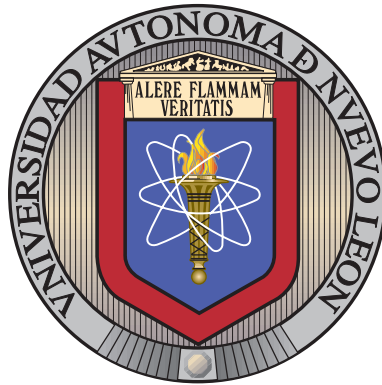


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



UNA APLICACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN CON  
RESTRICCIONES PROBABILÍSTICAS PARA UN PROBLEMA  
DE DISEÑO DE CADENA DE SUMINISTRO CON  
INCERTIDUMBRE

POR

MARÍA DE LOS ÁNGELES BÁEZ OLVERA

EN OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS

EