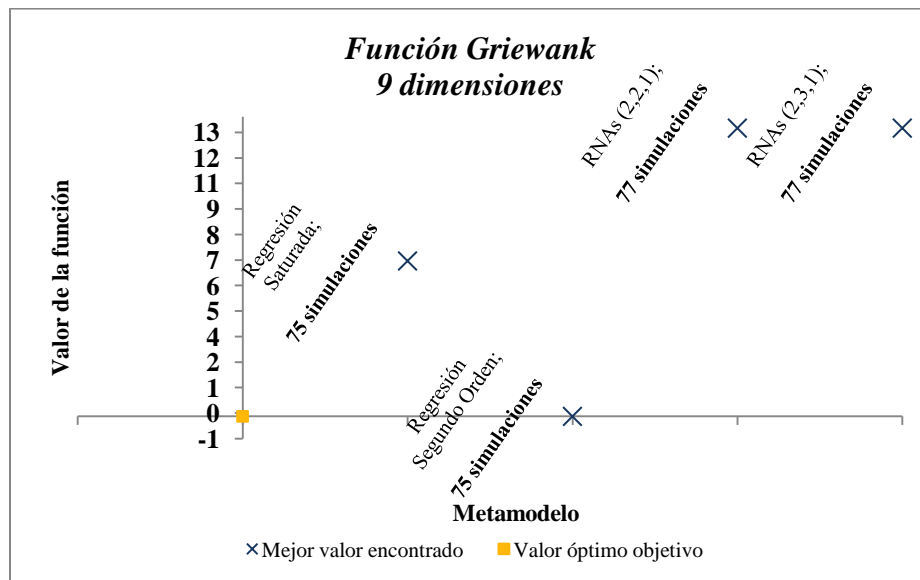


Figura 4.12: Resultados obtenidos por el método para la función *Griewank* en el caso de 9 dimensiones.

Los resultados de los tres casos de las funciones no lineales polinomiales en dos dimensiones, se presentan de la Figura 4.13 a la Figura 4.15. De manera similar a las figuras de resultados anteriores, cada figura indica, en el eje de las abscisas, el

metamodelo y el número de simulaciones correspondiente; la ordenada corresponde al valor de la función, donde la línea de la abscisa cruza la ordenada exactamente en el valor objetivo óptimo (conocido) de la función.

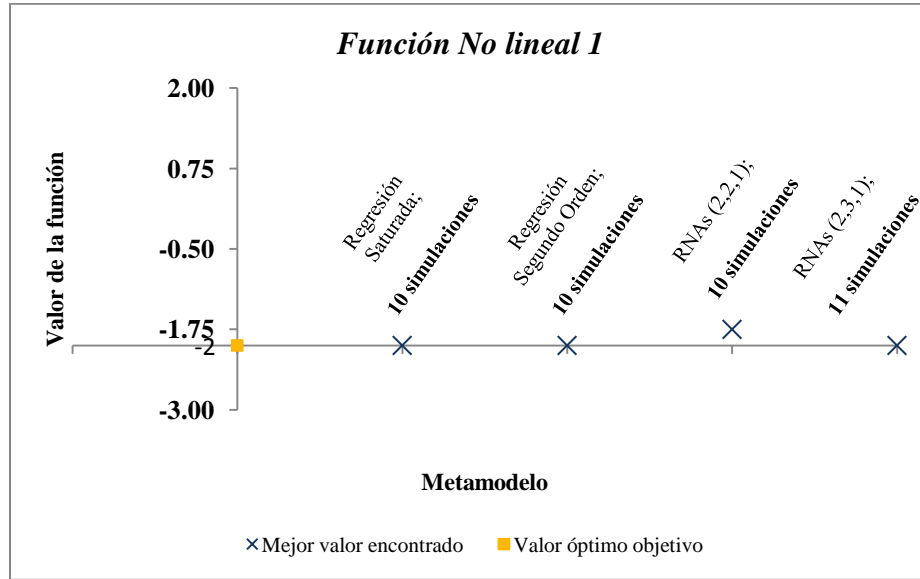


Figura 4.13: Resultados obtenidos por el método para la función polinomial *No Lineal 1*.

$$f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1x_2.$$

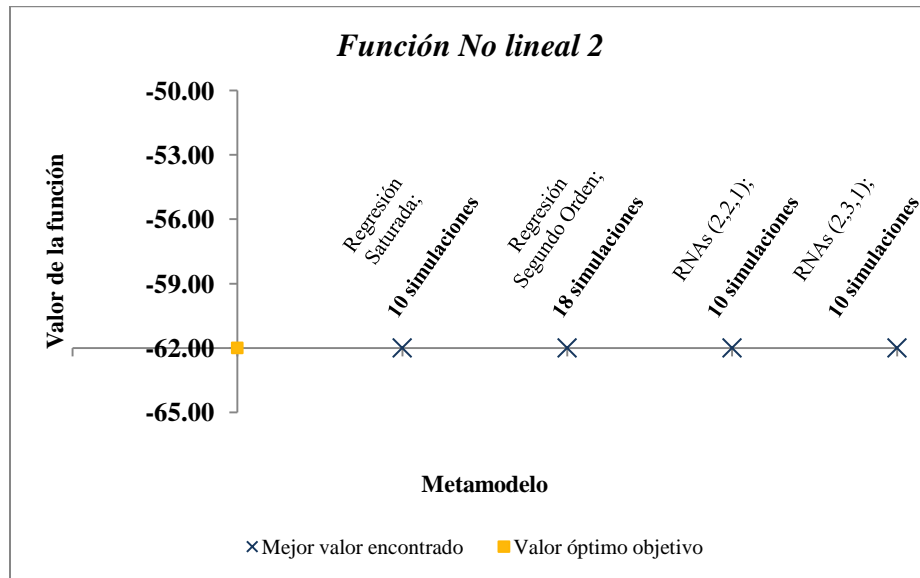


Figura 4.14: Resultados obtenidos por el método para la función polinomial *No Lineal 2*.

$$f_2 = x_1^4 - 2x_1^2x_2 + x_1^2 + x_1x_2^2 - 2x_1 + 4.$$

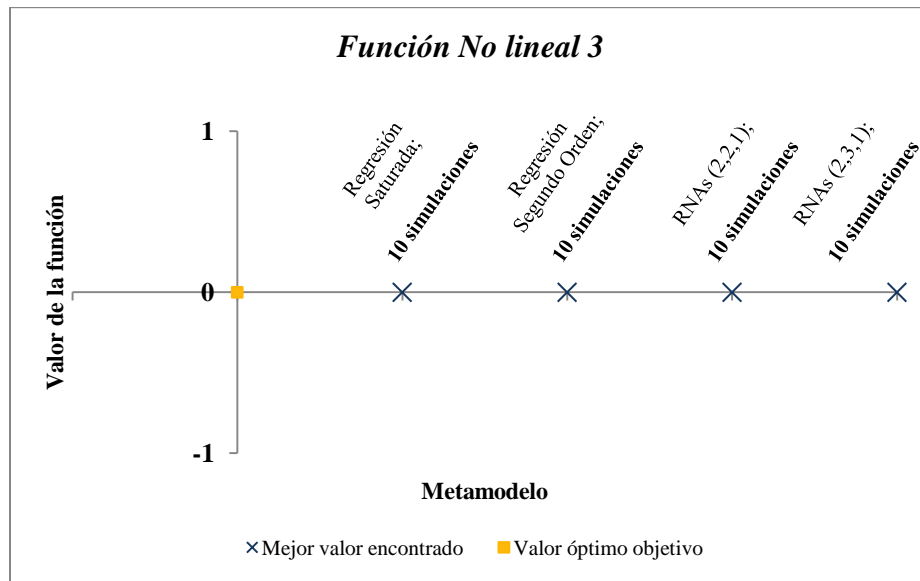


Figura 4.15: Resultados obtenidos por el método para la función polinomial *No Lineal 3*.

$$f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7.$$

Finalmente, de la Figura 4.16 a la Figura 4.22 se presentan los resultados obtenidos por el método en las evaluaciones de las funciones de RNAs (redes multicapa y de avance con 2 y 3 neuronas en la capa de entrada que representan el número de variables de decisión, 3 neuronas en la capa oculta y una neurona en la capa de salida que representa la predicción de la función objetivo) (ver Apéndice B). Similarmente a las figuras anteriores, en el eje de las abscisas se indica el metamodelo y el número de simulaciones ejecutadas; la ordenada corresponde al valor de la función, donde la línea de la abscisa cruza la ordenada exactamente en el valor objetivo óptimo (conocido) de la función.

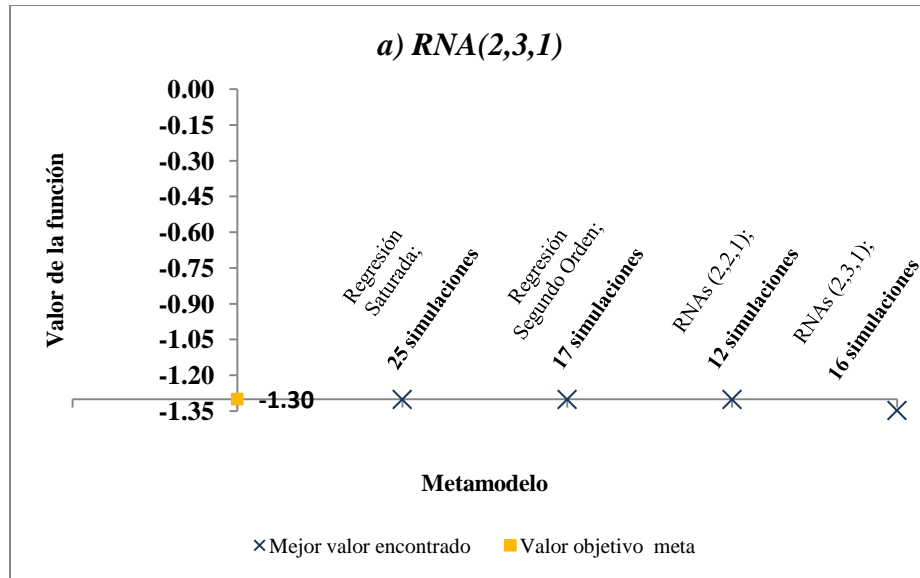


Figura 4.16: Resultados obtenidos por el método para la función de a) RNA (2, 3, 1).

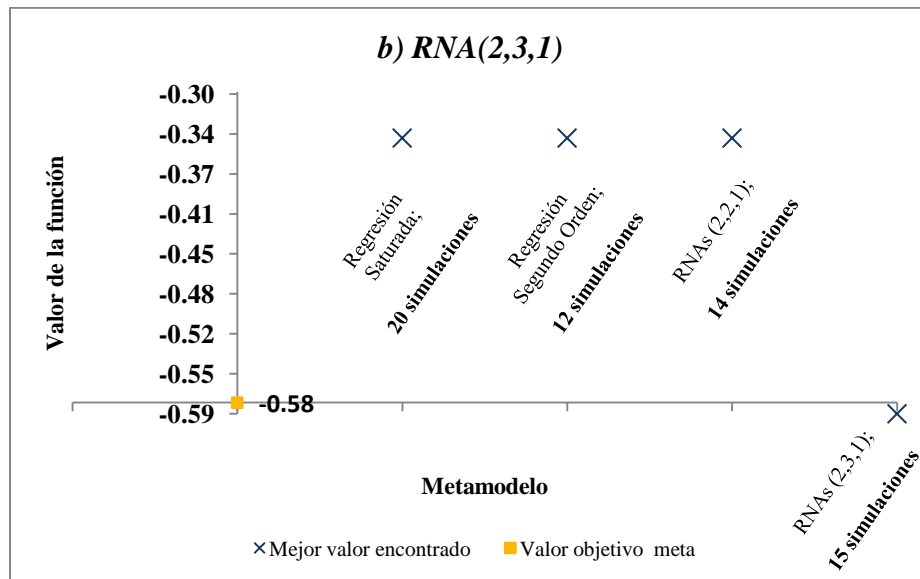


Figura 4.17: Resultados obtenidos por el método para la función de b) RNA (2, 3, 1).

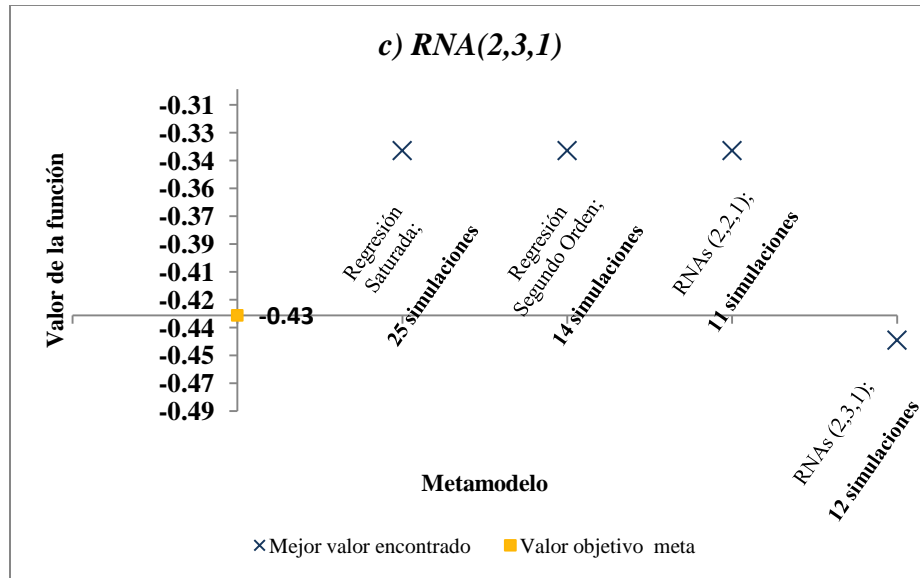


Figura 4.18: Resultados obtenidos por el método para la función de *c) RNA (2, 3, 1)*.

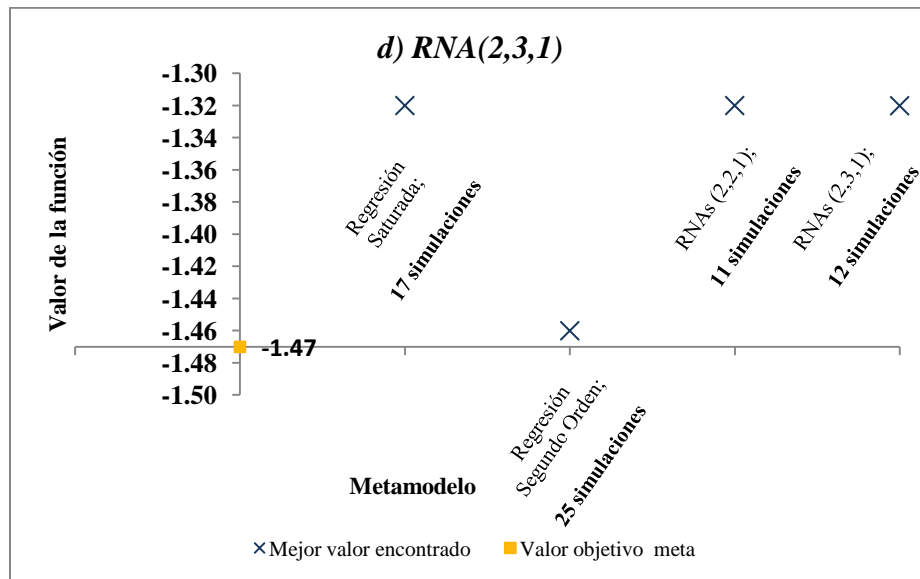


Figura 4.19: Resultados obtenidos por el método para la función de *d) RNA (2, 3, 1)*.

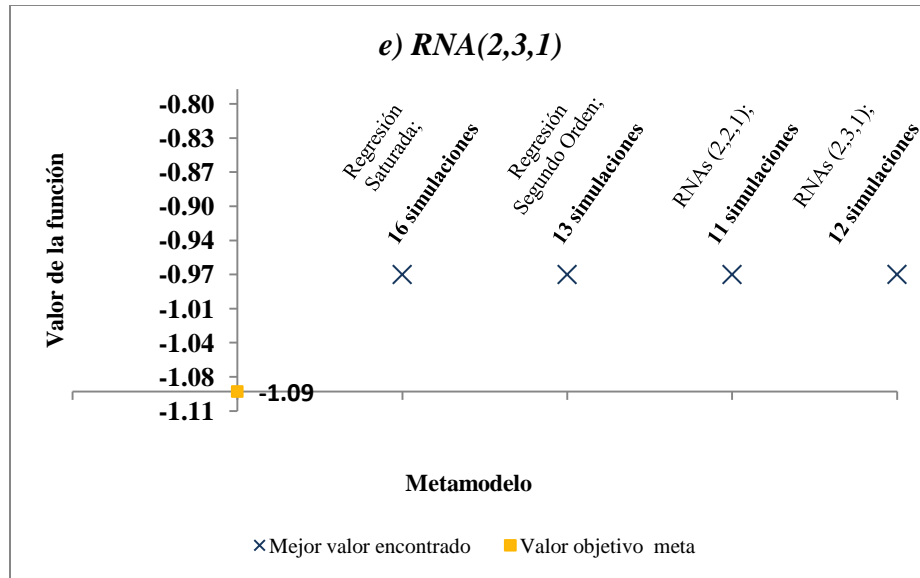


Figura 4.20: Resultados obtenidos por el método para la función de e) RNA (2, 3, 1).

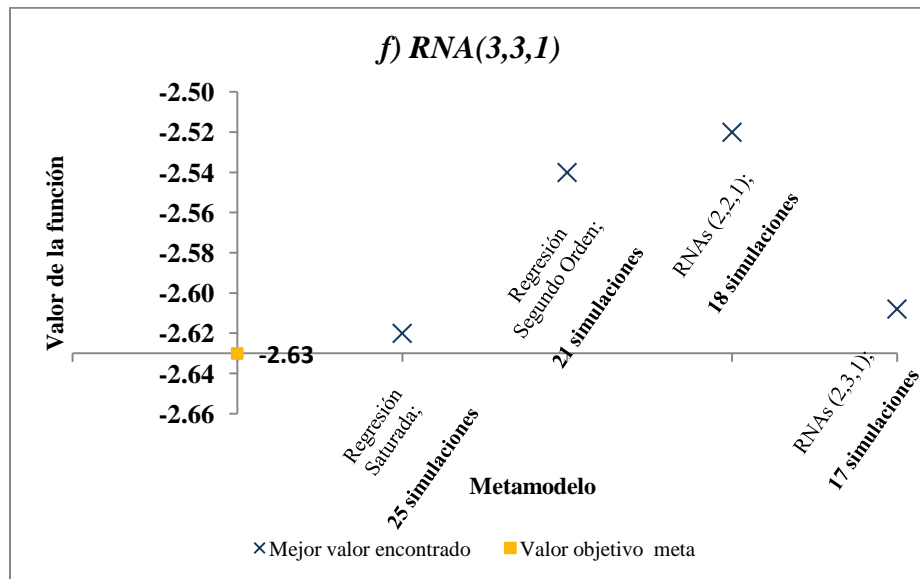


Figura 4.21: Resultados obtenidos por el método para la función de f) RNA (3, 3, 1).

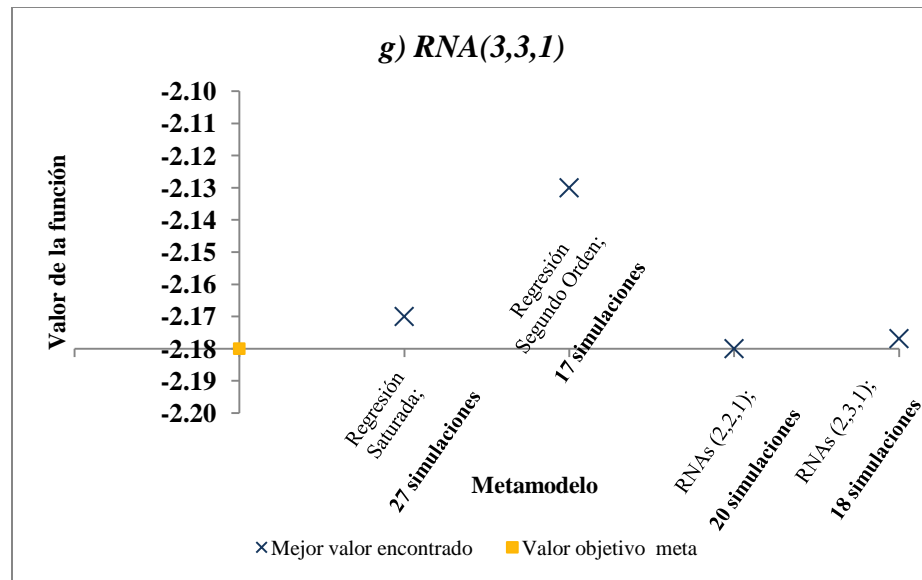


Figura 4.22: Resultados obtenidos por el método para la función de $g) RNA(3, 3, 1)$.

De las figuras anteriores, se resume a continuación en la Tabla 4.2 la incidencia de casos donde el método en coordinación con los metamodelos, encuentra la solución acertada (exactamente la solución óptima conocida o solución meta), una solución cercana o cuando la solución encontrada por el método se aleja de la solución óptima o meta. Referente al número total de simulaciones, este se determina sumando el número de simulaciones por metamodelo en base al conteo de las evaluaciones de simulación de cada una de las 19 funciones. Por ejemplo, para metamodelos de regresión saturada, de las siete funciones de prueba en un espacio de dos dimensiones se contabilizaron 87 evaluaciones de simulación; de los dos casos de funciones de prueba en un espacio de nueve dimensiones, se contabilizaron 150 simulaciones; de las tres funciones no lineales, se contabilizaron 30 simulaciones; de las siete funciones de RNA, se contabilizaron 155 simulaciones. De esta forma se obtienen las 422 evaluaciones de simulación para la regresión saturada.

De la Tabla 4.2 se precisa además, que en 31 de 76 casos (aproximadamente 40.79%), el método de optimización de simulaciones acierta en encontrar exactamente la solución óptima, en 30 ocasiones (aproximadamente 39.47%) una solución cercana y en 15 ocasiones (aproximadamente 19.74%) una solución alejada de la óptima. El total de

casos corresponde al resultado de las 19 funciones, cada una evaluada con los 4 metamodelos (19 x 4= 76 casos).

Metamodelo	Solución acertada	Solución cercana	Solución alejada	Número de simulaciones
Regresión saturada	7	9	3	422
Regresión de segundo orden	9	7	3	394
RNAs (2,2,1)	8	7	4	361
RNAs (2,3,1)	7	7	5	362
Total de casos	31	30	15	76
Porcentaje	40.79%	39.47%	19.74%	100%

Tabla 4.2: Resultados obtenidos por el método de optimización aplicada a la simulación con cada metamodelo.

El Apéndice A contiene los resultados de cada iteración para todos los casos de las funciones de prueba y las funciones no lineales polinomiales; el Apéndice B contiene los resultados respectivos de las funciones de RNA. El Apéndice C contiene un ejemplo completo de la aplicación del método en coordinación con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), a la función *Goldstein-Price* en dos dimensiones.

4.3. Conclusiones

Se observó que con metamodelos de regresión saturada, el método encuentra en 7 ocasiones la solución óptima (o solución meta para las funciones de RNA), en 9 ocasiones una solución muy cercana y falla en encontrarla en 3 ocasiones; en base a las simulaciones, la regresión saturada obtuvo el 4^{to} sitio con un total de 422 simulaciones. Con metamodelos de Regresión de segundo orden, el método encuentra en 9 ocasiones la solución óptima o meta, 7 ocasiones una solución muy cercana y falla en encontrarla en 3 ocasiones; basándose en el número de simulaciones, esta técnica de metamodelación obtuvo el 3^{er} sitio con un total de 394 simulaciones. Utilizando metamodelos de RNA (2, 2, 1), el método encuentra en 8 ocasiones la solución óptima o meta de las funciones, 7 ocasiones una solución muy cercana y falla en encontrarla en 4 ocasiones; este metamodelo obtuvo el 1^{er} sitio con un total de 361 simulaciones. Finalmente, con metamodelos de RNA (2, 3, 1), el método encuentra en 7 ocasiones la solución óptima o

meta de las funciones, 7 ocasiones una solución muy cercana y falla en encontrarla en 5 ocasiones; esta técnica obtuvo el 2^{do} sitio con un total de 362 simulaciones.

La regresión de segundo orden fue el metamodelo que obtuvo la mayor incidencia en encontrar la mejor solución, sin embargo, esto lo hizo utilizando más simulaciones que con redes neuronales artificiales como metamodelos. Las dos modalidades de metamodelos de RNA tuvieron mejor actuación que los metamodelos de regresión saturada. Esta última es la de peor desempeño dado que encuentra soluciones utilizando más simulaciones.

De lo anterior se puede concluir que el método de optimización aplicada a la simulación en coordinación con metamodelos de redes neuronales artificiales de 2 neuronas de entrada, 2 neuronas en la capa oculta y una salida (RNAs (2, 2, 1)), encuentra mejores soluciones cumpliendo con el objetivo de llegar a esas soluciones con el menor número de simulaciones posibles.

De acuerdo a los resultados mostrados, el método indica un buen desempeño para optimizar funciones no lineales tanto polinomiales como no polinomiales. Estos tipos de funciones se encuentran comúnmente en la práctica, por tal motivo, estos resultados indican que la solución final del método será altamente atractiva, además de encontrarla en un número pequeño de ejecuciones de simulación.

En el siguiente capítulo se presenta un caso de estudio del método de optimización aplicada a la simulación con el uso de metamodelos de RNAs (2, 2, 1) en el área de pronósticos en series de tiempo.

Capítulo 5

Caso de Estudio: Pronóstico en series de tiempo de un período futuro

Es de suma importancia para muchas compañías que realizan pronósticos, tener una herramienta que proporcione pronósticos confiables y que además permita tomar decisiones pertinentes que conlleven al mayor beneficio posible.

Como una aplicación, el método de optimización para simulaciones incorpora a las RNAs como metamodelos para determinar la configuración de RNA de pronóstico a un período futuro con el mejor desempeño.

El presente caso de estudio tiene como objetivo encontrar la arquitectura de RNA que minimice el error cuadrado medio (*MSE* del inglés) del conjunto de datos de validación para pronosticar a un período futuro haciendo uso de la optimización a través de simulación, en otras palabras, encontrar el número de datos históricos (*lags* del inglés) y el número de neuronas ocultas necesarios para que el error en la predicción sea mínimo aplicando el algoritmo de optimización de simulaciones. La RNA de pronóstico representa el modelo de simulación y el MSE de validación representa la salida del

simulador. En este contexto, se utiliza una RNA de tres capas hacia delante entrenada por retropropagación como la mostrada en la Figura 5.1. Las entradas Y_i corresponden a los valores de las observaciones de n períodos anteriores (o datos históricos, *lags*) al período futuro $t+1$ en la serie de tiempo (Salazar, 2005). Las funciones de transferencia utilizadas fueron la *tangente hiperbólica* (2.9) en la capa oculta y la función *identidad* (2.10) en la capa de salida.

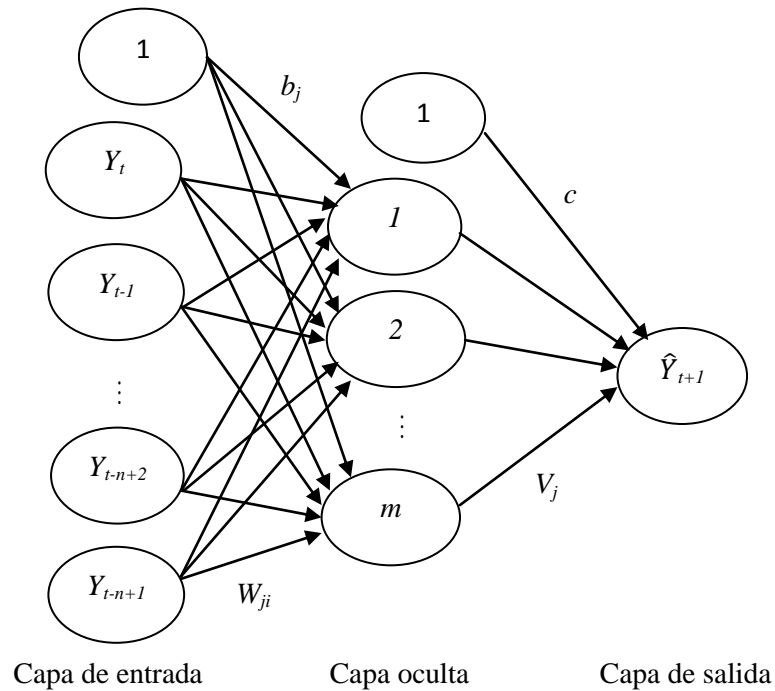


Figura 5.1: RNA de pronóstico de tres capas, entrenada por retropropagación del error.

A diferencia de la RNA utilizada como metamodelo (Figura 2.4), en la Figura 5.1 se muestra la RNA utilizada para pronosticar, donde la neurona en la capa de salida calcula el pronóstico en el período $t+1$ y está representado por \hat{Y}_{t+1} (Salazar, 2005). La representación matemática de la RNA de pronóstico está descrita en (5.1).

$$\hat{Y}_{t+1} = f_{act2} \left[\sum_{j=1}^m \left(V_j f_{act1} \left(\sum_{i=1}^n W_{ji} Y_i + b_j \right) \right) + c \right] \quad (5.1)$$

En base a las evaluaciones previas presentadas en el Capítulo 4, el método en coordinación con los metamodelos de RNAs demuestra el mejor desempeño en encontrar

el valor óptimo o valores muy cercanos al óptimo conocido en pocas simulaciones. Esto conduce a la utilización de las RNAs como metamodelos.

El metamodelo utilizado es una RNA compuesta por tres capas: Una capa de entrada con 2 neuronas que representan x_1 el número de datos históricos y x_2 el número de neuronas ocultas, una capa oculta con 2 neuronas y una capa de salida con una neurona que representa la predicción del MSE de validación. Suponiendo que para el total de datos de entrenamiento N , y_s es el valor real (observación real) de la serie de tiempo, \hat{y}_s es el pronóstico de la red. En (5.2) muestra la medida de desempeño, el MSE.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N (\hat{y}_s - y_s)^2 \quad (5.2)$$

En el presente estudio se analizan 4 series de tiempo reales. Tres de ellas corresponden a actividades económicas del estado de Tamaulipas, series obtenidas a través del sitio de internet oficial del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) (www.inegi.org.mx), en la sección del Banco de Información Económica (BIE) (<http://dgcnesyp.inegi.org.mx/bdiesi/bdie.html>). Adicionalmente, una serie correspondiente al valor del Euro-Dólar, serie para realizar una evaluación extra al método. El análisis y pronóstico de las series se realiza mediante una RNA de una salida, correspondiente al período futuro pronosticado. Los datos de cada serie de tiempo se dividen en observaciones para análisis de las configuraciones de RNA y en observaciones de prueba que no tuvieron intervención alguna en el análisis.

Para cada serie de tiempo se utiliza aproximadamente un 70% de los datos para entrenamiento y un 30% para validación. De acuerdo en (Zhang et al., 1998) muchos autores seleccionan éstos siguiendo una regla de 90% vs. 10%, 80% vs. 20% ó 70% vs. 30%, etc. Así mismo, los datos de cada serie de tiempo son escalados a valores del rango $[-1, 1]$. Para el entrenamiento de cada configuración de RNA se utiliza el optimizador incluido en MS Excel (Excel Solver). Los pesos se inicializan en diferentes valores para llegar a una solución satisfactoria plausible. Los pesos se inicializan ocho veces; las primeras cuatro veces, todos los pesos toman el mismo valor del conjunto $\{-1, -0.5, 0.5,$

1}, las cuatro veces restantes se inicializan con valores aleatorios entre -1 y 1. Los pesos elegidos fueron los que resultaron en el menor MSE de validación.

El diseño experimental inicial utilizado para cada serie de tiempo es un diseño factorial completo de 2 factores considerado a 3 niveles (3^2) y como medida de desempeño el MSE de validación (ver Figura 5.2).

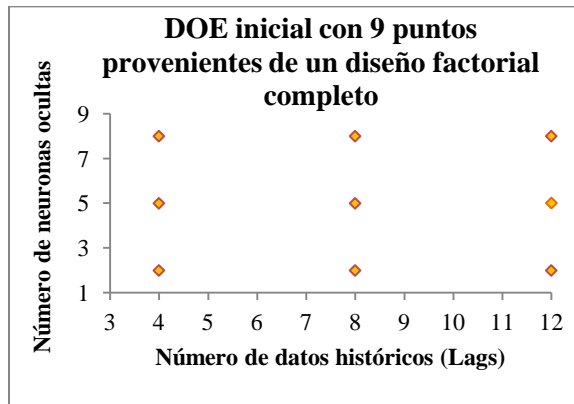


Figura 5.2: Diseño Factorial Completo 3^2 , (x^i , $i=1,2,\dots,9$).

En las siguientes secciones se presenta el análisis correspondiente de cada serie de tiempo estudiada.

5.1. Serie de tiempo A

Esta serie corresponde a un indicador anual referente a la producción total de productos petrolíferos y petroquímicos, actividad registrada de la economía de Tamaulipas, México. A continuación se describe a detalle.

- Petroquímicos por producto total (indicador anual, unidad de medida: miles de toneladas), subsector petrolero, producción de petróleo y elaboración de productos petrolíferos y petroquímicos, sector energético. 1980-2002. *Miles de toneladas producidas de productos petrolíferos y petroquímicos en el sector energético*. Del año 1980 al 2000, correspondiente a 21 observaciones utilizadas

para el entrenamiento- validación de cada configuración de RNA bajo estudio y de 2001 a 2002 correspondientes a 2 observaciones para prueba (ver Figura 5.3).

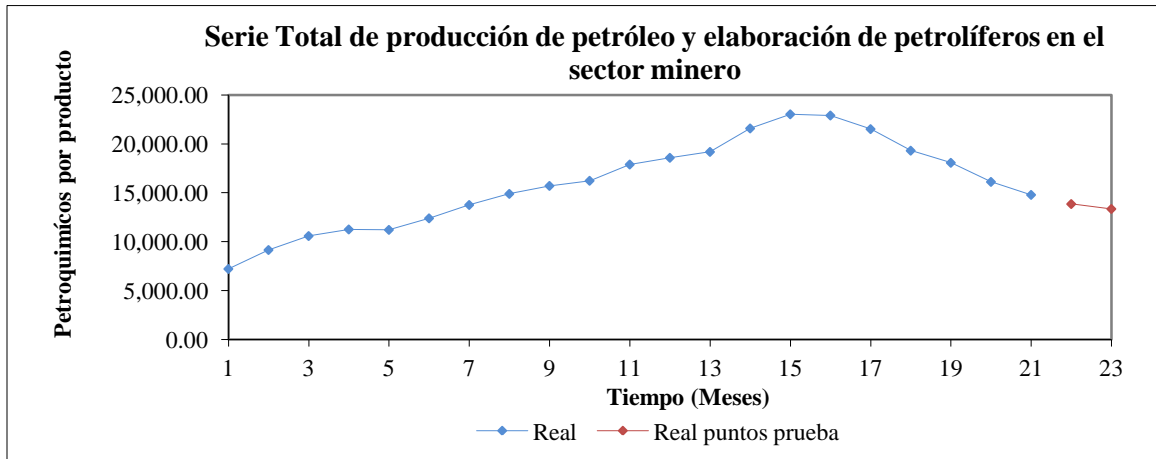


Figura 5.3: Serie A. Producción de productos petrolíferos y petroquímicos.

La Tabla 5.1 muestra las evaluaciones del DOE inicial para la Serie A. El punto incumbente resultante en estas evaluaciones es aquel con la combinación (12 lags y 5 neuronas ocultas).

No. de corrida (i)	Lags (x_1)	Neuronas (x_2)	MSE de Validación $E[f(x^i)]$
1	4	2	0.0066
2	8	2	0.0055
3	12	2	0.0086
4	4	5	0.0077
5	8	5	0.0093
6	12	5	0.0011
7	4	8	0.0081
8	8	8	0.0100
9	12	8	0.0038

Tabla 5.1: Diseño experimental inicial de las evaluaciones del modelo de simulación para la Serie A.

La Tabla 5.2 muestra los resultados de cada iteración para la Serie A. La organización de esta tabla es como sigue: la primera columna indica la iteración; la segunda, el mejor punto encontrado al optimizar el metamodelo de tal iteración; la tercera, la evaluación del punto encontrado en el simulador de RNA de pronóstico; la

cuarta, la solución incumbente hasta esa iteración y, finalmente, la quinta columna contiene el valor de R^2 del metamodelo, además de indicar el criterio de parada cumplido.

Iteración	Mejor solución del metamodelo (x_1, x_2) (lags y neuronas)		Evaluación en el Simulador $E[f(x_1, x_2)]$ (MSE de validación)	Solución incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
Inicialización del DOE	12	5	0.0011	[(12,5), 0.0011]	-
1	12	8	0.0038	[(12,5), 0.0011]	0.7287

Criterio de parada cumplido: el punto (12,8) ya había sido simulado.

Tabla 5.2: Resultados de cada iteración con el simulador de RNA de pronóstico de un solo período futuro de la Serie A.

Como pudo observarse en la Tabla 5.2, el metamodelo construido en la primera iteración presenta el cumplimiento de un criterio de parada, el punto (12 lags, 8 neuronas ocultas) ya había sido simulado anteriormente por lo que el método ahí para reportándose la solución incumbente de (12 lags, 5 neuronas ocultas). De esta forma se interpreta que la RNA que muestra mejor desempeño debe considerar 12 neuronas de entrada correspondientes a los datos históricos de la serie de tiempo y 5 neuronas ocultas para pronosticar un período a futuro. La Figura 5.4 presenta la serie de tiempo y el pronóstico tanto de las observaciones utilizadas para el entrenamiento y validación de la RNA como las observaciones utilizadas para probar la calidad de predicción de la red.

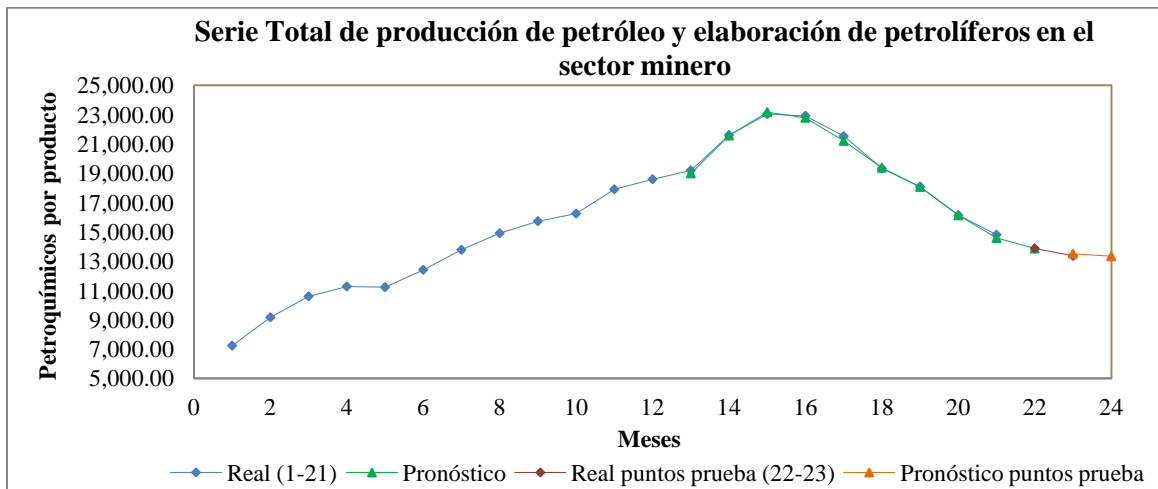


Figura 5.4: Pronóstico del modelo de RNA definitivo para la Serie A.

En base a la Figura 5.4, la calidad de pronóstico que brinda la configuración de RNA encontrada por el método es muy buena ya que el pronóstico sigue un comportamiento estrecho a las observaciones de la serie A, indicando que el método genera buenos pronósticos al menos para este caso en particular.

5.2. Serie de tiempo B

Esta serie corresponde a las finanzas públicas de la economía de Tamaulipas, México. A continuación se describe a detalle.

- Ingresos del sector público total (unidad de medida: millones de pesos a precios corrientes), finanzas públicas e indicadores monetarios y bursátiles, finanzas públicas. *Millones de pesos a precios corrientes, ingresados al sector público.* Doce períodos de cada año de 1995 al 2006 y tres primeros periodos de 2007, correspondientes a 147 observaciones utilizadas para el entrenamiento- validación de cada configuración de RNA bajo estudio; los últimos nueve períodos de 2007, doce períodos de cada año de 2008 al 2010 y los primeros seis períodos del 2011, correspondientes a 51 observaciones para prueba (ver Figura 5.5).

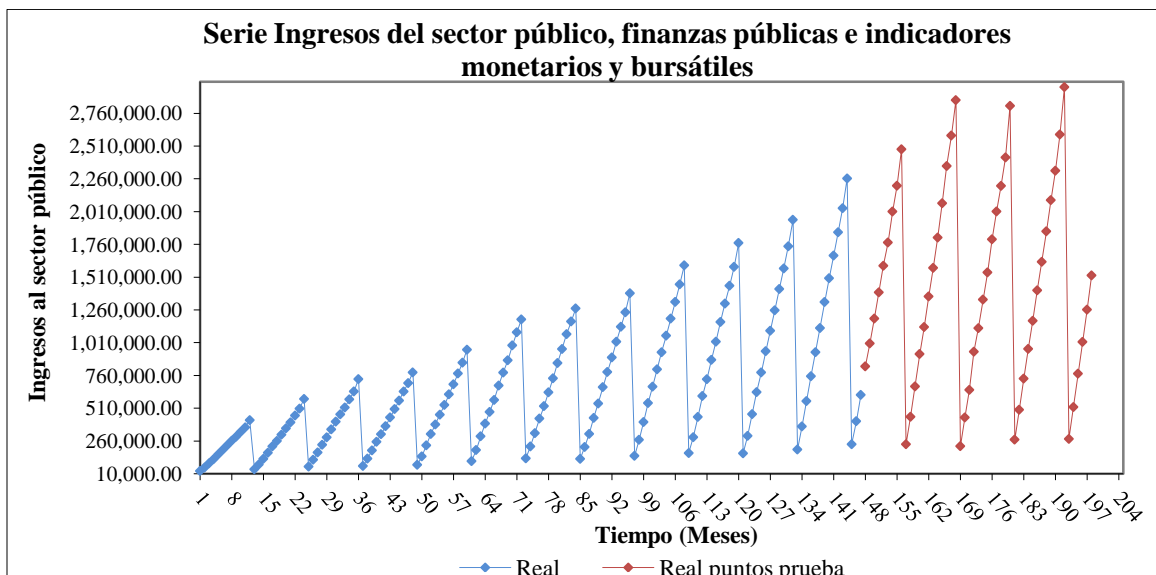


Figura 5.5: Serie B. Ingresos en el sector público total.

La Tabla 5.3 muestra las evaluaciones del DOE inicial para la Serie B. El punto incumbente es aquel con la combinación (12 lags, 2 neuronas ocultas) puesto que exhibe el menor MSE de validación (en negritas).

No. de corrida (i)	Lags (x_1)	Neuronas (x_2)	MSE de Validación $E[f(x^i)]$
1	4	2	0.0672
2	8	2	0.0779
3	12	2	0.0019
4	4	5	0.0613
5	8	5	0.0102
6	12	5	0.0023
7	4	8	0.0749
8	8	8	0.0505
9	12	8	0.0026

Tabla 5.3: Diseño experimental inicial de las evaluaciones del modelo de simulación para la Serie B.

La Tabla 5.4 muestra los resultados de cada iteración para la Serie B. La organización de esta tabla es similar a la tabla de resultados de la Serie A. Esta tabla muestra la mejor solución encontrada en cada iteración, la evaluación en el modelo de simulación correspondiente, así como la solución incumbente y el valor R^2 del metamodelo por iteración, además de indicar el criterio de parada cumplido.

Iteración	Mejor solución del metamodelo (x_1, x_2) (lags y neuronas)		Evaluación en el Simulador $E[f(x_1, x_2)]$ (MSE de validación)	Solución incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
Inicialización del DOE	12	2	0.0019	[(12,2), 0.0019]	-
1	12	8	0.0026	[(12,2), 0.0019]	0.7664
Criterio de parada cumplido: el punto (12,8) ya había sido simulado.					

Tabla 5.4: Resultados de cada iteración con el simulador de RNA de pronóstico de un solo período futuro de la Serie B.

De acuerdo a la Tabla 5.4, el metamodelo construido en la primera iteración muestra el cumplimiento de un criterio de parada, el punto (12 lags, 8 neuronas ocultas) ya había sido simulado en las evaluaciones previas del DOE inicial. La interpretación de la solución reportada indica que la configuración de RNA debe considerar 12 neuronas de

entrada correspondientes a los datos históricos de la serie de tiempo y 2 neuronas ocultas para pronosticar un período a futuro, de acuerdo al punto incumbente que se mantuvo durante todas las evaluaciones. La Figura 5.6 presenta la Serie B y el pronóstico tanto de las observaciones utilizadas para el entrenamiento y validación de la RNA como las observaciones utilizadas para probar la calidad de predicción de la red.

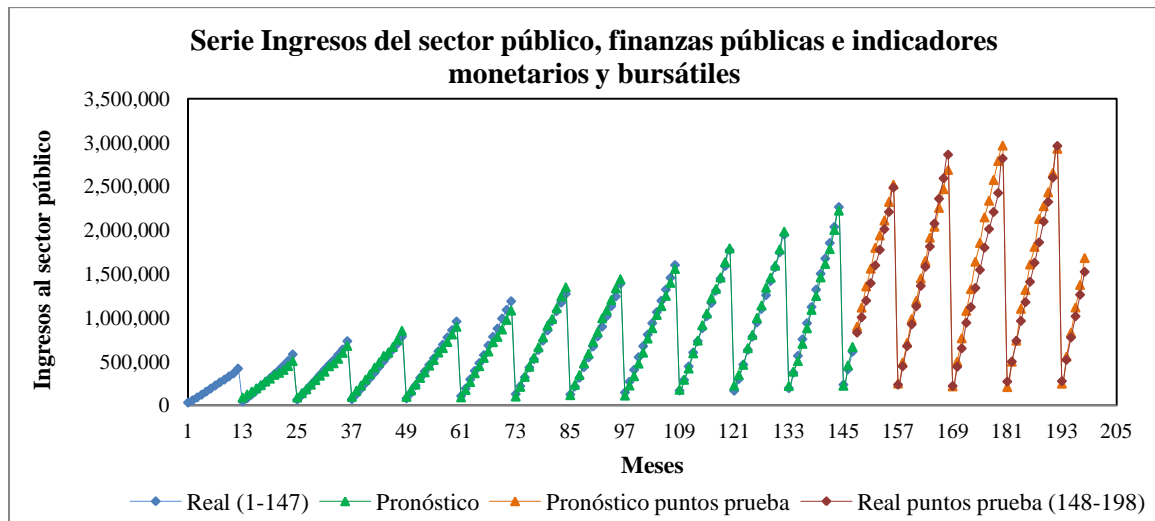


Figura 5.6: Pronóstico del modelo de RNA definitivo para la Serie B.

La RNA encontrada por el método para la Serie B, tiene una calidad de predicción aceptable y debido a la complejidad del comportamiento de esta serie de tiempo, el desempeño de la RNA es notablemente bueno.

5.3. Serie de tiempo C

Esta serie corresponde al volumen de producción del petróleo y gas natural, actividad económica de Tamaulipas, México. A continuación se describe a detalle.

- Petróleo crudo (unidad de medida: miles de barriles por día), volumen de producción de petróleo crudo y gas natural, sector minero. *Miles de barriles de petróleo crudo y gas natural producidos diariamente en el sector minero.* Doce períodos de cada año de 1990 hasta 2006 y cinco períodos de 2007,

correspondientes a 209 observaciones utilizadas para el entrenamiento- validación de cada configuración de RNA bajo estudio; los últimos siete períodos del 2007, doce períodos de cada año de 2008 al 2010 y los primeros siete períodos del 2011, correspondientes a 50 observaciones para prueba (ver Figura 5.7).

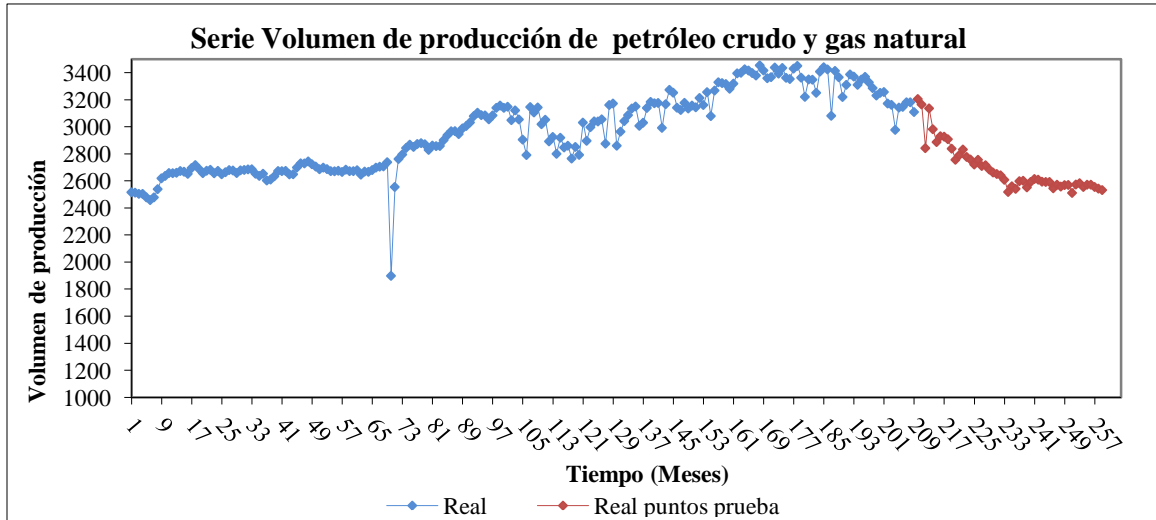


Figura 5.7: Serie C. Volumen de producción de petróleo crudo y gas natural.

La Tabla 5.5 muestran las evaluaciones del DOE inicial para la Serie C. Las letras en negritas indican el punto incumbente del DOE inicial.

No. de corrida (i)	Lags (x_1)	Neuronas (x_2)	MSE de Validación $E[f(x^i)]$
1	4	2	0.0080
2	8	2	0.0110
3	12	2	0.0127
4	4	5	0.0096
5	8	5	0.0108
6	12	5	0.0135
7	4	8	0.0102
8	8	8	0.0112
9	12	8	0.0147

Tabla 5.5: Diseño experimental inicial de las evaluaciones del modelo de simulación para la Serie C.

La Tabla 5.6 muestra los resultados de cada iteración para la Serie C. La organización de esta tabla es similar a las tablas de resultados anteriores.

Iteración	Mejor solución del metamodelo (x_1, x_2) (lags y neuronas)		Evaluación en el Simulador $E[f(x_1, x_2)]$ (MSE de validación)	Solución incumbente [(x_1, x_2) , $E[f(x_1, x_2)]$]	R ² del metamodelo
Inicialización del DOE	4	2	0.0080	[(4,2), 0.0080]	-
1	4	2	0.0080	[(4,2), 0.0080]	0.9739

Criterio de parada cumplido: el punto (4,2) ya había sido simulado.

Tabla 5.6: Resultados de cada iteración con el simulador de RNA de pronóstico de un solo período futuro de la Serie C.

De acuerdo a la tabla anterior, con el metamodelo construido en la primera iteración se cumple un criterio de parada, el punto (4 lags, 2 neuronas ocultas) ya había sido simulado en las evaluaciones previas del diseño experimental inicial. La interpretación de la solución reportada indica que la configuración de RNA debe considerar 4 neuronas de entrada correspondientes a los datos históricos de la serie de tiempo y 2 neuronas ocultas para pronosticar un período a futuro. La Figura 5.8 presenta la Serie C y el pronóstico tanto de las observaciones utilizadas para el entrenamiento y validación de la RNA como las observaciones utilizadas para probar la calidad de predicción de la red.

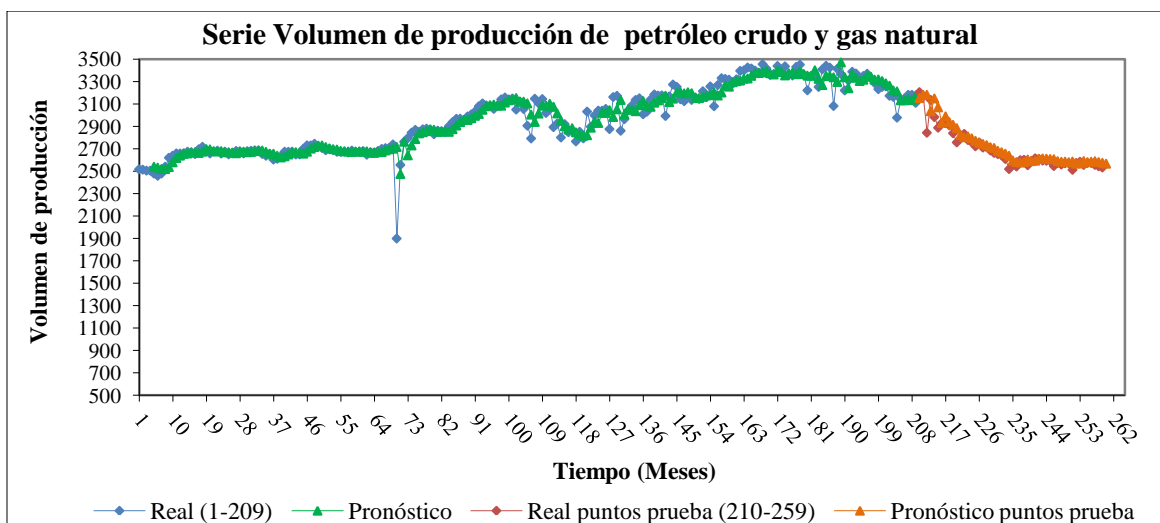


Figura 5.8: Pronóstico del modelo de RNA definitivo para la Serie C.

Es razonable interpretar de la Figura 5.8 que la calidad de predicción de la RNA encontrada por el método para la Serie C es aceptable puesto que el pronóstico sigue un comportamiento cercano a las observaciones de los datos reales.

5.4. Serie de tiempo D

La información de esta serie fue proporcionada por el Profesor Dr. Rodolfo Garza del Programa de Posgrado de Logística de la FIME (UANL), a manera de realizar una prueba adicional para evaluar la calidad de predicción del modelo de simulación de RNA.

La Serie corresponde al valor del Euro-Dólar al valor de cierre con observaciones diarias desde enero de 2010 a marzo de 2011. De esta serie se tomaron 309 observaciones, de las cuales 209 fueron utilizadas para el entrenamiento - validación de cada configuración de RNA y 100 puntos fueron utilizados como prueba. Los puntos prueba no tuvieron intervención en el estudio de la RNA. La Figura 5.9 presenta la serie del Euro-Dólar.

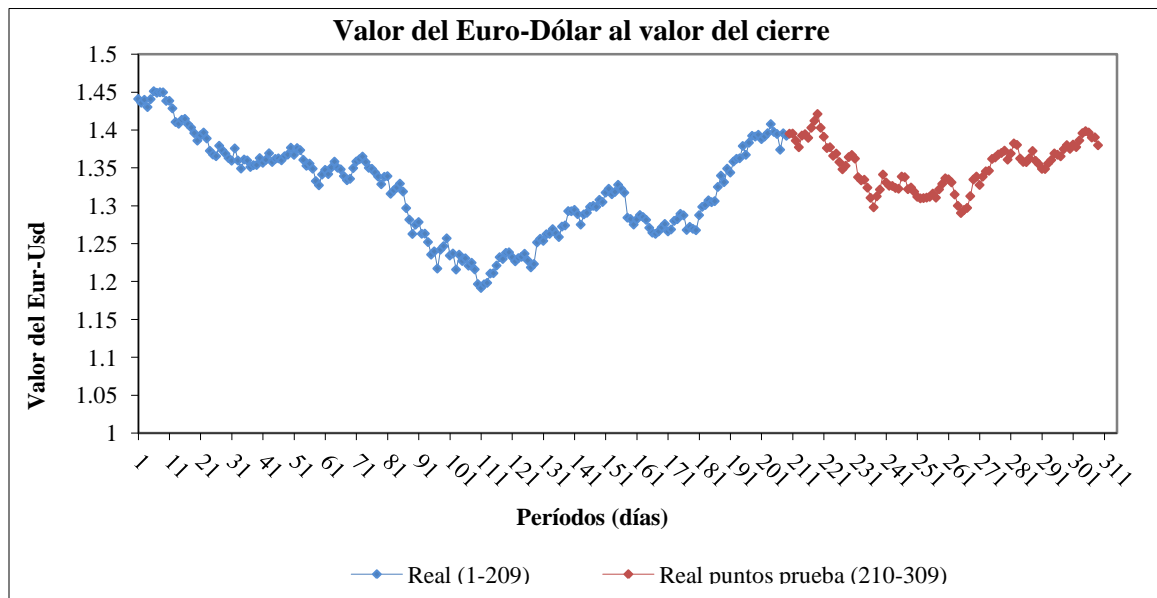


Figura 5.9: Serie D. Valor del Euro-Dólar al valor del cierre.

La Tabla 5.7 muestran las evaluaciones del DOE inicial para la Serie D. El punto incumbente seleccionado del diseño experimental (marcado en negritas) dado por la

combinación (12 Lags, 5 neuronas ocultas), tiene un valor MSE de validación de 0.00668.

No. de corrida (i)	Lags (x_1)	Neuronas (x_2)	MSE de Validación $E[f(x^i)]$
1	4	2	0.00675
2	8	2	0.00690
3	12	2	0.00669
4	4	5	0.00680
5	8	5	0.00679
6	12	5	0.00668
7	4	8	0.00716
8	8	8	0.00693
9	12	8	0.00728

Tabla 5.7: DOE inicial de las evaluaciones del modelo de simulación para la Serie D.

Los resultados a detalle de cada iteración del método de la serie D se presentan en la Tabla 5.8. La organización de esta tabla es similar a las tablas de resultados anteriores. Esta tabla muestra la mejor solución encontrada por iteración, la correspondiente evaluación en el modelo de simulación, así como la solución incumbente y el valor R^2 del metamodelo por iteración, además de indicar el criterio de parada cumplido.

Iteración	Mejor solución del metamodelo (x_1, x_2) (lags y neuronas)		Evaluación en el Simulador $E[f(x_1, x_2)]$ (MSE de validación)	Solución incumbente [(x_1, x_2) , $E[f(x_1, x_2)]$]	R^2 del metamodelo
Inicialización del DOE	12	5	0.00668	[(12,5), 0.00668]	-
1	12	2	0.00669	[(12,5), 0.00668]	0.7697
Criterio de parada cumplido: el punto (12,2) ya había sido simulado.					

Tabla 5.8: Resultados de cada iteración con el simulador de RNA de pronóstico de un solo período futuro de la Serie D.

De la Tabla 5.8, se concluye que la configuración de RNA de pronóstico debe considerar 12 datos históricos de la serie y 5 neuronas ocultas, resultado obtenido al cumplir uno de los criterios de parada, (el punto (12 lags, 2 neuronas ocultas) encontrado ya había sido simulado). La Figura 5.10 presenta la Serie D y el pronóstico tanto de las

observaciones utilizadas para el entrenamiento y validación de la RNA, así como el de las observaciones utilizadas para probar la calidad de predicción de la red.

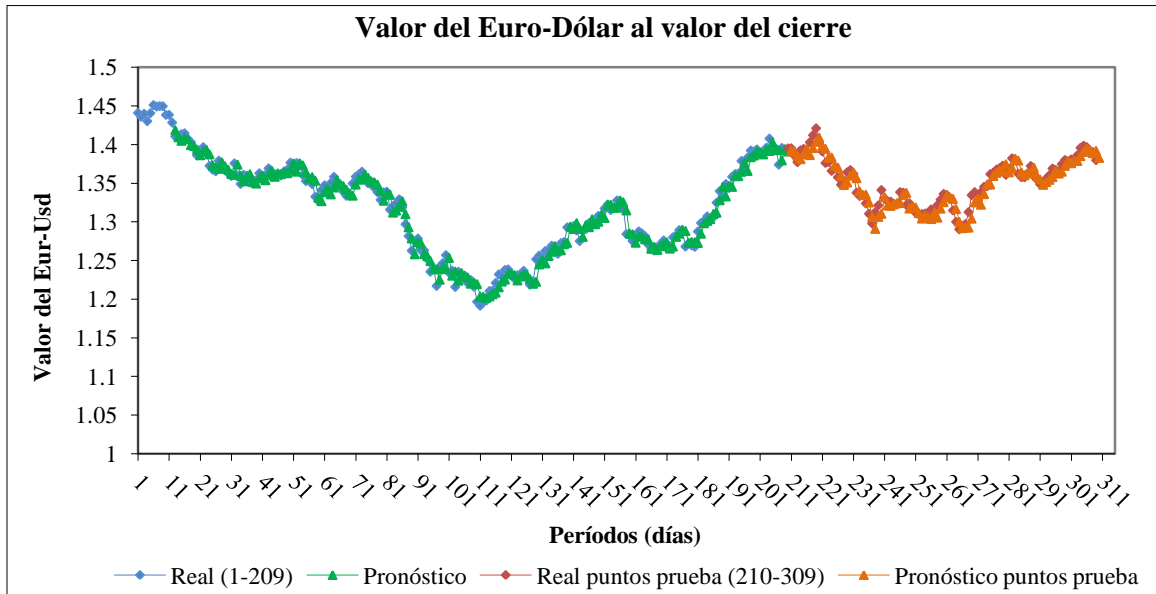


Figura 5.10: Pronóstico del modelo de RNA definitivo para la Serie D.

En base a la Figura 5.10, la calidad de pronóstico que brinda la configuración de RNA encontrada por el método es muy buena ya que el pronóstico sigue un comportamiento estrecho a las observaciones de la serie D, indicando que el método es altamente competitivo y conlleva a la generación de buenos pronósticos para este caso particular.

En el Apéndice D se presentan los pronósticos de las series de acuerdo a la configuración definitiva de RNA.

5. 5. Conclusiones

En este capítulo se presentó la aplicación del método de optimización de simulaciones a 4 series de tiempo reales, tres de ellas correspondientes a actividades económicas del estado de Tamaulipas y una correspondiente al valor del Euro-Dólar al valor del cierre. Una RNA de pronóstico fue utilizada como modelo de simulación.

Adicionalmente, otra red (RNA (2, 2, 1)) se utilizó como metamodelo. Con cada modelo de simulación se pudo determinar qué tan buena resultó la calidad de predicción de la RNA particular de cada serie utilizando observaciones de prueba que no tuvieron intervención alguna en el estudio para encontrar la mejor configuración de red. Además, esta configuración se determinó al minimizar el error cuadrado medio de validación. Cabe mencionar que en (Villarreal et al., 2009) y en Acosta (2009), las series B y C fueron utilizadas en la evaluación de un método de selección de técnicas de pronóstico para series de tiempo mediante redes neuronales artificiales con el objetivo de determinar las mejores técnicas de pronóstico tradicionales dentro de un universo de 8 técnicas estudiadas. Comparando el MSE de validación de ambas series, el valor de MSE correspondiente al mejor método de pronóstico en cada serie de acuerdo al estudio de selección de técnicas de pronóstico es mucho mayor que el valor de MSE de validación resultante con la aplicación del método de optimización de simulaciones. Esto indica que el método de optimización encontró una excelente configuración de los parámetros de nuestra herramienta de pronóstico, en este caso la RNA de pronóstico, ya que tiene mejor desempeño (menor MSE de validación) que las técnicas tradicionales de pronóstico del estudio de selección.

Adicionalmente, los resultados del método mostraron obtener soluciones atractivas con un ahorro significativo en el número de evaluaciones del modelo de simulación, tal fue el caso para las cuatro series donde la mejor solución se encontraba en el DOE inicial. Esencialmente, utilizar un diseño experimental como inicio del método de optimización de simulaciones es una idea que aporta enormemente en su buen desempeño.

El siguiente capítulo muestra las conclusiones de la Tesis.

Capítulo 6

Conclusiones, contribuciones y trabajo a futuro

En este capítulo se presentan las conclusiones de la tesis y el trabajo a futuro.

6.1. Conclusiones

En este trabajo de tesis se realiza un estudio de metamodelos en coordinación de un método de optimización aplicada a la simulación. Este método emplea el diseño experimental además de la metamodelación.

Las evaluaciones que se realizan con el método incluyen funciones de prueba para optimización global, funciones no lineales tanto polinomiales como no polinomiales. Para cada evaluación de las funciones, el método utiliza cuatro modalidades de metamodelos, la regresión saturada, la regresión de segundo orden y las redes neuronales artificiales en dos modalidades.

En total, 76 casos fueron evaluados (generados de las 19 funciones evaluadas con 4 metamodelos cada una). En 61 de las 76 aplicaciones de evaluación realizadas, el

método encuentra la solución óptima o una muy cercana a ésta. En 15 ocasiones el método reporta una solución lejana a la óptima global.

El metamodelo con mejor desempeño fue el modelo de redes neuronales artificiales con dos neuronas en la capa de entrada, dos neuronas en la capa oculta y una neurona de salida (RNAs (2, 2, 1)).

También, se realiza la aplicación del método a 4 series de tiempo reales, para determinar la configuración de RNA para pronosticar a un período futuro con el menor error de pronóstico. Estas evaluaciones utilizan los metamodelos de RNAs (2, 2, 1) como resultado de las previas evaluaciones de las funciones de prueba donde obtuvieron el mejor desempeño, encuentran la solución óptima o una solución muy cercana manteniendo un modesto número de simulaciones.

De acuerdo a la evaluación, las RNAs pueden ser una mejor técnica de metamodelación que garantice llevar a soluciones atractivas en un número reducido de corridas de simulación en comparación con la regresión de segundo orden y la regresión saturada, considerando que con esta última se desarrolló el método originalmente. Todas las evaluaciones del método fueron codificados convenientemente en Microsoft Excel.

6.2. Contribuciones

Como contribución de este trabajo se tiene el determinar la técnica de metamodelación con la cual el método de optimización aplicada a la simulación llega a soluciones altamente atractivas en un bajo número de simulaciones. Se logra además, determinar la configuración de RNA de pronóstico para series de tiempo proporcionando una calidad de pronóstico con resultados altamente confiables. Con este estudio se comprueba la aplicabilidad del método de optimización de simulaciones en el área de pronósticos de series de tiempo, al determinar la arquitectura de la RNA de pronóstico, obteniendo resultados competitivos. Adicionalmente, el trabajo (a) permite obtener soluciones altamente competitivas en la optimización, (b) es transparente y fácil de

utilizar, (c) puede ser utilizado por personas que no necesariamente tengan conocimiento amplio en el área de optimización, (d) su instauración computacional es convenientemente sencilla, (e) es atractivo para las compañías mexicanas, puesto que no requerirán de la adquisición de un software especial ni de entrenamiento altamente especializado.

6.3. Trabajo a futuro

Como trabajo a futuro se propone identificar qué tipo de diseño experimental es el más adecuado para determinada técnica de metamodelación dependiendo además de las características que constituyen el problema a optimizar. Además, se propone utilizar más técnicas de metamodelación para evaluar el método y establecer una base de relación entre el método, la técnica de metamodelación y el tipo de diseño experimental. Con esto se busca también identificar cualidades que puedan hacer más eficiente el método de optimización.

Debido a que muchas compañías en México, requieren generar sus pronósticos de tal forma que puedan tomar decisiones sobre un horizonte de planeación largo, se propone analizar las series de tiempo aquí estudiadas y más, aplicando el método de optimización de simulaciones en coordinación del metamodelo de mejor desempeño, utilizando redes neuronales artificiales de pronóstico para períodos múltiples, y así, obtener una herramienta que permita la planeación a largo plazo.

Apéndice A

Este apéndice contiene la expresión matemática de cada una de las funciones de prueba para optimización global utilizadas en el Capítulo 4 para evaluar el método de optimización aplicada a la simulación; también, contiene los resultados de manera iterativa al aplicar el método de optimización a cada una de estas funciones en diferentes casos utilizando algún metamodelo en particular. Adicionalmente contiene los resultados de cada iteración para las funciones no lineales polinomiales haciendo uso de las cuatro modalidades de metamodelos.

A continuación se muestra la ecuación matemática de cada función de prueba de optimización global sin restricciones en base a p variables, seguido del rango del cual se varía cada variable; enseguida se muestra la solución óptima (X^*) resultado de la minimización de cada una de las funciones sujetas a los rangos que puede tomar cada variable y el valor de la función objetivo en ese punto.

a) Sphere (p variables)

$$f(X) = \sum_{m=1}^p x_m^2; \quad -5.12 \leq x_m \leq 5.12; \quad X^* = \bar{0}; \quad f(X^*) = 0$$

b) Rosenbrock (p variables)

$$f(X) = \sum_{m=1}^{p-1} [100 * (x_m^2 - x_{m+1})^2 + (x_m - 1)^2]; \quad -2 \leq x_m \leq 5; \quad X^* = \bar{1}; \quad f(X^*) = 0$$

c) Rastrigin (p variables)

$$f(X) = 10p + \sum_{m=1}^p (x_m^2 - 10 \cos(2\pi x_m)); \quad -5 \leq x_m \leq 5; \quad X^* = \bar{0}; \quad f(X^*) = 0$$

d) Griewank (p variables)

$$f(X) = \sum_{m=1}^p \frac{x_m^2}{R} - \prod_{m=1}^p \cos\left(\frac{x_m}{\sqrt{m}}\right) + 1; \quad -50 \leq x_m \leq 70; \quad X^* = \bar{0}; \quad f(X^*) = 0$$

y $R = 4000$ para 2 variables; $R = 100$ para 9 variables

e) Goldstein-Price (2 variables)

$$f(X) = \left(1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)\right) * \left(30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)\right); \quad x_1, x_2 \in [-2, 2] \quad X^* = (0, -1); \quad f(X^*) = 3$$

f) Easom (2 variables)

$$f(X) = -\cos(x_1) \cos(x_2) e^{-(x_1-\pi)^2 - (x_2-\pi)^2}; \quad x_1, x_2 \in [-100, 100]; \quad X^* = (\pi, \pi); \quad f(X^*) = -1$$

g) Schwefel (p variables)

$$f(X) = \sum_{m=1}^p -x_m \text{sen}(\sqrt{|x_m|}); \quad -500 \leq x_m \leq 500; \quad X^* = \overline{420.9687}; \quad f(X^*) = -p * 418.9829$$

Las tablas siguientes muestran los resultados de cada iteración en la aplicación del método de optimización vía simulación en coordinación con algún metamodelo en particular. Todas las tablas están organizadas como sigue: la primer columna indica la iteración; la segunda muestra el mejor punto encontrado al optimizar el metamodelo de dicha iteración; la tercera la evaluación del punto encontrado en el modelo de simulación (función de prueba); la cuarta la solución incumbente hasta esa iteración y, finalmente, la quinta columna indica el valor de R^2 del metamodelo. Todas las tablas indican el criterio de parada cumplido, para todos los casos se utiliza un valor $\varepsilon = 1$.

El máximo número de iteraciones fue fijado a 25 iteraciones para el caso de dos dimensiones, de acuerdo a las evaluaciones resultantes en un diseño factorial completo para 2 variables a 5 niveles; 512 iteraciones para el caso de nueve dimensiones, como resultado de las evaluaciones en un diseño factorial completo para 9 variables a 2 niveles. Cabe mencionar que todos los resultados que se muestran a continuación se encuentran en la escala de [-1,1]. El diseño experimental inicial utilizado para las funciones en dos

dimensiones es un DCC con parámetro $\alpha = 0.5$ y para las funciones en nueve dimensiones el DOE inicial es un diseño D-Óptimo con 74 combinaciones iniciales.

Las Tablas A.1 a A.7 muestran de forma iterativa los resultados presentados en las Figuras 4.4 a la 4.10 en la Sección 4.2 del Capítulo 4, correspondientes al caso de dos dimensiones utilizando la *regresión saturada* como metamodelos.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$. El punto (0.00, 0.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.1: Función *Sphere*, caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de regresión saturada.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	-1.00	-0.36	-0.9627	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.9996
2	-0.11	-1.00	-0.9728	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.9996
3	-1.00	0.50	-0.9997	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.9996
4	-0.41	-1.00	-0.9905	[(0.00,0.00), -1.0000]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.					

Tabla A.2: Función *Rosenbrock*, caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión saturada.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.8379

Criterio de parada cumplido: El punto (0.00,0.00) ya había sido simulado.

Tabla A.3: Función *Rastrigin*, caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión saturada.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.50	-1.0000	[(0.00,0.50), -1.0000]	--
1	-0.30	0.93	0.0141	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9413
2	-0.44	0.44	0.0775	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9413
3	-1.00	-0.12	0.1566	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9413
4	-0.01	0.06	-1.3367	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.8204
5	0.47	1.00	-0.0249	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.8938
6	-1.00	-0.61	-0.8030	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9098
7	-0.55	-1.00	-0.4258	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9135
8	1.00	0.16	0.1819	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9108
9	-1.00	-1.00	0.7277	[(-0.01,0.06), -1.3367]	0.9943

Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,-1.00) ya había sido simulado.

Tabla A.4: Función *Griewank*, caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-50.00, 70.00]$. Metamodelos de regresión saturada.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	-0.50	-1.0000	[(0.00,-0.50), -1.0000]	--
1	1.00	0.45	-0.9960	[(0.00,-0.50), -1.0000]	0.9984
2	-0.41	-0.39	-0.9987	[(0.00,-0.50), -1.0000]	0.9985
3	-0.23	-1.00	-0.8729	[(0.00,-0.50), -1.0000]	0.9985
4	-1.00	-0.43	-0.9244	[(0.00,-0.50), -1.0000]	0.9990
5	0.62	0.97	-0.7944	[(0.00,-0.50), -1.0000]	0.9993
6	1.00	0.70	-0.9923	[(0.00,-0.50), -1.0000]	0.9992
7	-0.02	-0.29	-0.9997	[(0.00,-0.50), -1.0000]	1.0000

Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.

Tabla A.5: Función *Goldstein-Price*, caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 2.00]$. Metamodelos de regresión saturada.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.000	[(0.00,0.00), -1.000]	--
1	0.00	0.00	-1.000	[(0.00,0.00), -1.000]	0.1552
Criterio de parada cumplido: El punto (0.00,0.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.6: Función *Easom*, caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de regresión saturada.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-1.00	-1.00	-1.0000	[(-1.00,-1.00), -1.0000]	--
1	-1.00	-1.00	-1.0000	[(-1.00,-1.00), -1.0000]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$. El punto (-1.00,-1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.7: Función *Schwefel*, caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-500, 500]$. Metamodelos de regresión saturada.

Similarmente a las tablas anteriores, las Tablas A.8 y A.9 muestran los resultados presentados en las Figuras 4.11 y 4.12 en la Sección 4.2 del Capítulo 4, para los casos de las funciones *Sphere* y *Griewank* en nueve dimensiones utilizando la *regresión saturada* como metamodelos.

Iteración	Mejores soluciones del metamodelo (x_1, x_2, \dots, x_9)	Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$	Incumbente [(x_1, x_2, \dots, x_9), $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$]	R^2 del metamodelo
DOE	(0,0.5,0,0,0,0,0,0,0) (0,0,0,0,0,0,0,-0.5) (0,0,0,-0.5,0,0,0,0,0) (0,0,0,0,0.5,0,0,0,0) (0,0,0,0,0,0.5,0,0,0) (0,0,-0.5,0,0,0,0,0,0) (0.5,0,0,0,0,0,0,0,0) (0,0,0,0,0.5,0,0,0,0) (0,0,0,0,0,0,-0.5,0,0)	-1.0000	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	--
1	(0.08, 0.09, -0.09, -0.09, 0.09, 0.09, 0.09, -0.09, -0.09)	-1.0401	[(0.08, 0.09, -0.09, -0.09, 0.09, 0.09, 0.09, -0.09, -0.09), -1.0401]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.				

Tabla A.8: Función *Sphere*, caso de 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de regresión saturada.

Iteración	Mejores soluciones del metamodelo (x_1, x_2, \dots, x_9)	Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$	Incumbente [(x_1, x_2, \dots, x_9), $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$]	R^2 del metamodelo
DOE	(0,0,0,-0.5,0,0,0,0,0)	-1.0000	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	--
1	(-0.01,-0.01,-0.28, -0.28,-0.01,-0.01, -0.01,-0.28, -0.28)	-1.0314	[(-0.01,-0.01,-0.28, -0.28,-0.01,-0.01, -0.01,-0.28, -0.28), -1.0314]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.				

Tabla A.9: Función *Griewank*, caso de 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-50, 70]$. Metamodelos de regresión saturada.

De igual modo, las Tablas A.10 a la A.12 muestran los resultados correspondientes a las funciones no lineales polinomiales de acuerdo al método de optimización con el uso de metamodelos de *regresión saturada* (ver Figuras 4.13 y 4.15).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	--
1	0.33	0.33	-0.2510	$[(0.00, 0.00)=-1.0000]$	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2=1$.					

Tabla A.10 Función *No Lineal 1*, $f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1 x_2$, x_1 y $x_2 \in [0, 3]$. Metamodelos de regresión saturada.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-1.00	1.00	-1.0000	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	--
1	-1.00	1.00	-1.0000	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9997
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00, 1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.11: Función *No Lineal 2*, $f_2 = x_1^4 - 2x_1^2 x_2 + x_1^2 + x_1 x_2^2 - 2x_1 + 4$, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión saturada.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0, 0)=-1.0000]$	--
1	0.00	0.00	-1.0000	$[(0, 0)=-1.0000]$	0.9998
Criterio de parada cumplido: El punto (0.00, 0.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.12: Función *No Lineal 3*, $f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de regresión saturada.

Las Tablas A.13 a A.19 a continuación muestran de forma iterativa los resultados correspondientes al caso de las funciones de prueba en dos dimensiones utilizando la *regresión de segundo orden* como metamodelos (ver Sección 4.2 del Capítulo 4).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	--
1	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	1.0000

Criterio de parada cumplido: $R^2=1$. El punto (0.00,0.00) ya había sido simulado.

Tabla A.13: Función *Sphere*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	--
1	-0.50	0.30	-0.9846	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9618
2	-0.31	1.00	-0.9372	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9511
3	-0.61	0.12	-0.9952	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9479
4	-0.52	0.19	-0.9898	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9418
5	-0.48	0.24	-0.9870	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9380
6	-0.46	0.28	-0.9851	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9353
7	-0.45	0.30	-0.9836	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9332
8	-0.44	0.32	-0.9826	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9316
9	-0.44	0.33	-0.9820	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9303
10	-0.44	0.34	-0.9816	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9292
11	-0.43	0.35	-0.9813	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9284
12	-0.43	0.35	-0.9813	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9276

Criterio de parada cumplido: El punto (-0.43,0.35) ya había sido simulado.

Tabla A.14: Función *Rosenbrock*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	--
1	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.8379

Criterio de parada cumplido: El punto (0.00,0.00) ya había sido simulado.

Tabla A.15 Función *Rastrigin*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.50	-1.0000	$[(0.00, 0.50), -1.0000]$	--
1	-0.13	1.00	0.4737	$[(0.00, 0.50), -1.0000]$	0.9044
2	-0.48	0.10	-0.6827	$[(0.00, 0.50), -1.0000]$	0.8146
3	-0.47	0.10	-0.6757	$[(0.00, 0.50), -1.0000]$	0.8328
4	-0.47	0.10	-0.6757	$[(0.00, 0.50), -1.0000]$	0.8451
Criterio de parada cumplido: El punto (-0.47, 0.10) ya había sido simulado.					

Tabla A.16: Función *Griewank*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-50.00, 70.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	-0.50	-1.0000	$[(0.00, -0.50), -1.0000]$	--
1	0.20	-0.23	-0.9993	$[(0.00, -0.50), -1.0000]$	0.9749
2	0.22	-0.21	-0.9992	$[(0.00, -0.50), -1.0000]$	0.9718
3	0.21	-0.22	-0.9993	$[(0.00, -0.50), -1.0000]$	0.9700
4	0.21	-0.22	-0.9993	$[(0.00, -0.50), -1.0000]$	0.9688
Criterio de parada cumplido: El punto (0.21, -0.22) ya había sido simulado.					

Tabla A.17: Función *Goldstein-Price*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 2.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0	0	-1.000	$[(0, 0), -1.000]$	--
1	0	0	-1.000	$[(0, 0), -1.000]$	0.1552
Criterio de parada cumplido: El punto (0.00, 0.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.18: Función *Easom*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-1.00	-1.00	-1.0000	$[(-1.00, -1.00), -1.0000]$	--
1	-1.00	-1.00	-1.0000	$[(-1.00, -1.00), -1.0000]$	0.9439
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,-1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.19: Función *Schwefel*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-500, 500]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

De igual modo a las tablas anteriores, las Tablas A.20 y A.21 muestran los resultados correspondientes al caso de las funciones *Sphere* y *Griewank* en nueve dimensiones utilizando la *regresión de segundo orden* como metamodelos (ver Sección 4.2 del Capítulo 4).

Iteración	Mejores soluciones del metamodelo (x_1, x_2, \dots, x_9)	Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, \dots, x_9), E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]]$	R^2 del metamodelo
1	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	-1.0571	$[(0,0,0,0,0,0,0,0,0), -1.0571]$	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.				

Tabla A.20: Función *Sphere*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

Iteración	Mejores soluciones del metamodelo (x_1, x_2, \dots, x_9)	Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$	Incumbente [(x_1, x_2, \dots, x_9), $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$]	R^2 del metamodelo
DOE	(0,0,0,-0.5,0,0,0,0,0)	-1.0000	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	--
1	(-0.2,-0.2,-0.2,-0.2, -0.2,-0.2,-0.2,-0.2, -0.2)	-1.0682	[(-0.2,-0.2,-0.2,-0.2, -0.2,-0.2,-0.2,-0.2, -0.2), -1.0682]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.				

Tabla A.21: Función *Griewank*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-50, 70]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

De manera similar, las Tablas A.22 a la A.24 muestran los resultados correspondientes a las funciones no lineales polinomiales de acuerdo al método de optimización con el uso de metamodelos de *regresión de segundo orden* (ver Sección 4.2 del Capítulo 4).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente [(x_1, x_2), $E[f(x_1, x_2)]$]	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	0.33	0.33	-1.0741	[(0.33,0.33), -1.0741]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.					

Tabla A.22 Función *No Lineal 1*, $f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1 x_2$, x_1 y $x_2 \in [0, 3]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-1.00	1.00	-1.0000	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	--
1	-0.60	0.34	-0.8512	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9570
2	-0.41	1.00	-0.8364	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9466
3	-0.64	0.19	-0.8486	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9428
4	-0.54	0.30	-0.8459	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9362
5	-0.51	0.37	-0.8450	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9322
6	-0.49	0.42	-0.8445	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9293
7	-0.49	0.44	-0.8442	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9272
8	-0.48	0.44	-0.8441	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9255
9	-0.48	0.44	-0.8441	$[(-1.00, 1.00), -1.0000]$	0.9242

Criterio de parada cumplido: El punto (-0.48,-1.00) ya había sido simulado.

Tabla A.23: Función *No Lineal 2*, $f_2 = x_1^4 - 2x_1^2x_2 + x_1^2 + x_1x_2^2 - 2x_1 + 4$, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$.
Metamodelos de regresión de segundo orden.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0	0	-1.0000	$[(0,0), -1.0000]$	--
1	0	0	-1.0000	$[(0,0), -1.0000]$	0.9998

Criterio de parada cumplido: El punto (0.00,0.00) ya había sido simulado.

Tabla A.24: Función *No Lineal 3*, $f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$,
 x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.

Las Tablas A.25 a la A.31 muestran de forma iterativa los resultados obtenidos en las funciones de prueba, correspondientes al caso de dos dimensiones utilizando las RNAs (2, 2, 1) como metamodelos (ver Sección 4.2 del Capítulo 4). Adicionalmente, las Tablas A.32 y A.33 muestran los resultados correspondientes al caso de las funciones *Sphere* y *Griewank* en nueve dimensiones. De igual modo a las tablas anteriores, las Tablas A.34 a la A.36 muestran los resultados correspondientes a las funciones no lineales polinomiales en dos dimensiones.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	--
1	-1.00	1.00	1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.6206
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.25: Función *Sphere*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.12, 5.12]$.

Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	--
1	-1.00	1.00	-0.9986	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9977
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.26: Función *Rosenbrock*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$.

Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	--
1	-1.00	-1.00	1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.4826
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,-1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.27: Función *Rastrigin*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.00, 5.00]$.

Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.50	-1.0000	$[(0.00, 0.50), -1.0000]$	--
1	-1.00	1.00	0.1602	$[(0.00, 0.50), -1.0000]$	0.7516
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.28: Función *Griewank*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-50.00, 70.00]$.

Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	-0.50	-1.0000	$[(0.00, -0.50), -1.0000]$	--
1	0.89	-1.00	-0.6085	$[(0.00, -0.50), -1.0000]$	0.9944
2	1.00	-1.00	-0.3381	$[(0.00, -0.50), -1.0000]$	0.9567
Criterio de parada cumplido: El punto (1.00,-1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.29: Función *Goldstein-Price*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 2.00]$.

Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0	0	-1.000	$[(0,0), -1.000]$	--
1	1.00	1.00	1.0000	$[(0,0), -1.000]$	0.1562
Criterio de parada cumplido: El punto (1.00,1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.30: Función *Easom*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$.

Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-1.00	-1.00	-1.0000	$[(-1.00, -1.00), -1.0000]$	--
1	-1.00	-1.00	-1.0000	$[(-1.00, -1.00), -1.0000]$	0.9416
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,-1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.31: Función *Schwefel*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-500, 500]$.

Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejores soluciones del metamodelo (x_1, x_2, \dots, x_9)	Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, \dots, x_9), E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]]$	R^2 del metamodelo
DOE	(0,0.5,0,0,0,0,0,0,0) (0,0,0,0,0,0,0,0,-0.5) (0,0,0,-0.5,0,0,0,0,0) (0,0,0,0,0.5,0,0,0,0) (0,0,0,0,0,0.5,0,0,0) (0,0,-0.5,0,0,0,0,0,0) (0.5,0,0,0,0,0,0,0,0) (0,0,0,0,0,0.5,0,0,0) (0,0,0,0,0,0,-0.5,0,0)	-1.0000	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	--
1	(0.10,1.00,1.00,0.78,0.70,1.00,-1.00,1.00,-1.00)	0.5676	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.7930
2	(-1.00,-1.00,0.87,-0.12,-0.24,0.09,-1.00,-0.18,1.00)	0.0559	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9942
3	(0,1.00,1.00,-0.28,-1.00,1.00,-1.00,-0.01,1.00)	0.3322	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9688
4	(-1.00,0,-1.00,0,0,-1.00,0,0,0)	-0.3714	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9943
5	(0,1.00,-1.00,0,0,-1.00,0,1.00,0)	-0.1429	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9894
6	(-1.00,1.00,0.99,1.00,1.00,0.21,0.99,1.00,0)	0.5438	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9588
7	(0.98,1.00,-1.00,1.00,0.98,0.06,-1.00,0.25,-0.02)	0.3114	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9289
8	(1.00,0,1.00,0,0,-1.00,0,0,-1.00)	-0.1429	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9538
9	(-1.00,-0.61,0.27,0.27,0.02,1.00,-1.00,-1.00,-0.83)	0.1331	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9354
10	(0,0,0,0,0,-1.00,-1.00,0,1.00)	-0.3714	[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9188
11	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	-1.0571	[(0,0,0,0,0,0,0,0,0), -1.0571]	0.9180
12	(0,0,0,0,0,0,0,0,0)	-1.0571	[(0,0,0,0,0,0,0,0,0), -1.0571]	0.9213
Criterio de parada cumplido: El punto (0,0,0,0,0,0,0,0,0) ya había sido simulado.				

Tabla A.32: Función *Sphere*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-5.12, 5.12]$.

Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejores soluciones del metamodelo (x_1, x_2, \dots, x_9)	Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, \dots, x_9), E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]]$	R ² del metamodelo
DOE	(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0)	-1.0000	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	--
1	(-1.00,-1.00,-1.00,-1.00,-1.00,0.30,-1.00,-1.00,-1.00)	0.0277	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9676
2	(-0.09, 0.09,0.39, 0.85,1.00,-1.00,-1.00,-1.00,-1.00)	-0.0248	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9754
3	(-0.09,-0.09,0.39, 0.85,1.00,-1.00,-1.00,-1.00,-1.00)	-0.0248	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9428
Criterio de parada cumplido: El punto (-0.09,-0.09,0.39,0.85,1.00,-1.00,-1.00,-1.00,-1.00) ya había sido simulado.				

Tabla A.33: Función *Griewank*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-50, 70]$.
Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R ² del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	1.00	1.00	-0.7778	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.9949
Criterio de parada cumplido: El punto (1.00,1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.34 Función *No Lineal 1*, $f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1 x_2$, x_1 y $x_2 \in [0, 3]$.
Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R ² del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-1.00	1.00	-1.0000	[(-1.00,1.00), -1.0000]	--
1	-1.00	1.00	-1.0000	[(-1.00,1.00), -1.0000]	0.9923
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.35: Función *No Lineal 2*, $f_2 = x_1^4 - 2x_1^2 x_2 + x_1^2 + x_1 x_2^2 - 2x_1 + 4$, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$.
Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación E[f(x ₁ ,x ₂)]	Incumbente [(x ₁ ,x ₂), E[f(x ₁ ,x ₂)]]	R ² del metamodelo
	x ₁	x ₂			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0,0), -1.0000]	--
1	1.00	1.00	1.0000	[(0,0), -1.0000]	0.6191
Criterio de parada cumplido: El punto (1.00,1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.36: Función *No Lineal 3*, $f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).

Las Tablas A.37 a la A.43 muestran de forma iterativa los resultados obtenidos en las funciones de prueba, correspondientes al caso de dos dimensiones utilizando las RNAs (2, 3, 1) como metamodelos (ver Sección 4.2 del Capítulo 4); las Tablas A.44 y A.45, los resultados correspondientes al caso de las funciones *Sphere* y *Griewank* en nueve dimensiones; finalmente, Tablas A.46 a la A.48 muestran los resultados correspondientes a las funciones no lineales polinomiales.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación E[f(x ₁ ,x ₂)]	Incumbente [(x ₁ ,x ₂), E[f(x ₁ ,x ₂)]]	R ² del metamodelo
	x ₁	x ₂			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	0.30	-0.07	-0.9052	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.9954
2	-0.12	-0.29	-0.9000	[(0.00,0.00), -1.0000]	1.0000
Criterio de parada cumplido: R ² = 1.					

Tabla A.37: Función *Sphere*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación E[f(x ₁ ,x ₂)]	Incumbente [(x ₁ ,x ₂), E[f(x ₁ ,x ₂)]]	R ² del metamodelo
	x ₁	x ₂			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	-0.24	1.00	-0.9442	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.9999
2	-1.00	-1.00	-0.9025	[(0.00,0.00), -1.0000]	1.0000
Criterio de parada cumplido: R ² = 1. El punto (-1.00,-1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.38: Función *Rosenbrock*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	-1.00	-0.07	0.6327	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.8102
2	-0.39	-0.18	-0.7048	[(0.00,0.00), -1.0000]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.					

Tabla A.39: Función *Rastrigin*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.00, 5.00]$.

Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.50	-1.0000	[(0.00,0.50), -1.0000]	--
1	-1.00	0.61	0.2355	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9406
2	0.60	1.00	0.8320	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9216
3	-0.52	0.81	-0.3016	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.8982
4	0.07	1.00	0.1862	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9284
5	-0.02	1.00	0.6422	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9139
6	-0.44	0.46	-0.4061	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9154
7	-0.46	0.41	-0.5305	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9111
8	-0.45	0.27	-0.1889	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.9107
9	0.00	0.00	-0.2197	[(0.00,0.50), -1.0000]	0.8068
Criterio de parada cumplido: El punto (0.00,0.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.40: Función *Griewank*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-50.00, 70.00]$.

Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	-0.50	-1.0000	[(0.00,-0.50), -1.0000]	--
1	1.00	-1.00	-0.3381	[(0.00,-0.50), -1.0000]	0.8973
Criterio de parada cumplido: El punto (1.00,-1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.41: Función *Goldstein-Price*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 2.00]$.

Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0,0), -1.0000]$	--
1	0.24	0.15	1.0000	$[(0,0), -1.0000]$	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.					

Tabla A.42: Función *Easom*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$.
Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-1.00	-1.00	-1.0000	$[(-1.00, -1.00), -1.0000]$	--
1	-1.00	-1.00	-1.0000	$[(-1.00, -1.00), -1.0000]$	0.9427
Criterio de parada cumplido: el punto $(-1.00, -1.00)$ ya había sido simulado.					

Tabla A.43: Función *Schwefel*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-500, 500]$.
Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejores soluciones del metamodelo (x_1, x_2, \dots, x_9)	Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, \dots, x_9), E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]]$	R^2 del metamodelo
DOE	(0,0.5,0,0,0,0,0,0,0) (0,0,0,0,0,0,0,0,-0.5) (0,0,0,-0.5,0,0,0,0,0) (0,0,0,0.5,0,0,0,0,0) (0,0,0,0,0,0.5,0,0,0) (0,0,-0.5,0,0,0,0,0,0) (0.5,0,0,0,0,0,0,0,0) (0,0,0,0,0,0.5,0,0,0) (0,0,0,0,0,0,0,-0.5,0)	-1.0000	$[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]$	--
1	(0.99,0.99,0.00,0.98,0.22,-0.98,1.00,-1.00,-0.01)	0.2982	$[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]$	0.9999
2	(-1.00,1.00,1.00,1.00,0.64,1.00,-1.00,1.00,-1.00)	0.8651	$[(0,0,0.5,0,0,0,0,0,0), -1.0000]$	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.				

Tabla A.44: Función *Sphere*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-5.12, 5.12]$.
Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejores soluciones del metamodelo (x_1, x_2, \dots, x_9)	Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, \dots, x_9), E[f(x_1, x_2, \dots, x_9)]]$	R^2 del metamodelo
DOE	(0,0,0,-0.5,0,0,0,0,0)	-1.0000	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	--
1	(-0.74,0.09,-1.00,-0.05,-0.78,0.90,0.92,-0.95,0.17)	-0.2081	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9807
2	(-1.00,1.00,0.00,1.00,0.00,0.00,0.00,1.00,-1.00)	-0.0078	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9659
3	(-1.00,1.00,0.00,1.00,0.00,0.00,0.00,1.00,-1.00)	-0.0078	[(0,0,0,0.5,0,0,0,0,0), -1.0000]	0.9771
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,1.00,0.00,1.00,0.00,0.00,0.00,1.00,-1.00) ya había sido simulado.				

Tabla A.45: Función *Griewank*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-50, 70]$.
Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	0.33	0.32	-1.0740	[(0.33,0.32), -1.0740]	0.9997
2	0.34	0.37	-1.0732	[(0.34,0.37), -1.0732]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.					

Tabla A.46 Función *No Lineal 1*, $f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1 x_2$, x_1 y $x_2 \in [0, 3]$.
Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-1.00	1.00	-1.0000	[(-1.00,1.00), -1.0000]	--
1	-1.00	1.00	-1.0000	[(-1.00,1.00), -1.0000]	0.9924
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,1.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.47: Función *No Lineal 2*, $f_2 = x_1^4 - 2x_1^2 x_2 + x_1^2 + x_1 x_2^2 - 2x_1 + 4$, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$.
Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0	0	-1.0000	[(0,0), -1.0000]	--
1	0	0	-1.0000	[(0,0), -1.0000]	0.1548
Criterio de parada cumplido: El punto (0.00,0.00) ya había sido simulado.					

Tabla A.48: Función *No Lineal 3*, $f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).

En el siguiente apéndice se presentarán los resultados de forma iterativa de las funciones de RNA.

Apéndice B

En este apéndice se muestran matricialmente las funciones de RNAs utilizadas para evaluar el método de optimización aplicada a la simulación. Los valores de los parámetros de todas las funciones de RNAs así como las soluciones conocidas meta fueron encontrados por Villarreal (2007) y se mantuvieron fijos en las evaluaciones de estas funciones utilizadas en el Capítulo 4 de este trabajo.

Las siguientes ecuaciones muestran matricialmente lo que correspondería a cada una de las funciones de RNA bajo estudio, donde x_1 , x_2 y x_3 son las variables de decisión, f_1 y f_2 las funciones tangente hiperbólica e identidad respectivamente.

Cada función de RNA es del tipo $f = f_2(\mathbf{V}^T f_1(\mathbf{W}^T \mathbf{x} + \mathbf{b}_1) + \mathbf{b}_2)$ y tienen diferente valor de pesos de conexión. De la función a) a la función e), los parámetros de la RNA (2, 3, 1) representan dos neuronas en la capa de entrada (variables de decisión), tres neuronas en la capa oculta y una neurona en la capa de salida. En las funciones f) y g), los parámetros de la RNA (3, 3, 1) representan tres neuronas en la capa de entrada (variables de decisión), tres neuronas en la capa oculta y una neurona en la capa de salida.

a) RNA (2, 3, 1)

$$f(x_1, x_2) = f_2 \left(\begin{pmatrix} 0.90 \\ 0.54 \\ 0.65 \end{pmatrix}^T f_1 \left(\begin{pmatrix} -0.51 & -0.19 & 0.85 \\ -0.86 & 0.86 & -0.14 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.39 \\ -0.72 \\ -0.56 \end{pmatrix} \right) + (-0.23) \right)$$

b) RNA (2, 3, 1)

$$f(x_1, x_2) = f_2 \left(\begin{pmatrix} -0.29 \\ 0.54 \\ 1.00 \end{pmatrix}^T f_1 \left(\begin{pmatrix} -0.49 & 0.78 & -0.72 \\ 0.34 & 0.77 & -0.28 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.98 \\ -0.64 \\ -0.68 \end{pmatrix} \right) + (0.58) \right)$$

c) RNA (2, 3, 1)

$$f(x_1, x_2) = f_2 \left(\begin{pmatrix} 0.47 \\ 0.62 \\ -0.23 \end{pmatrix}^T f_1 \left(\begin{pmatrix} -0.99 & 0.91 & 0.79 \\ -0.16 & -0.87 & -0.68 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.78 \\ -0.89 \\ 0.27 \end{pmatrix} \right) + (0.63) \right)$$

d) RNA (2, 3, 1)

$$f(x_1, x_2) = f_2 \left(\begin{pmatrix} -0.52 \\ -0.30 \\ -0.55 \end{pmatrix}^T f_1 \left(\begin{pmatrix} 0.57 & 0.70 & -0.35 \\ 0.73 & -0.39 & -0.26 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.36 \\ -0.86 \\ 0.60 \end{pmatrix} \right) + (-0.96) \right)$$

e) RNA (2, 3, 1)

$$f(x_1, x_2) = f_2 \left(\begin{pmatrix} 0.20 \\ 0.85 \\ 0.73 \end{pmatrix}^T f_1 \left(\begin{pmatrix} -0.15 & -0.22 & 0.77 \\ -0.18 & 0.25 & -0.93 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.74 \\ -0.83 \\ 0.12 \end{pmatrix} \right) + (0.08) \right)$$

f) RNA (3, 3, 1)

$$f(x_1, x_2, x_3) = f_2 \left(\begin{pmatrix} -0.37 \\ 0.39 \\ 0.92 \end{pmatrix}^T f_1 \left(\begin{pmatrix} 0.76 & 0.66 & -0.75 \\ 0.24 & 0.00 & 0.98 \\ 0.47 & 1.00 & 0.22 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.11 \\ -0.57 \\ -0.19 \end{pmatrix} \right) + (-0.98) \right)$$

g) RNA (3, 3, 1)

$$f(x_1, x_2, x_3) = f_2 \left(\begin{pmatrix} 0.27 \\ -0.66 \\ 0.30 \end{pmatrix}^T f_1 \left(\begin{pmatrix} 0.02 & -0.09 & 0.56 \\ -0.63 & -0.02 & -0.17 \\ 0.05 & 0.56 & 0.51 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.68 \\ 0.07 \\ 0.11 \end{pmatrix} \right) + (-0.98) \right)$$

Las siguientes tablas muestran los resultados de cada iteración en la aplicación del método de optimización vía simulación en coordinación con algún metamodelo en particular para cada una de las funciones de RNA. Todas las tablas muestran la mejor solución encontrada por iteración, la correspondiente evaluación en el modelo de simulación, así como la solución incumbente y el valor R^2 del metamodelo por iteración. Todas las tablas indican el criterio de parada que cumplido, adicionalmente, para todos los casos se utilizó un valor $\varepsilon = 1$, ($R^2 = \varepsilon = 1$). El máximo número de iteraciones fue fijado a 25 para el caso de las funciones en dos dimensiones, de acuerdo a las evaluaciones resultantes en un diseño factorial completo para dos variables a cinco niveles, y 27 iteraciones para el caso de las funciones con tres variables, como resultado de las evaluaciones en un diseño factorial completo para tres variables a tres niveles. El

diseño experimental inicial en todos los casos es un DCC con $\alpha=1$. Cabe mencionar que todos los resultados que se muestran a continuación se encuentran en la escala de [-1,1]. Anteriormente, los resultados de las siete funciones de RNA se presentaron en las Figuras 4.16 a la 4.22 en la Sección 4.2 del Capítulo 4. Las Tablas B.1 a B.7 muestran de forma iterativa los resultados obtenidos por el método utilizando la regresión saturada como metamodelos; las Tablas B.8 y B.14 muestran los resultados utilizando metamodelos de regresión de segundo orden; las Tablas B.15 a B.21 muestran los resultados utilizando metamodelos de RNAs (2, 2, 1); finalmente, las Tablas B.22 a B.28 muestran los resultados con el uso de las RNAs (2, 3, 1) como metamodelos.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1,x_2)]$	Incumbente $[(x_1,x_2), E[f(x_1,x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0	0	-1.0000	[(0,0), -1.0000]	--
1	-0.47	1.00	-0.9097	[(0,0), -1.0000]	0.9298
2	-0.30	0.61	-0.8996	[(0,0), -1.0000]	0.9384
3	1.00	1.00	0.6717	[(0,0), -1.0000]	0.9439
4	-0.26	-0.16	-0.4299	[(0,0), -1.0000]	0.9969
5	-0.27	1.00	-0.9035	[(0,0), -1.0000]	0.9648
6	-1.00	-1.00	-0.0343	[(0,0), -1.0000]	0.9961
7	-0.55	-1.00	-0.0162	[(0,0), -1.0000]	0.9949
8	-1.00	1.00	-0.9101	[(0,0), -1.0000]	0.9935
9	0.34	-0.14	-0.5723	[(0,0), -1.0000]	0.9939
10	0.18	0.55	-0.4189	[(0,0), -1.0000]	0.9989
11	-0.24	0.37	-0.8846	[(0,0), -1.0000]	0.9900
12	-0.41	0.78	-0.9074	[(0,0), -1.0000]	0.9906
13	-1.00	0.73	-0.8956	[(0,0), -1.0000]	0.9992
14	-1.00	-0.73	-0.0287	[(0,0), -1.0000]	0.9993
15	0.24	0.16	-0.1974	[(0,0), -1.0000]	0.9993
16	-0.82	-1.00	-0.0329	[(0,0), -1.0000]	0.9970

Criterio de parada cumplido: Número máximo de iteraciones cumplido.

Tabla B.1. Función *a*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación E[f(x1,x2)]	Incumbente [(x1,x2), E[f(x1,x2)]]	R ² del metamodelo
	x1	x2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0,0), -1.0000]	--
1	0.42	-0.21	-0.3902	[(0,0), -1.0000]	0.9731
2	-1.00	-1.00	0.8933	[(0,0), -1.0000]	0.9738
3	0.15	0.65	-0.6700	[(0,0), -1.0000]	0.9770
4	0.31	1.00	-0.6916	[(0,0), -1.0000]	0.9404
5	1.00	1.00	-0.5600	[(0,0), -1.0000]	0.9874
6	0.04	0.53	-0.6332	[(0,0), -1.0000]	0.9657
7	1.00	0.57	-0.2220	[(0,0), -1.0000]	0.9994
8	0.03	0.30	-0.6026	[(0,0), -1.0000]	0.9788
9	1.00	0.79	-0.4266	[(0,0), -1.0000]	0.9980
10	0.01	-1.00	0.9522	[(0,0), -1.0000]	0.9996
11	0.03	-1.00	0.8889	[(0,0), -1.0000]	1.0000

Criterio de parada cumplido: R² = 1

Tabla B.2. Función *b*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación E[f(x1,x2)]	Incumbente [(x1,x2), E[f(x1,x2)]]	R ² del metamodelo
	x1	x2			
DOE	0.50	0.50	-1.0000	[(0.5,0.5), -1.0000]	--
1	0.62	1.00	0.5399	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9604
2	-1.00	-1.00	0.4868	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9625
3	-1.00	1.00	-0.8420	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9637
4	0.48	0.20	-0.2472	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9897
5	0.25	0.75	0.0513	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.8974
6	1.00	0.78	0.2340	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.8945
7	1.00	0.40	1.2982	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9234
8	-0.45	1.00	-0.8399	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.7954
9	0.51	-1.00	0.2974	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9093
10	-1.00	0.59	-0.8418	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9719
11	1.00	-1.00	0.2922	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9089
12	1.00	1.00	0.4066	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9105
13	1.00	-0.65	0.2950	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9890
14	0.08	-0.64	0.4384	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9405
15	-0.73	0.13	-0.8050	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9414
16	-0.68	-1.00	1.1594	[(0.5,0.5), -1.0000]	0.9459

Criterio de parada cumplido: Número máximo de iteraciones cumplido.

Tabla B.3. Función *c*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-0.50	0.50	-1.0000	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	--
1	1.00	-1.00	0.5869	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9983
2	1.00	1.00	0.3358	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9984
3	-1.00	1.00	1.8599	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9984
4	0.33	-1.00	-0.6631	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9947
5	1.00	0.20	-0.7653	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9738
6	1.00	-0.28	2.0663	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9984
7	1.00	0.56	-0.4907	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9200
8	0.00	-1.00	-0.6509	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9130

Criterio de parada cumplido: El punto (0.00,-1.00) ya había sido simulado.

Tabla B.4. Función *d*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-0.50	0.50	-1.0000	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	--
1	0.60	0.61	-0.5283	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9875
2	-1.00	-1.00	0.9500	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9894
3	-1.00	1.00	0.9430	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9904
4	0.48	0.22	-0.1326	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9997
5	1.00	-1.00	0.6430	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9334
6	-0.58	-1.00	1.0517	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	0.9988
7	0.40	1.00	0.5612	$[(-0.5, 0.5), -1.0000]$	1.0000

Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$

Tabla B.5. Función *e*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo			Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, x_3)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, x_3), E[f(x_1, x_2, x_3)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2	x_3			
1	1.00	1.00	-1.00	-0.6629	[(0.5, -0.5, -0.5), -1.0000]	0.9994
2	1.00	-1.00	1.00	-0.6769	[(0.5, -0.5, -0.5), -1.0000]	0.9994
3	-1.00	-1.00	-1.00	-0.7073	[(0.5, -0.5, -0.5), -1.0000]	0.9995
4	-0.40	-1.00	-0.81	-0.7180	[(0.5, -0.5, -0.5), -1.0000]	0.9995
5	-1.00	0.13	1.00	0.5929	[(0.5, -0.5, -0.5), -1.0000]	0.9995
6	0.94	0.23	-1.00	-1.2915	[(0.94, 0.23, -1.00), -1.2915]	0.9996
7	1.00	1.00	-0.10	0.6123	[(0.94, 0.23, -1.00), -1.2915]	0.9997
8	1.00	0.23	-1.00	-1.3011	[(1.00, 0.23, -1.00), -1.3011]	0.9999
9	1.00	0.24	-1.00	-1.3012	[(1.00, 0.24, -1.00), -1.3012]	0.9999
10	1.00	0.22	-0.89	-1.2964	[(1.00, 0.24, -1.00), -1.3012]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$						

Tabla B.6. Función f) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo			Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, x_3)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, x_3), E[f(x_1, x_2, x_3)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2	x_3			
DOE	-0.50	0.50	0.50	-1.0000	[(-0.50, 0.50, 0.50), -1.0000]	--
1	-1.00	1.00	0.84	-1.1945	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9893
2	-1.00	0.57	0.77	-1.1729	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9918
3	-1.00	-1.00	-1.00	0.6469	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9932
4	1.00	1.00	-1.00	0.2813	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9938
5	1.00	-1.00	1.00	-0.0517	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9940
6	-1.00	0.02	-1.00	0.1546	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9940
7	-0.09	1.00	1.00	-0.6417	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9940
8	-1.00	0.87	0.46	-1.1859	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9977
9	-1.00	0.67	0.57	-1.1937	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9953
10	-1.00	-1.00	0.06	-0.4334	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9981
11	1.00	1.00	0.54	-0.4632	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9981
12	-0.76	1.00	0.63	-1.1670	[(-1.00, 1.00, 0.84), -1.1945]	0.9981
Criterio de parada cumplido: Número máximo de iteraciones cumplido.						

Tabla B.7. Función g) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00),-1.0000]	--
1	-0.19	0.62	-0.8845	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.5361
2	-0.20	0.63	-0.8870	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.5894
3	-0.21	0.63	-0.8887	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.6250
4	-0.22	0.64	-0.8899	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.6504
5	-0.22	0.65	-0.8909	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.6694
6	-0.23	0.65	-0.8917	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.6841
7	-0.23	0.66	-0.8926	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.6959
8	-0.23	0.66	-0.8926	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.7056

Criterio de parada cumplido: El punto (-0.23,0.66) ya había sido simulado.

Tabla B.8. Función *a*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00),-1.0000]	--
1	0.21	0.22	-0.6086	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.7335
2	0.22	0.24	-0.6091	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.7413
3	0.22	0.24	-0.6091	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.7496

Criterio de parada cumplido: El punto (0.22,0.24) ya había sido simulado.

Tabla B.9. Función *b*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1,x_2)]$	Incumbente $[(x_1,x_2), E[f(x_1,x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.50	0.50	-1.0000	$[(0.50,0.50),-1.0000]$	--
1	0.79	1.00	-0.3467	$[(0.50,0.50),-1.0000]$	0.8868
2	0.28	0.53	-0.0861	$[(0.50,0.50),-1.0000]$	0.8479
3	0.32	0.62	0.1192	$[(0.50,0.50),-1.0000]$	0.7385
4	0.35	0.67	0.2169	$[(0.50,0.50),-1.0000]$	0.6202
5	0.35	0.67	0.2169	$[(0.50,0.50),-1.0000]$	0.5185
Criterio de parada cumplido: El punto (0.35,0.67) ya había sido simulado.					

Tabla B.10. Función *c*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1,x_2)]$	Incumbente $[(x_1,x_2), E[f(x_1,x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00,0.00),-1.0000]$	--
1	1.00	-1.00	0.5869	$[(-0.50, 0.50), -1.0000]$	0.7100
2	0.30	-0.20	0.4122	$[(-0.50, 0.50), -1.0000]$	0.3167
3	0.39	-0.25	0.5542	$[(-0.50, 0.50), -1.0000]$	0.1904
4	0.50	-0.32	0.8209	$[(-0.50, 0.50), -1.0000]$	0.1130
5	0.60	-0.41	-1.4596	$[(0.60, -0.41), -1.4596]$	0.0534
6	0.67	-0.45	1.0823	$[(0.60, -0.41), -1.4596]$	0.1118
7	0.45	-0.31	0.7049	$[(0.60, -0.41), -1.4596]$	0.0545
15	0.41	-0.30	0.6075	$[(0.60, -0.41), -1.4596]$	0.0112
16	0.84	-0.83	0.5708	$[(0.60, -0.41), -1.4596]$	0.0085
Criterio de parada cumplido: Número máximo de iteraciones cumplido.					

Tabla B.11. Función *d*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1,x_2)]$	Incumbente $[(x_1,x_2), E[f(x_1,x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.50	0.50	-1.0000	(0.50, 0.50)= -1.0001	--
1	1.00	1.00	-0.3147	(0.50, 0.50)= -1.0000	0.8956
2	0.38	0.41	-0.6056	(0.50, 0.50)= -1.0000	0.8915
3	0.38	0.42	-0.6043	(0.50, 0.50)= -1.0000	0.9069
4	0.38	0.42	-0.6043	(0.50, 0.50)= -1.0000	0.9167
Criterio de parada cumplido: El punto (0.38,0.42) ya había sido simulado.					

Tabla B.12. Función e RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo			Evaluación en la Simulación $E[f(x_1,x_2,x_3)]$	Incumbente $[(x_1,x_2,x_3), E[f(x_1,x_2,x_3)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2	x_3			
DOE	0.50	-0.50	-0.50	-1.0000	[(0.5, -0.5, -0.5), -1.0000]	--
1	1.00	-1.00	-1.00	-1.0724	[(1.00, -1.00, -1.00), -1.0724]	0.9202
2	1.00	-0.50	-1.00	-1.2169	[(1.00, -0.50, -1.00), -1.2169]	0.9271
3	1.00	-0.46	-1.00	-1.2241	[(1.00, -0.46, -1.00), -1.2241]	0.9366
4	1.00	-0.45	-1.00	-1.2275	[(1.00, -0.45, -1.00), -1.2275]	0.9432
5	1.00	-0.43	-1.00	-1.2312	[(1.00, -0.43, -1), -1.2312]	0.9481
6	1.00	-0.43	-1.00	-1.2312	[(1.00, -0.43, -1), -1.2312]	0.9519
Criterio de parada cumplido: El punto (1.00,-0.43,-1.00) ya había sido simulado.						

Tabla B.13. Función f RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo			Evaluación en la Simulación $E[f(x_1,x_2,x_3)]$	Incumbente $[(x_1,x_2,x_3), E[f(x_1,x_2,x_3)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2	x_3			
DOE	-0.50	0.50	0.50	-1.0000	[(-0.5, 0.5, 0.5), -1.0000]	--
1	-1.00	1.00	1.00	-1.1588	[(-1.00, 1.00, 1.00), -1.1588]	0.8840
2	-1.00	1.00	1.00	-1.1588	[(-1.00, 1.00, 1.00), -1.1588]	0.9066
Criterio de parada cumplido: El punto (-1.00,1.00,1.00) ya había sido simulado.						

Tabla B.14. Función g RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	--
1	1.00	1.00	0.6717	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.3994
2	-1.00	1.00	-0.9101	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.6437
3	-1.00	1.00	-0.9101	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.6885
Criterio de parada cumplido: el punto (-1.00, 1.00) ya había sido simulado.					

Tabla B.15. Función *a*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	--
1	-1.00	1.00	2.0038	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.6329
2	0.96	1.00	-0.5819	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.7800
3	0.99	1.00	-0.5767	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.8089
4	1.00	1.00	-0.5658	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9083
5	0.00	1.00	-0.6800	$[(0.00, 0.00), -1.0000]$	0.9117
Criterio de parada cumplido: el punto (0.00, 1.00) ya había sido simulado.					

Tabla B.16. Función *b*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.50	0.50	-1.0000	$[(0.5, 0.5), -1.0000]$	--
1	1.00	1.00	-0.9926	$[(0.5, 0.5), -1.0000]$	0.6448
2	1.00	1.00	-0.9926	$[(0.5, 0.5), -1.0000]$	0.8368
Criterio de parada cumplido: el punto (1.00, 1.00) ya había sido simulado.					

Tabla B.17. Función *c*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-0.50	0.50	-1.0000	$[(-0.50, 0.50), -1.0000]$	--
1	1.00	-1.00	0.3044	$[(-0.50, 0.50), -1.0000]$	0.7007
2	1.00	0.00	-0.8793	$[(-0.50, 0.50), -1.0000]$	0.4041
Criterio de parada cumplido: el punto (1.00,0.00) ya había sido simulado.					

Tabla B.18. Función *d*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.50	0.50	-1.0000	$[(0.50, 0.50), -1.0000]$	--
1	1.00	1.00	-0.9611	$[(0.50, 0.50), -1.0000]$	0.5235
2	1.00	1.00	-0.9611	$[(0.50, 0.50), -1.0000]$	0.8098
Criterio de parada cumplido: el punto (1.00,1.00) ya había sido simulado.					

Tabla B.19. Función *e*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo			Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, x_3)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, x_3), E[f(x_1, x_2, x_3)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2	x_3			
DOE	0.50	-0.50	-0.50	-1.0000	$[(0.50, -0.50, -0.50), -1.0000]$	--
1	1.00	-0.60	-0.94	-1.2148	$[(0.50, -0.50, -0.50), -1.0000]$	0.9799
2	1.00	-1.00	-1.00	-1.0724	$[(0.50, -0.50, -0.50), -1.0000]$	0.9754
3	1.00	-1.00	-1.00	-1.0724	$[(0.50, -0.50, -0.50), -1.0000]$	0.9767
Criterio de parada cumplido: el punto (1.00,-1.00,-1.00) ya había sido simulado.						

Tabla B.20. Función *f*) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo			Evaluación en la Simulación E[f(x ₁ ,x ₂ ,x ₃)]	Incumbente [(x ₁ ,x ₂ ,x ₃), E[f(x ₁ ,x ₂ ,x ₃)]	R ² del metamodelo
	x ₁	x ₂	x ₃			
DOE	-0.50	0.50	0.50	-1.0000	[(0.50,-0.50,-0.50), -1.0000]	--
1	-1.00	1.00	0.63	-1.2047	[(-1.00,1.00,0.63), -1.2047]	0.9808
2	-1.00	1.00	0.17	-1.0424	[(-1.00,1.00,0.63), -1.2047]	0.9813
3	-1.00	1.00	1.00	-1.1588	[(-1.00,1.00,0.63), -1.2047]	0.9869
4	-1.00	1.00	0.65	-1.2051	[(-1.00,1.00,0.63), -1.2047]	0.9906
5	-1.00	1.00	0.65	-1.2051	[(-1.00,1.00,0.65), -1.2051]	0.9923

Criterio de parada cumplido: el punto (-1.00,1.00,0.65) ya había sido simulado.

Tabla B.21. Función *g*) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación E[f(x ₁ ,x ₂)]	Incumbente [(x ₁ ,x ₂), E[f(x ₁ ,x ₂)]	R ² del metamodelo
	x ₁	x ₂			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00), -1.0000]	--
1	1.00	1.00	0.6717	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.3998
2	-1.00	1.00	-0.9101	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.8574
3	-0.05	0.12	-0.8807	[(0.00,0.00), -1.0000]	0.9985
4	-0.50	-1.00	-0.0064	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.9992
5	-0.04	-0.06	-1.0551	[(-0.04,-0.06),-1.0551]	0.9997
6	-0.04	-0.04	-1.0509	[(-0.04,-0.06),-1.0551]	0.9997
7	-0.02	-0.06	-1.0569	[(-0.02,-0.06),-1.0569]	1.0000

Criterio de parada cumplido: R² =1.

Tabla B.22. Función *a*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.00	0.00	-1.0000	[(0.00,0.00),-1.0000]	--
1	1.00	1.00	-0.5600	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.6329
2	-0.43	1.00	-0.3439	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.9328
3	1.00	-0.04	0.2039	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.9933
4	0.03	-1.00	0.8985	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.9264
5	0.50	1.00	-0.6848	[(0.00,0.00),-1.0000]	0.9996
6	0.78	-1.00	-1.4257	[(0.78,-1.00), -1.4257]	1.0000

Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.

Tabla B.23. Función *b*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.50	0.50	-1.0000	[(0.5,0.5),-1.0000]	--
1	0.47	1.00	-0.8449	[(0.5,0.5),-1.0000]	0.9998
2	0.32	0.03	-0.8718	[(0.5,0.5),-1.0000]	0.9998
3	1.00	0.80	-1.1612	[(1,0.80),-1.1612]	1.0000

Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.

Tabla B.24. Función *c*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	-0.50	0.50	-1.0000	[(-0.5,0.5),-1.0000]	--
1	1.00	1.00	0.3358	[(-0.5,0.5),-1.0000]	0.3199
2	1.00	0.03	-0.8609	[(-0.5,0.5),-1.0000]	0.9461
3	1.00	0.00	-0.8793	[(-0.5,0.5),-1.0000]	1.0000

Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$. El punto (1.00,0.00) ya había sido simulado.

Tabla B.25. Función *d*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo		Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2)]$	Incumbente $[(x_1, x_2), E[f(x_1, x_2)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2			
DOE	0.50	0.50	-1.0000	[(0.5,0.5),-1.0000]	--
1	1.00	1.00	-0.9611	[(0.5,0.5),-1.0000]	0.4629
2	0.70	0.72	-0.9993	[(0.5,0.5),-1.0000]	0.9984
3	0.57	0.05	0.6746	[(0.5,0.5),-1.0000]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.					

Tabla B.26. Función *e*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo			Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, x_3)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, x_3), E[f(x_1, x_2, x_3)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2	x_3			
DOE	0.5	-0.5	-0.5	-1.0000	[(0.5,-0.5,-0.5),-1.0000]	--
1	1.00	0.05	-1.00	-1.2903	[(1,0.05,-1),-1.2903]	0.9988
2	1.00	0.11	-0.67	-1.1808	[(1,0.05,-1),-1.2903]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.						

Tabla B.27. Función *f*) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$.

Iteración	Mejor solución del metamodelo			Evaluación en la Simulación $E[f(x_1, x_2, x_3)]$	Incumbente $[(x_1, x_2, x_3), E[f(x_1, x_2, x_3)]]$	R^2 del metamodelo
	x_1	x_2	x_3			
DOE	-0.50	0.50	0.50	-1.0000	[(0.5,-0.5,-0.5),-1.0000]	--
1	-1.00	1.00	0.50	-1.1932	[(-1,1,0.50),-1.1932]	0.9958
2	-1.00	1.00	0.62	-1.2043	[(-1,1,0.62),-1.2043]	0.9999
3	-1.00	1.00	0.73	-1.2038	[(-1,1,0.62),-1.2043]	1.0000
Criterio de parada cumplido: $R^2 = 1$.						

Tabla B.28. Función *g*) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$.

Apéndice C

A manera de ilustración de la funcionalidad del método, se presenta a continuación el caso de la función *Goldstein-Price* en dos dimensiones. Esto, utilizando a las RNAs (2, 2, 1) como metamodelos. Siguiendo el método para resolver problemas de optimización de simulaciones, se realiza lo siguiente:

INICIALIZACIÓN:

Paso 1.

Se inicia con un diseño experimental, en este caso un Diseño Compósito Central ($\alpha=0.5$) (Figura C.1) y calcular $E[f(\mathbf{x}^i)]$ ($i=1, \dots, 9$) evaluando el modelo de simulación en los nueve puntos experimentales y reportando el valor de la evaluación en el modelo de simulación (Tabla C.1).

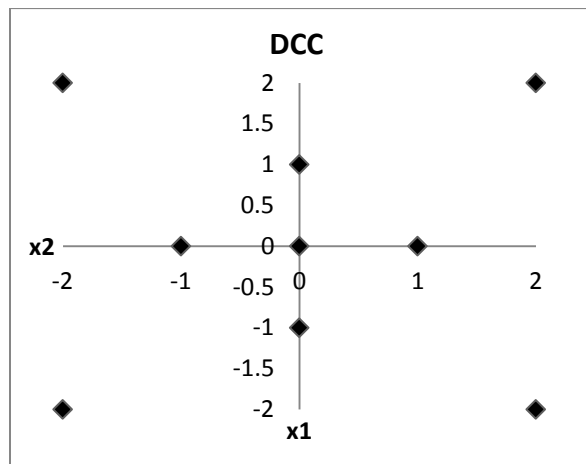


Figura C.1: Diseño de Experimentos Compósito Central (\mathbf{x}^i , $i=1,2,\dots,9$)

x^1	x_1	x_2	$E[f(x_1, x_2)]$
x^1	-2.00	-2.00	24,376.00
x^2	-2.00	2.00	956,600.00
x^3	-1.00	0.00	278.00
x^4	0.00	-1.00	3.00
x^5	0.00	0.00	600.00
x^6	0.00	1.00	28,611.00
x^7	1.00	0.00	726.00
x^8	2.00	-2.00	316,600.00
x^9	2.00	2.00	76,728.00

Tabla C.1: $E[f(x^i)]$, $i=1, \dots, 9$

Paso 2.

Definir la *solución incumbente*. Esta solución es aquella con el mínimo valor objetivo. En este caso la combinación **(0.00,-1.00)** presenta el mínimo valor objetivo **(3.00)**, por lo tanto se considera como la solución incumbente. Adicionalmente se inicializa el contador de iteraciones $k:=0$.

PRIMERA ITERACIÓN

Paso 3.

En este paso se actualiza el contador de iteraciones $k = k+1 = 1$

Paso 4.

Ahora con los puntos del diseño de experimentos se obtiene un metamodelo ($\hat{f}(\cdot)_1$). Con base a la explicación del Capítulo 3 se construye un modelo de RNA con dos neuronas tanto en la capa de entrada como en la capa oculta y una neurona de salida, en éste caso metamodelos de RNAs (2, 2, 1). Los datos previamente a la construcción del metamodelo, fueron escalados en un rango de [-1,1]. Así mismo se calcula el valor del coeficiente de determinación (R^2) del metamodelo. A continuación se muestra la ecuación en forma matricial del metamodelo obtenido, el valor de R^2 y la gráfica del mismo (Figura. C.2, generada en el paquete estadístico Minitab).

$$\hat{f}(x_1, x_2)_1 = f_2 \left(\begin{pmatrix} 21.68 \\ 19.70 \end{pmatrix}^T f_1 \left(\begin{pmatrix} 2.92 & -1.01 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -58.97 \\ -3.98 \end{pmatrix} \right) + (40.39) \right)$$

$$R^2 = 0.9944$$

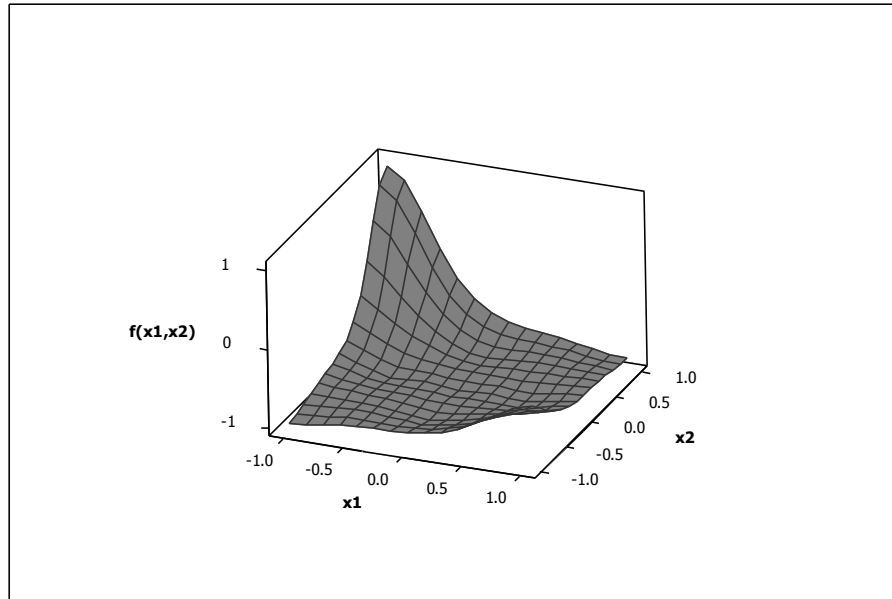


Figura C.2: Primer metamodelo

Paso 5.

Después de obtener el metamodelo, se construye un modelo de *optimización*, donde el metamodelo representa la función objetivo a ser minimizada, sujeta a las limitaciones de los rangos de x_1 y x_2 . El objetivo de la optimización es encontrar una solución atractiva. La optimización se realiza haciendo uso del optimizador local Excel *Solver*, combinado con la técnica de múltiples comienzos. La mejor solución encontrada es $\hat{f}(0.89, -1.00)$ correspondiente a la combinación **(1.78,-2.00)**.

Paso 6.

Evaluar el punto obtenido por el metamodelo (1.78,-2.00) en el modelo de simulación y calcular $E[f(1.78,-2.00)]$. El resultado es $\mathbf{E}[f(1.78,-2.00)] = 187,245.91$.

Paso 7.

Aquí se evalúa si el punto encontrado por el metamodelo es mejor que el punto incumbente, esto es:

$$E[f(1.78,-2.00)] < E[f(0.00,-1.00)]$$

$$187,245.91 < 3.00 \text{ (NO)}$$

Paso 8.

Dado que la afirmación en el paso 7 resultó falsa, la solución incumbente no se actualiza, quedando:

$$[x_{1\text{-mejor}}, E[f(x_{1\text{-mejor}})]] := [(0.00,-1.00), 3.00]$$

Paso 9.

En este paso se evalúan los criterios de parada del método (Tabla C.2), esto con el fin de determinar si parar o continuar con una nueva iteración. Se tienen dos parámetros, un valor de ϵ fijado en 1 para el R^2 del metamodelo, y el número de evaluaciones de simulación fijado en 25, ya que es el número de evaluaciones resultantes en un diseño de experimentos factorial completo de dos variables a cinco niveles.

Criterio de terminación	Valor	¿Parar?
El punto (1.78,-2.00) ya había sido simulado.	(1.78,-2.00) no había sido simulado	NO
El valor de $R^2 \geq \epsilon$, ($\epsilon = 1$)	0.9944	NO
El número máximo de simulaciones se ha alcanzado (25 simulaciones).	10	NO

Tabla C.2: Evaluación de criterios de terminación.

Dado que ninguno de los criterios de terminación se cumple, entonces el punto obtenido mediante el modelo de optimización ((1.78,-2.00)) junto con los puntos del diseño de experimentos se utilizan para construir otro metamodelo en una nueva iteración.

SEGUNDA ITERACIÓN

Paso 3.

Actualizar el contador de iteraciones (k=2)

Paso 4.

Con todos los puntos disponibles (los del DOE inicial más el punto encontrado en la primera iteración), se construye un nuevo metamodelo de RNAs (2, 2, 1) ($\hat{f}(\cdot)_2$) y se reporta el valor de R^2 , resultando en:

$$\hat{f}(x_1, x_2)_2 = f_2 \left(\begin{pmatrix} 5.98 \\ -15.20 \end{pmatrix}^T f_1 \left((-3.08 \quad -0.44)^T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8.48 \\ 1.67 \end{pmatrix} \right) + (7.80) \right)$$

$$R^2 = 0.9567$$

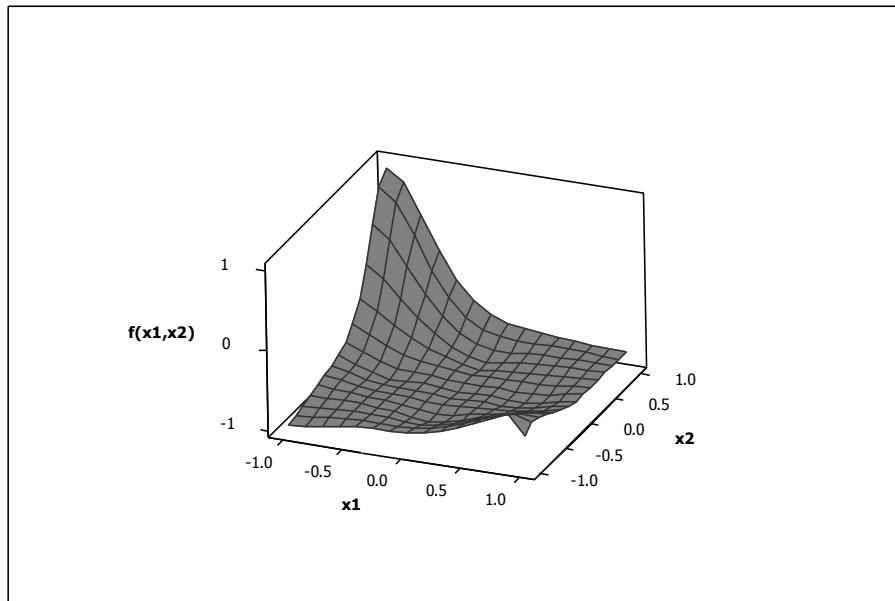


Figura C.3: Segundo metamodelo

Paso 5.

Nuevamente, se optimiza el metamodelo construido en esta iteración. La mejor solución es $\hat{f}(1.00, -1.00)$, correspondiente a la combinación **(2.00,-2.00)**.

Paso 6.

Se evalúa el punto encontrado en el paso anterior (2.00, -2.00) en el modelo de simulación. La solución es $E[f(2.00,-2.00)] = 316,600.00$

Paso 7.

Aquí se evalúa si la nueva solución es mejor que la incumbente:

$$E[f(2.00,-2.00)] < E[f(0.00,-1.00)]$$

$$316,600.00 < 3.00 \text{ (NO)}$$

Paso 8.

Se actualiza la solución incumbente. La nueva solución no es mejor que la incumbente, por lo tanto ésta no cambia:

$$[\mathbf{x}_{2\text{-mejor}}, \mathbf{E}[f(\mathbf{x}_{2\text{-mejor}})]] := [(0.00, -1.00), 3.00]$$

Paso 9.

Se evalúan los criterios de terminación, ver la Tabla C.3.

Criterio de terminación	Valor	¿Parar?
El punto (2.00,-2.00) ya había sido simulado.	(2.00, -2.00) ya había sido simulado	SI
El valor de $R^2 \geq \epsilon$, ($\epsilon = 1$)	0.9567	NO
El número máximo de simulaciones se ha alcanzado (25 simulaciones).	11	NO

Tabla C.3: Evaluación de criterios de terminación

Dado que uno de los criterios de parada se cumple, el método para y se reporta la mejor solución. En este caso particular la mejor solución encontrada por el método en coordinación de RNAs (2, 2, 1) es **(0.00,-1.00)**, con un valor objetivo de **3.00**. Para esta función de prueba, el método encuentra la solución óptima conocida **((0.00,-1.00), 3.00)** en 11 ejecuciones del modelo de simulación.

Apéndice D

Este apartado contiene las aproximaciones puntuales de las observaciones de las cuatro series de tiempo bajo estudio. Estas aproximaciones se obtuvieron mediante la aplicación del método para encontrar la configuración de RNA de menor MSE de validación.

Desde la Tabla D.1 hasta la Tabla D.4, la primera columna contiene el número de período; la segunda contiene el período, la tercera contiene el valor de la observación real registrada en el período correspondiente; la última columna contiene el valor de la aproximación realizada por el modelo de RNA definitivo encontrado por el método de optimización.

Para la serie A, las observaciones del período 1 al 21 fueron utilizadas para el entrenamiento-validación de la RNA y los períodos 22 y 23 fueron utilizados como puntos prueba. En la serie B, las observaciones del período 1 al 147 fueron utilizadas para el entrenamiento-validación de la RNA y del período 148 al 198 fueron utilizados como puntos prueba. Para la serie C, las observaciones del período 1 al 209 fueron utilizadas para el entrenamiento-validación de la RNA y del período 210 al 259 fueron utilizados como puntos prueba. Finalmente para la serie D, las observaciones del período 1 al 209 fueron utilizadas para el entrenamiento-validación de la RNA y del período 210 al 309 fueron utilizados como puntos prueba. Recordando que los puntos prueba no tuvieron intervención alguna en el análisis de las series, las aproximaciones estrechas indican una buena calidad de predicción de la configuración encontrada por el método en cada serie.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 5 neuronas ocultas)
1	1980	7,224.00	
2	1981	9,160.00	
3	1982	10,590.00	
4	1983	11,264.40	
5	1984	11,220.60	
6	1985	12,402.10	
7	1986	13,768.10	
8	1987	14,903.00	
9	1988	15,717.20	
10	1989	16,242.20	
11	1990	17,903.90	
12	1991	18,592.20	
13	1992	19,195.70	18,987.00
14	1993	21,596.50	21,570.75
15	1994	23,040.60	23,169.64
16	1995	22,918.20	22,783.64
17	1996	21,526.70	21,203.93
18	1997	19,319.50	19,372.39
19	1998	18,081.00	18,062.52
20	1999	16,128.20	16,124.15
21	2000	14,797.90	14,573.76
22	2001	13,862.50	13,856.09
23	2002	13,359.10	13,499.97
24			13,330.65

Tabla D.1: Pronóstico de la serie A del período 1 al 24.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 2 neuronas ocultas)
1	1995/01	30,859.20	
2	1995/02	56,845.60	
3	1995/03	89,221.10	
4	1995/04	120,795.40	
5	1995/05	156,286.60	
6	1995/06	191,184.80	
7	1995/07	226,180.80	
8	1995/08	261,338.70	
9	1995/09	293,176.40	
10	1995/10	329,093.90	
11	1995/11	363,651.40	
12	1995/12	418,882.60	
13	1996/01	43,792.10	88,437.00
14	1996/02	80,567.90	123,327.01
15	1996/03	123,493.50	157,059.37
16	1996/04	170,036.20	192,563.00
17	1996/05	218,835.90	229,865.53
18	1996/06	260,066.70	271,246.50
19	1996/07	307,927.50	303,635.45
20	1996/08	356,635.90	347,354.06
21	1996/09	401,908.00	369,902.99
22	1996/10	454,049.10	403,654.20
23	1996/11	506,786.00	446,823.94
24	1996/12	580,722.00	504,047.57
25	1997/01	64,350.90	88,550.50
26	1997/02	116,823.60	137,436.96
27	1997/03	172,464.80	182,265.24
28	1997/04	231,068.40	235,034.66
29	1997/05	287,562.60	287,218.33
30	1997/06	348,382.90	337,951.83
31	1997/07	407,567.30	383,153.72
32	1997/08	463,294.60	445,249.78
33	1997/09	515,266.00	479,035.70
34	1997/10	577,586.50	530,591.35
35	1997/11	637,735.80	598,149.31
36	1997/12	731,991.20	677,642.74
37	1998/01	69,013.40	95,989.85
38	1998/02	125,524.40	165,105.41
39	1998/03	187,841.20	224,621.46
40	1998/04	253,625.70	292,482.05

Tabla D.2: Pronóstico de la serie B del período 1 al 40.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 2 neuronas ocultas)
41	1998/05	311,857.50	354,407.37
42	1998/06	372,910.30	430,688.89
43	1998/07	439,741.80	488,667.10
44	1998/08	503,522.70	563,462.20
45	1998/09	568,228.00	602,187.01
46	1998/10	637,470.90	665,256.29
47	1998/11	701,608.20	745,859.64
48	1998/12	783,046.00	850,257.83
49	1999/01	78,068.20	95,560.66
50	1999/02	142,096.80	169,579.06
51	1999/03	226,543.40	236,493.36
52	1999/04	313,286.50	312,243.76
53	1999/05	385,977.30	375,952.79
54	1999/06	460,620.20	452,350.16
55	1999/07	534,914.30	517,877.31
56	1999/08	616,091.50	601,548.13
57	1999/09	692,476.60	652,638.47
58	1999/10	775,110.70	722,836.80
59	1999/11	857,570.40	808,241.12
60	1999/12	956,495.10	896,273.38
61	2000/01	106,082.50	90,176.98
62	2000/02	191,027.40	175,005.59
63	2000/03	295,683.70	265,438.67
64	2000/04	392,901.60	365,625.38
65	2000/05	481,557.50	446,450.96
66	2000/06	572,899.90	540,787.66
67	2000/07	682,959.30	613,688.80
68	2000/08	781,854.70	720,372.27
69	2000/09	875,725.00	780,391.41
70	2000/10	989,527.00	864,585.33
71	2000/11	1,089,335.50	974,112.27
72	2000/12	1,187,704.10	1,080,752.52
73	2001/01	127,370.20	99,122.55
74	2001/02	218,162.90	209,923.92
75	2001/03	319,542.00	324,177.65
76	2001/04	431,363.80	440,302.53
77	2001/05	525,956.80	541,206.58
78	2001/06	631,297.70	660,464.37
79	2001/07	738,196.20	775,460.18
80	2001/08	854,788.60	909,380.79

Continuación **Tabla D.2:** Pronóstico de la serie B del período 41 al 80.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 2 neuronas ocultas)
81	2001/09	961,774.60	985,202.57
82	2001/10	1,075,010.50	1,106,628.63
83	2001/11	1,171,869.60	1,241,391.05
84	2001/12	1,271,376.60	1,346,783.92
85	2002/01	123,414.90	115,478.95
86	2002/02	213,922.90	233,249.45
87	2002/03	313,979.10	344,306.68
88	2002/04	435,961.10	478,719.32
89	2002/05	545,811.10	588,178.39
90	2002/06	670,844.80	725,642.62
91	2002/07	786,323.10	836,029.75
92	2002/08	897,266.50	992,980.09
93	2002/09	1,017,512.90	1,082,367.12
94	2002/10	1,131,554.20	1,201,873.81
95	2002/11	1,241,984.30	1,333,930.86
96	2002/12	1,387,235.50	1,439,104.67
97	2003/01	146,355.30	110,091.82
98	2003/02	269,194.60	224,655.27
99	2003/03	404,343.70	331,507.28
100	2003/04	549,439.30	475,297.47
101	2003/05	674,511.00	600,595.47
102	2003/06	806,733.70	761,507.58
103	2003/07	936,888.90	878,904.26
104	2003/08	1,063,614.60	1,030,622.23
105	2003/09	1,193,864.20	1,131,389.54
106	2003/10	1,321,104.80	1,248,897.12
107	2003/11	1,454,914.40	1,397,652.87
108	2003/12	1,600,286.30	1,555,366.42
109	2004/01	167,567.00	176,885.18
110	2004/02	288,734.80	290,859.14
111	2004/03	443,341.70	418,787.59
112	2004/04	603,072.60	592,675.90
113	2004/05	731,298.90	738,842.21
114	2004/06	878,888.90	912,864.82
115	2004/07	1,017,821.80	1,047,292.02
116	2004/08	1,167,961.00	1,221,358.22
117	2004/09	1,308,436.00	1,328,167.36
118	2004/10	1,444,682.90	1,458,269.21
119	2004/11	1,588,603.10	1,633,930.42
120	2004/12	1,771,314.20	1,791,093.22

Continuación **Tabla D.2:** Pronóstico de la serie B del período 81 al 120.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 2 neuronas ocultas)
121	2005/01	165,530.40	223,121.49
122	2005/02	298,729.90	345,237.12
123	2005/03	464,634.50	461,338.99
124	2005/04	632,662.60	652,130.44
125	2005/05	782,997.80	802,465.81
126	2005/06	945,003.00	996,140.06
127	2005/07	1,101,151.60	1,137,659.33
128	2005/08	1,256,931.50	1,341,794.98
129	2005/09	1,419,654.30	1,456,411.46
130	2005/10	1,576,394.80	1,593,429.70
131	2005/11	1,745,388.30	1,779,385.59
132	2005/12	1,947,816.20	1,982,495.43
133	2006/01	194,762.40	218,961.26
134	2006/02	370,952.00	383,767.62
135	2006/03	564,203.40	504,518.68
136	2006/04	754,112.00	701,738.00
137	2006/05	937,276.40	878,946.26
138	2006/06	1,121,670.90	1,089,032.81
139	2006/07	1,320,323.20	1,247,513.70
140	2006/08	1,501,814.50	1,459,363.68
141	2006/09	1,674,858.50	1,613,291.47
142	2006/10	1,852,710.90	1,783,067.76
143	2006/11	2,036,219.30	2,000,616.74
144	2006/12	2,263,146.50	2,221,459.52
145	2007/01	234,916.60	222,388.19
146	2007/02	410,714.50	454,705.66
147	2007/03	611,629.50	665,228.54
148	2007/04	829,067.90	897,422.11
149	2007/05	1,004,239.00	1,114,896.90
150	2007/06	1,194,117.60	1,356,942.45
151	2007/07	1,393,898.20	1,559,335.57
152	2007/08	1,596,829.20	1,797,337.60
153	2007/09	1,774,577.70	1,938,667.81
154	2007/10	2,010,628.90	2,108,720.14
155	2007/11	2,207,504.20	2,321,235.15
156	2007/12	2,485,785.00	2,518,139.04
157	2008/01	234,992.30	247,815.64
158	2008/02	444,468.90	486,717.14
159	2008/03	676,180.40	713,179.91
160	2008/04	923,536.90	984,400.04

Continuación **Tabla D.2:** Pronóstico de la serie B del período 121 al 160.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 2 neuronas ocultas)
161	2008/05	1,129,513.20	1,191,830.23
162	2008/06	1,362,855.90	1,446,793.43
163	2008/07	1,580,740.40	1,647,946.55
164	2008/08	1,812,117.90	1,912,566.00
165	2008/09	2,073,951.90	2,037,911.70
166	2008/10	2,357,915.20	2,253,297.61
167	2008/11	2,590,672.60	2,466,684.61
168	2008/12	2,860,926.40	2,686,413.42
169	2009/01	220,180.85	215,049.86
170	2009/02	439,279.52	498,138.56
171	2009/03	649,643.36	764,752.96
172	2009/04	941,261.27	1,077,920.85
173	2009/05	1,120,795.87	1,325,533.94
174	2009/06	1,339,003.77	1,638,340.47
175	2009/07	1,546,264.81	1,853,241.13
176	2009/08	1,798,775.70	2,144,775.21
177	2009/09	2,011,363.60	2,335,018.31
178	2009/10	2,206,453.17	2,571,541.78
179	2009/11	2,423,514.52	2,788,950.18
180	2009/12	2,817,185.53	2,964,094.26
181	2010/01	270,420.99	207,500.39
182	2010/02	498,280.71	497,573.42
183	2010/03	735,850.98	737,643.69
184	2010/04	962,658.22	1,100,976.97
185	2010/05	1,177,131.04	1,316,451.39
186	2010/06	1,409,342.52	1,607,077.62
187	2010/07	1,626,962.82	1,808,704.90
188	2010/08	1,859,756.24	2,126,655.00
189	2010/09	2,097,623.36	2,272,574.68
190	2010/10	2,322,172.85	2,430,640.84
191	2010/11	2,598,639.65	2,651,539.46
192	2010/12	2,960,443.03	2,927,729.06
193	2011/01	275,606.33	246,089.83
194	2011/02	518,731.19	553,551.65
195	2011/03	773,757.03	828,159.16
196	2011/04	1,015,844.95	1,115,633.76
197	2011/05	1,262,018.16	1,373,557.34
198	2011/06	1,523,482.17	1,679,797.30
199			1,889,586.59

Continuación **Tabla D.2:** Pronóstico de la serie B del período 161 al 199.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (4 lags, 2 neuronas ocultas)
1	1990/01	2,517	
2	1990/02	2,514	
3	1990/03	2,505	
4	1990/04	2,505	
5	1990/05	2,479	2,540
6	1990/06	2,459	2,532
7	1990/07	2,479	2,519
8	1990/08	2,540	2,518
9	1990/09	2,620	2,537
10	1990/10	2,638	2,579
11	1990/11	2,659	2,618
12	1990/12	2,658	2,639
13	1991/01	2,661	2,655
14	1991/02	2,674	2,659
15	1991/03	2,669	2,667
16	1991/04	2,653	2,670
17	1991/05	2,696	2,663
18	1991/06	2,718	2,675
19	1991/07	2,689	2,697
20	1991/08	2,658	2,695
21	1991/09	2,676	2,679
22	1991/10	2,683	2,677
23	1991/11	2,657	2,679
24	1991/12	2,675	2,669
25	1992/01	2,650	2,669
26	1992/02	2,665	2,666
27	1992/03	2,681	2,660
28	1992/04	2,678	2,673
29	1992/05	2,659	2,675
30	1992/06	2,679	2,669
31	1992/07	2,682	2,672
32	1992/08	2,686	2,679
33	1992/09	2,687	2,680
34	1992/10	2,654	2,684
35	1992/11	2,638	2,673
36	1992/12	2,654	2,657
37	1993/01	2,604	2,655
38	1993/02	2,611	2,638
39	1993/03	2,635	2,623
40	1993/04	2,674	2,633

Tabla D.3: Pronóstico de la serie C del período 1 al 40.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (4 lags, 2 neuronas ocultas)
41	1993/05	2,673	2,649
42	1993/06	2,675	2,665
43	1993/07	2,649	2,670
44	1993/08	2,650	2,665
45	1993/09	2,700	2,657
46	1993/10	2,731	2,674
47	1993/11	2,730	2,702
48	1993/12	2,745	2,716
49	1994/01	2,724	2,728
50	1994/02	2,707	2,730
51	1994/03	2,687	2,716
52	1994/04	2,699	2,703
53	1994/05	2,688	2,697
54	1994/06	2,673	2,693
55	1994/07	2,672	2,682
56	1994/08	2,676	2,677
57	1994/09	2,667	2,676
58	1994/10	2,684	2,672
59	1994/11	2,673	2,675
60	1994/12	2,673	2,677
61	1995/01	2,680	2,673
62	1995/02	2,647	2,677
63	1995/03	2,670	2,666
64	1995/04	2,668	2,663
65	1995/05	2,681	2,670
66	1995/06	2,699	2,671
67	1995/07	2,706	2,685
68	1995/08	2,708	2,695
69	1995/09	2,739	2,701
70	1995/10	1,899	2,716
71	1995/11	2,556	2,474
72	1995/12	2,763	2,763
73	1996/01	2,796	2,642
74	1996/02	2,844	2,730
75	1996/03	2,869	2,787
76	1996/04	2,852	2,838
77	1996/05	2,874	2,847
78	1996/06	2,880	2,858
79	1996/07	2,872	2,872
80	1996/08	2,830	2,870

Continuación **Tabla D.3:** Pronóstico de la serie C del período 41 al 80.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (4 lags, 2 neuronas ocultas)
81	1996/09	2,862	2,853
82	1996/10	2,858	2,851
83	1996/11	2,859	2,858
84	1996/12	2,902	2,851
85	1997/01	2,939	2,875
86	1997/02	2,968	2,908
87	1997/03	2,969	2,938
88	1997/04	2,947	2,959
89	1997/05	2,989	2,957
90	1997/06	3,007	2,973
91	1997/07	3,033	2,994
92	1997/08	3,080	3,011
93	1997/09	3,105	3,048
94	1997/10	3,087	3,080
95	1997/11	3,085	3,089
96	1997/12	3,056	3,094
97	1998/01	3,085	3,087
98	1998/02	3,141	3,085
99	1998/03	3,158	3,113
100	1998/04	3,141	3,132
101	1998/05	3,149	3,140
102	1998/06	3,050	3,153
103	1998/07	3,122	3,121
104	1998/08	3,055	3,121
105	1998/09	2,906	3,105
106	1998/10	2,792	3,005
107	1998/11	3,147	2,940
108	1998/12	3,107	3,014
109	1999/01	3,144	3,087
110	1999/02	3,020	3,085
111	1999/03	3,053	3,102
112	1999/04	2,893	3,075
113	1999/05	2,926	3,016
114	1999/06	2,801	2,951
115	1999/07	2,920	2,901
116	1999/08	2,848	2,873
117	1999/09	2,861	2,884
118	1999/10	2,766	2,847
119	1999/11	2,852	2,829
120	1999/12	2,793	2,817

Continuación **Tabla D.3:** Pronóstico de la serie C del período 81 al 120.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (4 lags, 2 neuronas ocultas)
121	2000/01	3,032	2,821
122	2000/02	2,897	2,889
123	2000/03	2,998	2,944
124	2000/04	3,041	2,931
125	2000/05	3,040	3,021
126	2000/06	3,056	3,021
127	2000/07	2,876	3,045
128	2000/08	3,162	2,984
129	2000/09	3,173	3,052
130	2000/10	2,861	3,135
131	2000/11	2,965	3,006
132	2000/12	3,043	3,051
133	2001/01	3,087	3,048
134	2001/02	3,136	3,036
135	2001/03	3,151	3,089
136	2001/04	3,008	3,126
137	2001/05	3,031	3,087
138	2001/06	3,140	3,075
139	2001/07	3,185	3,112
140	2001/08	3,175	3,132
141	2001/09	3,177	3,152
142	2001/10	2,993	3,174
143	2001/11	3,168	3,117
144	2001/12	3,274	3,147
145	2002/01	3,253	3,200
146	2002/02	3,142	3,204
147	2002/03	3,125	3,194
148	2002/04	3,178	3,205
149	2002/05	3,136	3,196
150	2002/06	3,158	3,156
151	2002/07	3,145	3,153
152	2002/08	3,214	3,164
153	2002/09	3,162	3,177
154	2002/10	3,257	3,180
155	2002/11	3,080	3,203
156	2002/12	3,269	3,176
157	2003/01	3,330	3,202
158	2003/02	3,324	3,265
159	2003/03	3,317	3,255
160	2003/04	3,282	3,295

Continuación **Tabla D.3:** Pronóstico de la serie C del período 121 al 160.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (4 lags, 2 neuronas ocultas)
161	2003/05	3,320	3,304
162	2003/06	3,396	3,309
163	2003/07	3,400	3,326
164	2003/08	3,426	3,327
165	2003/09	3,417	3,351
166	2003/10	3,398	3,376
167	2003/11	3,380	3,376
168	2003/12	3,455	3,383
169	2004/01	3,417	3,394
170	2004/02	3,360	3,374
171	2004/03	3,368	3,363
172	2004/04	3,439	3,397
173	2004/05	3,394	3,386
174	2004/06	3,436	3,355
175	2004/07	3,363	3,375
176	2004/08	3,354	3,379
177	2004/09	3,431	3,366
178	2004/10	3,451	3,394
179	2004/11	3,364	3,367
180	2004/12	3,222	3,353
181	2005/01	3,351	3,351
182	2005/02	3,349	3,401
183	2005/03	3,252	3,325
184	2005/04	3,409	3,269
185	2005/05	3,441	3,351
186	2005/06	3,425	3,350
187	2005/07	3,082	3,338
188	2005/08	3,414	3,297
189	2005/09	3,367	3,471
190	2005/10	3,221	3,339
191	2005/11	3,311	3,241
192	2005/12	3,388	3,365
193	2006/01	3,372	3,334
194	2006/02	3,311	3,305
195	2006/03	3,350	3,317
196	2006/04	3,370	3,354
197	2006/05	3,329	3,343
198	2006/06	3,287	3,317
199	2006/07	3,232	3,319
200	2006/08	3,252	3,305

Continuación **Tabla D.3:** Pronóstico de la serie C del período 161 al 200.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (4 lags, 2 neuronas ocultas)
201	2006/09	3,258	3,284
202	2006/10	3,173	3,264
203	2006/11	3,163	3,221
204	2006/12	2,978	3,212
205	2007/01	3,143	3,133
206	2007/02	3,148	3,133
207	2007/03	3,182	3,144
208	2007/04	3,182	3,134
209	2007/05	3,110	3,175
210	2007/06	3,206	3,153
211	2007/07	3,166	3,183
212	2007/08	2,843	3,182
213	2007/09	3,137	3,035
214	2007/10	2,983	3,149
215	2007/11	2,888	3,070
216	2007/12	2,931	2,931
217	2008/01	2,928	2,989
218	2008/02	2,909	2,938
219	2008/03	2,839	2,914
220	2008/04	2,757	2,884
221	2008/05	2,791	2,825
222	2008/06	2,833	2,803
223	2008/07	2,778	2,810
224	2008/08	2,759	2,794
225	2008/09	2,722	2,771
226	2008/10	2,757	2,754
227	2008/11	2,711	2,743
228	2008/12	2,717	2,733
229	2009/01	2,685	2,715
230	2009/02	2,663	2,707
231	2009/03	2,652	2,681
232	2009/04	2,642	2,669
233	2009/05	2,609	2,656
234	2009/06	2,519	2,638
235	2009/07	2,561	2,596
236	2009/08	2,542	2,582
237	2009/09	2,599	2,577
238	2009/10	2,602	2,581
239	2009/11	2,553	2,604
240	2009/12	2,593	2,590

Continuación **Tabla D.3:** Pronóstico de la serie C del período 201 al 240.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (4 lags, 2 neuronas ocultas)
241	2010/01	2,615	2,594
242	2010/02	2,610	2,611
243	2010/03	2,595	2,614
244	2010/04	2,593	2,612
245	2010/05	2,593	2,609
246	2010/06	2,546	2,607
247	2010/07	2,573	2,590
248	2010/08	2,559	2,584
249	2010/09	2,570	2,586
250	2010/10	2,571	2,581
251	2010/11	2,512	2,587
252	2010/12	2,574	2,568
253	2011/01	2,584	2,571
254	2011/02	2,556	2,590
255	2011/03	2,573	2,581
256	2011/04	2,573	2,584
257	2011/05	2,556	2,589
258	2011/06	2,544	2,582
259	2011/07	2,533	2,575
260			2,567

Continuación **Tabla D.3:** Pronóstico de la serie C del período 241 al 260.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 5 neuronas ocultas)
1	2010.01.04	1.4412	
2	2010.01.05	1.4361	
3	2010.01.06	1.4400	
4	2010.01.07	1.4304	
5	2010.01.08	1.4409	
6	2010.01.11	1.4513	
7	2010.01.12	1.4493	
8	2010.01.13	1.4500	
9	2010.01.14	1.4498	
10	2010.01.15	1.4386	
11	2010.01.18	1.4387	
12	2010.01.19	1.4287	
13	2010.01.20	1.4107	1.4168
14	2010.01.21	1.4084	1.4063
15	2010.01.22	1.4136	1.4050
16	2010.01.25	1.4148	1.4091
17	2010.01.26	1.4077	1.4066
18	2010.01.27	1.4034	1.3976
19	2010.01.28	1.3961	1.3992
20	2010.01.29	1.3861	1.3927
21	2010.02.01	1.3931	1.3832
22	2010.02.02	1.3968	1.3888
23	2010.02.03	1.3890	1.3906
24	2010.02.04	1.3727	1.3855
25	2010.02.05	1.3678	1.3720
26	2010.02.08	1.3656	1.3716
27	2010.02.09	1.3794	1.3674
28	2010.02.10	1.3734	1.3754
29	2010.02.11	1.3689	1.3704
30	2010.02.12	1.3631	1.3675
31	2010.02.15	1.3597	1.3640
32	2010.02.16	1.3758	1.3610
33	2010.02.17	1.3599	1.3738
34	2010.02.18	1.3492	1.3563
35	2010.02.19	1.3612	1.3525
36	2010.02.22	1.3600	1.3601
37	2010.02.23	1.3514	1.3632
38	2010.02.24	1.3537	1.3496
39	2010.02.25	1.3539	1.3502
40	2010.02.26	1.3631	1.3591

Tabla D.4: Pronóstico de la serie D del período 1 al 40.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 5 neuronas ocultas)
41	2010.03.01	1.3568	1.3599
42	2010.03.02	1.3609	1.3544
43	2010.03.03	1.3694	1.3621
44	2010.03.04	1.3579	1.3669
45	2010.03.05	1.3620	1.3581
46	2010.03.08	1.3627	1.3624
47	2010.03.09	1.3601	1.3613
48	2010.03.10	1.3655	1.3639
49	2010.03.11	1.3676	1.3623
50	2010.03.12	1.3768	1.3682
51	2010.03.15	1.3674	1.3767
52	2010.03.16	1.3763	1.3636
53	2010.03.17	1.3735	1.3772
54	2010.03.18	1.3607	1.3717
55	2010.03.19	1.3529	1.3621
56	2010.03.22	1.3558	1.3548
57	2010.03.23	1.3491	1.3576
58	2010.03.24	1.3328	1.3535
59	2010.03.25	1.3271	1.3302
60	2010.03.26	1.3413	1.3315
61	2010.03.29	1.3475	1.3424
62	2010.03.30	1.3420	1.3454
63	2010.03.31	1.3506	1.3375
64	2010.04.01	1.3584	1.3484
65	2010.04.02	1.3503	1.3573
66	2010.04.05	1.3482	1.3487
67	2010.04.06	1.3393	1.3459
68	2010.04.07	1.3338	1.3421
69	2010.04.08	1.3357	1.3369
70	2010.04.09	1.3498	1.3352
71	2010.04.12	1.3586	1.3518
72	2010.04.13	1.3615	1.3576
73	2010.04.14	1.3651	1.3578
74	2010.04.15	1.3579	1.3643
75	2010.04.16	1.3502	1.3569
76	2010.04.19	1.3490	1.3513
77	2010.04.20	1.3441	1.3498
78	2010.04.21	1.3387	1.3479
79	2010.04.22	1.3286	1.3403
80	2010.04.23	1.3384	1.3296

Continuación **Tabla D.4:** Pronóstico de la serie D del período 41 al 80.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 5 neuronas ocultas)
81	2010.04.26	1.3392	1.3414
82	2010.04.27	1.3160	1.3378
83	2010.04.28	1.3204	1.3139
84	2010.04.29	1.3243	1.3194
85	2010.04.30	1.3294	1.3235
86	2010.05.03	1.3189	1.3294
87	2010.05.04	1.2971	1.3114
88	2010.05.05	1.2818	1.2971
89	2010.05.06	1.2629	1.2833
90	2010.05.07	1.2752	1.2609
91	2010.05.10	1.2786	1.2754
92	2010.05.11	1.2632	1.2709
93	2010.05.12	1.2633	1.2591
94	2010.05.13	1.2522	1.2575
95	2010.05.14	1.2357	1.2487
96	2010.05.17	1.2399	1.2356
97	2010.05.18	1.2172	1.2323
98	2010.05.19	1.2422	1.2209
99	2010.05.20	1.2468	1.2385
100	2010.05.21	1.2571	1.2380
101	2010.05.24	1.2344	1.2544
102	2010.05.25	1.2371	1.2264
103	2010.05.26	1.2159	1.2340
104	2010.05.27	1.2356	1.2201
105	2010.05.28	1.2272	1.2310
106	2010.05.31	1.2308	1.2308
107	2010.06.01	1.2211	1.2289
108	2010.06.02	1.2249	1.2218
109	2010.06.03	1.2161	1.2218
110	2010.06.04	1.1968	1.2194
111	2010.06.07	1.1916	1.2002
112	2010.06.08	1.1964	1.2038
113	2010.06.09	1.1984	1.2013
114	2010.06.10	1.2107	1.2066
115	2010.06.11	1.2112	1.2094
116	2010.06.14	1.2212	1.2136
117	2010.06.15	1.2323	1.2198
118	2010.06.16	1.2299	1.2281
119	2010.06.17	1.2380	1.2309
120	2010.06.18	1.2387	1.2380

Continuación **Tabla D.4:** Pronóstico de la serie D del período 81 al 120.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 5 neuronas ocultas)
121	2010.06.21	1.2323	1.2395
122	2010.06.22	1.2268	1.2375
123	2010.06.23	1.2310	1.2275
124	2010.06.24	1.2327	1.2345
125	2010.06.25	1.2368	1.2349
126	2010.06.28	1.2280	1.2349
127	2010.06.29	1.2188	1.2288
128	2010.06.30	1.2233	1.2199
129	2010.07.01	1.2518	1.2230
130	2010.07.02	1.2566	1.2489
131	2010.07.05	1.2538	1.2545
132	2010.07.06	1.2626	1.2494
133	2010.07.07	1.2630	1.2593
134	2010.07.08	1.2693	1.2620
135	2010.07.09	1.2640	1.2680
136	2010.07.12	1.2589	1.2626
137	2010.07.13	1.2727	1.2635
138	2010.07.14	1.2741	1.2705
139	2010.07.15	1.2931	1.2736
140	2010.07.16	1.2929	1.2934
141	2010.07.19	1.2947	1.2887
142	2010.07.20	1.2891	1.2962
143	2010.07.21	1.2753	1.2851
144	2010.07.22	1.2887	1.2743
145	2010.07.23	1.2909	1.2903
146	2010.07.26	1.2987	1.2886
147	2010.07.27	1.3000	1.3020
148	2010.07.28	1.2987	1.2938
149	2010.07.29	1.3080	1.2988
150	2010.07.30	1.3051	1.3054
151	2010.08.02	1.3175	1.3012
152	2010.08.03	1.3226	1.3206
153	2010.08.04	1.3154	1.3204
154	2010.08.05	1.3184	1.3184
155	2010.08.06	1.3278	1.3171
156	2010.08.09	1.3224	1.3287
157	2010.08.10	1.3174	1.3257
158	2010.08.11	1.2844	1.3142
159	2010.08.12	1.2827	1.2853
160	2010.08.13	1.2753	1.2844

Continuación **Tabla D.4:** Pronóstico de la serie D del período 121 al 160.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 5 neuronas ocultas)
161	2010.08.16	1.2822	1.2726
162	2010.08.17	1.2879	1.2808
163	2010.08.18	1.2853	1.2813
164	2010.08.19	1.2815	1.2786
165	2010.08.20	1.2711	1.2784
166	2010.08.23	1.2646	1.2612
167	2010.08.24	1.2631	1.2635
168	2010.08.25	1.2663	1.2558
169	2010.08.26	1.2716	1.2641
170	2010.08.27	1.2762	1.2668
171	2010.08.30	1.2663	1.2704
172	2010.08.31	1.2689	1.2613
173	2010.09.01	1.2802	1.2629
174	2010.09.02	1.2825	1.2759
175	2010.09.03	1.2895	1.2798
176	2010.09.06	1.2875	1.2860
177	2010.09.07	1.2682	1.2849
178	2010.09.08	1.2723	1.2674
179	2010.09.09	1.2697	1.2675
180	2010.09.10	1.2678	1.2686
181	2010.09.13	1.2877	1.2671
182	2010.09.14	1.2987	1.2817
183	2010.09.15	1.3012	1.2979
184	2010.09.16	1.3073	1.2979
185	2010.09.17	1.3049	1.2997
186	2010.09.20	1.3062	1.3068
187	2010.09.21	1.3250	1.3053
188	2010.09.22	1.3399	1.3257
189	2010.09.23	1.3313	1.3464
190	2010.09.24	1.3491	1.3334
191	2010.09.27	1.3440	1.3498
192	2010.09.28	1.3584	1.3479
193	2010.09.29	1.3621	1.3608
194	2010.09.30	1.3628	1.3614
195	2010.10.01	1.3790	1.3680
196	2010.10.04	1.3674	1.3788
197	2010.10.05	1.3834	1.3665
198	2010.10.06	1.3925	1.3861
199	2010.10.07	1.3914	1.3852
200	2010.10.08	1.3939	1.3924

Continuación **Tabla D.4:** Pronóstico de la serie D del período 161 al 200.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 5 neuronas ocultas)
201	2010.10.11	1.3881	1.3880
202	2010.10.12	1.3915	1.3863
203	2010.10.13	1.3960	1.3932
204	2010.10.14	1.4079	1.3885
205	2010.10.15	1.3976	1.4033
206	2010.10.18	1.3949	1.3919
207	2010.10.19	1.3741	1.3921
208	2010.10.20	1.3958	1.3778
209	2010.10.21	1.3925	1.3938
210	2010.10.22	1.3953	1.3884
211	2010.10.25	1.3954	1.3901
212	2010.10.26	1.3861	1.3912
213	2010.10.27	1.3774	1.3847
214	2010.10.28	1.3928	1.3813
215	2010.10.29	1.3946	1.3847
216	2010.11.01	1.3898	1.3937
217	2010.11.02	1.4031	1.3823
218	2010.11.03	1.4123	1.3977
219	2010.11.04	1.4212	1.4042
220	2010.11.05	1.4031	1.4081
221	2010.11.08	1.3912	1.3937
222	2010.11.09	1.3764	1.3920
223	2010.11.10	1.3774	1.3789
224	2010.11.11	1.3661	1.3805
225	2010.11.12	1.3690	1.3689
226	2010.11.15	1.3578	1.3692
227	2010.11.16	1.3483	1.3623
228	2010.11.17	1.3529	1.3503
229	2010.11.18	1.3644	1.3551
230	2010.11.19	1.3672	1.3599
231	2010.11.22	1.3624	1.3644
232	2010.11.23	1.3379	1.3557
233	2010.11.24	1.3336	1.3407
234	2010.11.25	1.3345	1.3356
235	2010.11.26	1.3240	1.3356
236	2010.11.29	1.3106	1.3245
237	2010.11.30	1.2981	1.3086
238	2010.12.01	1.3126	1.2984
239	2010.12.02	1.3215	1.3160
240	2010.12.03	1.3414	1.3146

Continuación **Tabla D.4:** Pronóstico de la serie D del período 201 al 240.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 5 neuronas ocultas)
241	2010.12.06	1.3309	1.3374
242	2010.12.07	1.3265	1.3245
243	2010.12.08	1.3263	1.3244
244	2010.12.09	1.3237	1.3251
245	2010.12.10	1.3226	1.3233
246	2010.12.13	1.3386	1.3246
247	2010.12.14	1.3379	1.3376
248	2010.12.15	1.3220	1.3425
249	2010.12.16	1.3242	1.3185
250	2010.12.17	1.3187	1.3247
251	2010.12.20	1.3120	1.3198
252	2010.12.21	1.3099	1.3115
253	2010.12.22	1.3103	1.3058
254	2010.12.23	1.3109	1.3121
255	2010.12.24	1.3120	1.3088
256	2010.12.27	1.3162	1.3069
257	2010.12.28	1.3108	1.3153
258	2010.12.29	1.3217	1.3064
259	2010.12.30	1.3290	1.3195
260	2010.12.31	1.3363	1.3273
261	2011.01.03	1.3351	1.3362
262	2011.01.04	1.3310	1.3335
263	2011.01.05	1.3150	1.3316
264	2011.01.06	1.3002	1.3166
265	2011.01.07	1.2906	1.2990
266	2011.01.10	1.2946	1.2925
267	2011.01.11	1.2974	1.2935
268	2011.01.12	1.3128	1.2955
269	2011.01.13	1.3348	1.3083
270	2011.01.14	1.3387	1.3308
271	2011.01.17	1.3276	1.3336
272	2011.01.18	1.3385	1.3232
273	2011.01.19	1.3456	1.3366
274	2011.01.20	1.3463	1.3494
275	2011.01.21	1.3620	1.3489
276	2011.01.24	1.3639	1.3634
277	2011.01.25	1.3678	1.3679
278	2011.01.26	1.3698	1.3692
279	2011.01.27	1.3729	1.3673
280	2011.01.28	1.3610	1.3758

Continuación **Tabla D.4:** Pronóstico de la serie D del período 241 al 280.

Número de período	Período	Observación Real	Pronóstico RNA (12 lags, 5 neuronas ocultas)
281	2011.01.31	1.3691	1.3620
282	2011.02.01	1.3824	1.3693
283	2011.02.02	1.3805	1.3832
284	2011.02.03	1.3625	1.3784
285	2011.02.04	1.3580	1.3630
286	2011.02.07	1.3578	1.3607
287	2011.02.08	1.3629	1.3633
288	2011.02.09	1.3724	1.3615
289	2011.02.10	1.3594	1.3706
290	2011.02.11	1.3551	1.3591
291	2011.02.14	1.3489	1.3574
292	2011.02.15	1.3487	1.3495
293	2011.02.16	1.3561	1.3516
294	2011.02.17	1.3605	1.3534
295	2011.02.18	1.3692	1.3591
296	2011.02.21	1.3675	1.3691
297	2011.02.22	1.3654	1.3635
298	2011.02.23	1.3749	1.3664
299	2011.02.24	1.3802	1.3720
300	2011.02.25	1.3752	1.3783
301	2011.02.28	1.3809	1.3745
302	2011.03.01	1.3776	1.3784
303	2011.03.02	1.3863	1.3789
304	2011.03.03	1.3960	1.3844
305	2011.03.04	1.3986	1.3901
306	2011.03.07	1.3968	1.3942
307	2011.03.08	1.3902	1.3918
308	2011.03.09	1.3905	1.3871
309	2011.03.10	1.3800	1.3909
310			1.3783

Continuación **Tabla D.4:** Pronóstico de la serie D del período 281 al 310.

Índice de Tablas

Tabla 4.1: Diseños experimentales iniciales utilizados para evaluar el método en cada función.	31
Tabla 4.2: Resultados obtenidos por el método de optimización aplicada a la simulación con cada metamodelo.	43
Tabla 5.1: Diseño experimental inicial de las evaluaciones del modelo de simulación para la Serie A.....	49
Tabla 5.2: Resultados de cada iteración con el simulador de RNA de pronóstico de un solo período futuro de la Serie A.....	50
Tabla 5.3: Diseño experimental inicial de las evaluaciones del modelo de simulación para la Serie B.....	52
Tabla 5.4: Resultados de cada iteración con el simulador de RNA de pronóstico de un solo período futuro de la Serie B.....	52
Tabla 5.5: Diseño experimental inicial de las evaluaciones del modelo de simulación para la Serie C.....	54
Tabla 5.6: Resultados de cada iteración con el simulador de RNA de pronóstico de un solo período futuro de la Serie C.....	55
Tabla 5.7: DOE inicial de las evaluaciones del modelo de simulación para la Serie D.....	57
Tabla 5.8: Resultados de cada iteración con el simulador de RNA de pronóstico de un solo período futuro de la Serie D.....	57
Tabla A.1: Función <i>Sphere</i> , caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de regresión saturada.....	65
Tabla A.2: Función <i>Rosenbrock</i> , caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión saturada.....	65
Tabla A.3: Función <i>Rastrigin</i> , caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión saturada.....	66

Tabla A.4: Función <i>Griewank</i> , caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-50.00, 70.00]$. Metamodelos de regresión saturada.....	66
Tabla A.5: Función <i>Goldstein-Price</i> , caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 2.00]$. Metamodelos de regresión saturada.....	66
Tabla A.6: Función <i>Easom</i> , caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de regresión saturada.....	67
Tabla A.7: Función <i>Schwefel</i> , caso de 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-500, 500]$. Metamodelos de regresión saturada.....	67
Tabla A.8: Función <i>Sphere</i> , caso de 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de regresión saturada.....	68
Tabla A.9: Función <i>Griewank</i> , caso de 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-50, 70]$. Metamodelos de regresión saturada.....	68
Tabla A.10 Función <i>No Lineal 1</i> , $f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1x_2$, x_1 y $x_2 \in [0, 3]$. Metamodelos de regresión saturada.....	69
Tabla A.11: Función <i>No Lineal 2</i> , $f_2 = x_1^4 - 2x_1^2x_2 + x_1^2 + x_1x_2^2 - 2x_1 + 4$, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión saturada.....	69
Tabla A.12: Función <i>No Lineal 3</i> , $f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de regresión saturada.....	69
Tabla A.13: Función <i>Sphere</i> , 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....	70
Tabla A.14: Función <i>Rosenbrock</i> , 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....	70
Tabla A.15 Función <i>Rastrigin</i> , 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.00, 5.00]$.]. Metamodelos de regresión de segundo orden.....	70
Tabla A.16: Función <i>Griewank</i> , 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-50.00, 70.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....	71

Tabla A.17: Función *Goldstein-Price*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 2.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....71

Tabla A.18: Función *Easom*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....71

Tabla A.19: Función *Schwefel*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-500, 500]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....72

Tabla A.20: Función *Sphere*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....72

Tabla A.21: Función *Griewank*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-50, 70]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....73

Tabla A.22: Función *No Lineal 1*, $f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1x_2$, x_1 y $x_2 \in [0, 3]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....73

Tabla A.23: Función *No Lineal 2*, $f_2 = x_1^4 - 2x_1^2x_2 + x_1^2 + x_1x_2^2 - 2x_1 + 4$, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....74

Tabla A.24: Función *No Lineal 3*, $f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de regresión de segundo orden.....74

Tabla A.25: Función *Sphere*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....75

Tabla A.26: Función *Rosenbrock*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....75

Tabla A.27: Función *Rastrigin*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.00, 5.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....75

Tabla A.28: Función *Griewank*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-50.00, 70.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....75

Tabla A.29: Función *Goldstein-Price*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 2.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....76

Tabla A.30: Función *Easom*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....76

Tabla A.31: Función *Schwefel*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-500, 500]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....76

Tabla A.32: Función *Sphere*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....77

Tabla A.33: Función *Griewank*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-50, 70]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....78

Tabla A.34: Función *No Lineal 1*, $f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1x_2$, x_1 y $x_2 \in [0, 3]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....78

Tabla A.35: Función *No Lineal 2*, $f_2 = x_1^4 - 2x_1^2x_2 + x_1^2 + x_1x_2^2 - 2x_1 + 4$, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....78

Tabla A.36: Función *No Lineal 3*, $f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 2, 1).....79

Tabla A.37: Función *Sphere*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....79

Tabla A.38: Función *Rosenbrock*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....79

Tabla A.39: Función *Rastrigin*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-5.00, 5.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....80

Tabla A.40: Función *Griewank*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-50.00, 70.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....80

Tabla A.41: Función *Goldstein-Price*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 2.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....80

Tabla A.42: Función *Easom*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....81

Tabla A.43: Función *Schwefel*, 2 dimensiones, x_1 y $x_2 \in [-500, 500]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....81

Tabla A.44: Función *Sphere*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-5.12, 5.12]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....81

Tabla A.45: Función *Griewank*, 9 dimensiones, $x_1, \dots, x_9 \in [-50, 70]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....82

Tabla A.46: Función *No Lineal 1*, $f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1x_2$, x_1 y $x_2 \in [0, 3]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....82

Tabla A.47: Función *No Lineal 2*, $f_2 = x_1^4 - 2x_1^2x_2 + x_1^2 + x_1x_2^2 - 2x_1 + 4$, x_1 y $x_2 \in [-2.00, 5.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1).....82

Tabla A.48: Función *No Lineal 3*, $f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$, x_1 y $x_2 \in [-1.00, 1.00]$. Metamodelos de RNAs (2, 3, 1)..... 83

Tabla B.1. Función *a) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$86

Tabla B.2. Función *b) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$87

Tabla B.3. Función *c) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$87

Tabla B.4. Función *d) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$88

Tabla B.5. Función *e) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$88

Tabla B.6. Función *f) RNA (3, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$89

Tabla B.7. Función *g) RNA (3, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión saturada, donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$89

Tabla B.8. Función *a) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$90

Tabla B.9. Función *b) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$90

Tabla B.10. Función *c) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$91

Tabla B.11. Función *d) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$91

Tabla B.12. Función *e) RNA (2, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$92

Tabla B.13. Función *f) RNA (3, 3, 1)* evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$92

Tabla B.14. Función *g*) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de regresión de segundo orden, donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$92

Tabla B.15. Función *a*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$93

Tabla B.16. Función *b*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$93

Tabla B.17. Función *c*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$93

Tabla B.18. Función *d*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$94

Tabla B.19. Función *e*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$94

Tabla B.20. Función *f*) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$94

Tabla B.21. Función *g*) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 2, 1), donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$95

Tabla B.22. Función *a*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$95

Tabla B.23. Función *b*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$96

Tabla B.24. Función *c*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$96

Tabla B.25. Función *d*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$96

Tabla B.26. Función *e*) RNA (2, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde $x_1 \in [-5.00, 5.00]$ y $x_2 \in [-5.00, 7.00]$97

Tabla B.27. Función *f*) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$97

Tabla B.28. Función *g*) RNA (3, 3, 1) evaluada con metamodelos de RNAs (2, 3, 1), donde x_1, x_2 y $x_3 \in [-5.00, 5.00]$97

Tabla C.1: $E[f(\mathbf{x}_i)]$, $i=1, \dots, 9$99

Tabla C.2: Evaluación de criterios de terminación.....	101
Tabla C.3: Evaluación de criterios de terminación.....	103
Tabla D.1: Pronóstico de la serie A.....	105
Tabla D.2: Pronóstico de la serie B.....	106-110
Tabla D.3: Pronóstico de la serie C.....	111-117
Tabla D.4: Pronóstico de la serie D.....	118-125

Índice de Figuras

Figura 2.1: Diagrama de Optimización aplicada a la Simulación. Figura obtenida de Villarreal (2007).....	7
Figura 2.2: Diseño Compósito Central para 2 factores.....	12
Figura 2.3: Diseño Compósito Central para 3 factores.....	12
Figura 2.4: RNA de tres capas entrenada por retropropagación del error.....	16
Figura 2.5: a) Función convexa y b) Función cóncava.....	19
Figura 2.6: Función unimodal.....	20
Figura 3.1: Método de optimización de simulaciones. Figura obtenida de Villarreal (2007).....	23
Figura 4.1: Funciones de prueba sin restricciones en 2 dimensiones, para optimización global.....	28
Figura 4.2: Funciones no lineales polinomiales en 2 dimensiones.....	29
Figura 4.3: Funciones de RNAs en 2 dimensiones.....	30
Figura 4.4: Resultados obtenidos por el método para la función <i>Sphere</i> en el caso de 2 dimensiones.....	32
Figura 4.5: Resultados obtenidos por el método para la función <i>Rosenbrock</i> en el caso de 2 dimensiones.....	33
Figura 4.6: Resultados obtenidos por el método para la función <i>Rastrigin</i> en el caso de 2 dimensiones.....	33
Figura 4.7: Resultados obtenidos por el método para la función <i>Griewank</i> en el caso de 2 dimensiones.....	34
Figura 4.8: Resultados obtenidos por el método para la función <i>Goldstein-Price</i> en el caso de 2 dimensiones.....	34
Figura 4.9: Resultados obtenidos por el método para la función <i>Easom</i> en el caso de 2 dimensiones.....	35

Figura 4.10: Resultados obtenidos por el método para la función <i>Schwefel</i> en el caso de 2 dimensiones.....	35
Figura 4.11: Resultados obtenidos por el método para la función <i>Sphere</i> en el caso de 9 dimensiones.....	36
Figura 4.12: Resultados obtenidos por el método para la función <i>Griewank</i> en el caso de 9 dimensiones.....	36
Figura 4.13: Resultados obtenidos por el método para la función polinomial <i>No Lineal 1</i> . $f_1 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 - x_1x_2$	37
Figura 4.14: Resultados obtenidos por el método para la función polinomial <i>No Lineal 2</i> . $f_2 = x_1^4 - 2x_1^2x_2 + x_1^2 + x_1x_2^2 - 2x_1 + 4$	37
Figura 4.15: Resultados obtenidos por el método para la función polinomial <i>No Lineal 3</i> . $f_3 = x_1^2 + 2x_2^2 - 0.3 \cos(3x_1) - 0.4 \cos(4\pi x_2) + 0.7$	38
Figura 4.16: Resultados obtenidos por el método para la función de <i>a) RNA (2, 3, 1)</i>	39
Figura 4.17: Resultados obtenidos por el método para la función de <i>b) RNA (2, 3, 1)</i>	39
Figura 4.18: Resultados obtenidos por el método para la función de <i>c) RNA (2, 3, 1)</i>	40
Figura 4.19: Resultados obtenidos por el método para la función de <i>d) RNA (2, 3, 1)</i>	40
Figura 4.20: Resultados obtenidos por el método para la función de <i>e) RNA (2, 3, 1)</i>	41
Figura 4.21: Resultados obtenidos por el método para la función de <i>f) RNA (3, 3, 1)</i>	41
Figura 4.22: Resultados obtenidos por el método para la función de <i>g) RNA (3, 3, 1)</i>	42
Figura 5.1: RNA de pronóstico de tres capas, entrenada por retropropagación del error.....	46
Figura 5.2: Diseño Factorial Completo 3^2 , $(x^i, i=1,2,\dots,9)$	48
Figura 5.3: Serie A. Producción de productos petrolíferos y petroquímicos.....	49

Figura 5.4: Pronóstico del modelo de RNA definitivo para la Serie A.....	50
Figura 5.5: Serie B. Ingresos en el sector público total.....	51
Figura 5.6: Pronóstico del modelo de RNA definitivo para la Serie B.....	53
Figura 5.7: Serie C. Volumen de producción de petróleo crudo y gas natural.....	54
Figura 5.8: Pronóstico del modelo de RNA definitivo para la Serie C.....	55
Figura 5.9: Serie D. Valor del Euro-Dólar al valor del cierre.....	56
Figura 5.10: Pronóstico del modelo de RNA definitivo para la Serie D.....	58
Figura C.1: Diseño de Experimentos Compósito Central (\mathbf{x}^i , $i=1,2,\dots,9$).....	98
Figura C.2: Primer metamodelo.....	100
Figura C.3: Segundo metamodelo.....	102

Bibliografía

Acosta, M. C. (2009). *Selección de técnicas de pronóstico para series de tiempo mediante redes neuronales artificiales*. Tesis de Licenciatura, Universidad Autónoma de Tamaulipas, Tamaulipas, México.

Altipamak, F., Dengiz, B., y Bulgak, A. (2002). “Optimization of buffer sizes in assembly system using intelligent techniques”. *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference*, pp. 1157-1162.

Andradóttir, S. (1998). “A review of Simulation Optimization techniques”. *Proceedings of the 1998 Winter Simulation Conference*. pp. 151-158.

April, J., Glover, F., Kelly, J. P., y Laguna, M. (2003). “Practical introduction to Simulation Optimization”. *Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference*, pp. 71-78.

April, J., Better, M., Glover, F., y Kelly, J. (2004). “New Advances and applications for marrying Simulation and Optimization”. *Proceedings of the 2004 Winter Simulation Conference*, pp. 80-86.

Azadivar, F. (1999). “Simulation Optimization Methodologies”. *Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference*, pp. 93-100.

Barton, R. R. (1998). “Simulation Metamodels”. *Proceedings of the 1998 Winter Simulation Conference*, pp. 167-174.

Cheng, R. C. H., y Currie, C. S. M. (2004). Optimization by Simulation Metamodeling Methods. *Proceedings of the 2004 Winter Simulation Conference*, pp. 485-490.

Fu, M. C. (1994). “A tutorial review of techniques for Simulation Optimization”. *Proceedings of the 1994 Winter Simulation Conference*, pp. 149-156.

Fu, M. C. (2001). “Simulation Optimization”. *Proceedings of the 2001 Winter Simulation Conference*, pp. 53-61.

Fu, M. C., Glover, F., y April, J. (2005). “Simulation Optimization: A review, new developments, and application”. *Proceedings of the 2005 Winter Simulation Conference*, pp. 83-95.

Gutiérrez-Pulido, H., y De la Vara-Salazar, R. (2004). *Análisis y diseño de experimentos*. 2ª ed., Mc Graw Hill.

Gunes, H., Cekli, H. E., y Rist, U. (2008). “Data enhancement, smoothing, reconstruction and optimization by kriging interpolation”. *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference*, 379-386.

Hagan, M. T., y Demut, H. B. (1995). *Neural Network Design*. 1ª ed., PWS Publishing Company.

Hillier, F. S., y Lieberman, G. J. (2002). *Investigación de Operaciones*. 7ª ed., McGraw-Hill, México.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, INEGI, México. Banco de Información Económica. Sitio web: <http://dgcnesyp.inegi.gob.mx/bdiesi/bdie.html>

Jin, R., Chen, W., y Simpson, T. W. (2000). “Comparative studies of metamodeling techniques under multiple modeling criteria”. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, AIAA-2000-4801.

Li, Y. F., Ng, S. H., Xie, M., y Goh, T. N. (2010). “A systematic comparison of metamodeling techniques for simulation optimization in Decision Support Systems”. *Applied Soft Computing*, Vol. 10 , pp. 1257–1273.

Liu, M., y Staum, J. (2009). Estimating Expected Shortfall with stochastic kriging. *Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference*, pp. 1249-1260.

Martín, J. D., y Simpson, T. W. (2002). “Use of adaptive metamodeling for design optimization”. *9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, pp. 1-9.

Meghabghab, G., y Kandel, A. (2004). “Stochastic simulations of web search engines: RBF versus second-order regression models”. *International Journal of Information Sciences*, Vol. 159, pp. 1–28.

Moniaci, W. E., Pasero, E., y Carmellino, P. (2005). “Application of neural networks in production system simulation”. *Proceedings of the International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, Vol.1, pp. 827-831.

Montgomery, D. C., y Runger, G. (2003). *Probabilidad y Estadística aplicadas a la Ingeniería*. 2ª ed., Editorial Limusa Wiley.

Montgomery, D. C. (2010). *Diseño y análisis de experimentos*. 2ª ed., Editorial Limusa Wiley.

Ólafsson, S., y Kim, J. (2002). “Simulation Optimization”. *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference*, pp. 79-84.

Pohlheim H., (2006). GEATbx: Genetic and Evolutionary Algorithm Toolbox for use with Matlab Documentation. Version 3.8.

Salazar, M. A. (2005). *Pronóstico de demanda por medio de Redes Neuronales Artificiales (RNAs) en la industria de telecomunicaciones*. Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, Nuevo León, México.

Santos, P., y Santos, M. I. (2009). “Design experiments for the construction of simulation metamodels”. *Proceedings 23rd European Conference on Modelling and Simulation*.

Santos, P. R., y Santos, I. R. (2010). “Reinsch’s smoothing spline simulation metamodels”. *Proceedings of the 2010 Winter Simulation Conference*, pp. 925-934.

Shin, M., Sargent, R. G., y Goel, A. L. (2002). “Gaussian radial basis functions for the simulation metamodeling”. *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference*, pp. 483-488.

Soporte Técnico Microsoft (2011). “Solver Uses Generalized Reduced Gradient Algorithm”. No. 82890, Revisión 2.0. <http://support.microsoft.com/kb/82890/en-us#top>

Swisher, J. R., Hyden, P. D., Jacobson, S. H., y Schruben, L. W. (2000). “A survey of simulation optimization techniques and procedures”. *Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference*, pp. 119-128.

Villarreal, M. G., Acosta, M. C., Martínez, J. L., y Cabrera-Ríos, M. (2009). “Time series: Empirical characterization and artificial neural network-based selection of forecasting techniques”. *Intelligent Data Analysis- An International Journal*, Vol 13 No. 6, pp. 969-982.

Villarreal, M. G. (2007). *Modelación y optimización aplicada a la simulación de procesos y sistemas de manufactura*. Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, Nuevo León, México.

Villarreal, M. G., Mulyana, R., Castro J. M., y Cabrera-Ríos, M. (2008). “Simulation Optimization Applied to Injection Molding”. *Proceedings of the 2008 Winter simulation Conference*, pp. 1995-2003.

Vosniakos G. C., Tsifakis, A., y Benardos, P. (2006). “Neural network simulation metamodels and genetic algorithms in analysis and design of manufacturing cells”. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 29, pp. 541–550.

Williams, H. P. (1999). *Model Building in Mathematical Programming*. 4a. ed., Jhon Wiley & Sons, LTD.

Winston, W. L. (2005). *Investigación de Operaciones: Aplicaciones y Algoritmos*. 4a. ed., Thomson, México.

Zhang, G., Patuwo, B. E., y Hu, M. Y. (1998). “Forecasting with artificial neural networks: The state of the art”, *International Journal of Forecasting*, Vol.14, pp. 35-62.

Autobiografía

MARY CARMEN ACOSTA CERVANTES

Candidata para el grado de Maestro en Ciencias con especialidad en Ingeniería de
Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis

ESTUDIOS DE METAMODELOS EN OPTIMIZACIÓN VÍA SIMULACIÓN

Nací el 20 de Mayo de 1986 en la Ciudad de Tampico, Tamaulipas. Inicié mis estudios universitarios en la Universidad Autónoma de Tamaulipas obteniendo el grado de Ingeniero Industrial (2009). Participé en el Verano de Investigación Científica y Tecnológica en dos ocasiones, 2006 y 2007 promovida por la Academia Mexicana de Ciencias y con apoyo de la UAT, mi estadía en los dos veranos fue en la FIME de la UANL, bajo la tutela del Dr. Mauricio Cabrera Ríos. Realicé además un intercambio académico en el período de Agosto- Diciembre de 2007 en la FIME- UANL. En el 2010 inicié mis estudios de Maestría en Ciencias con especialidad en Ingeniería de Sistemas en el Programa de Posgrado de Ingeniería de Sistemas con el apoyo de la FIME, la UANL y una beca de CONACYT. En 2011, con apoyo de una BECA MIXTA CONACYT realicé una estancia de investigación en la Universidad de Puerto Rico- Recinto Universitario de Mayagüez, bajo la dirección del Dr. Mauricio Cabrera Ríos (UPRM) y del Dr. Óscar Leonel Chacón Mondragón (UANL).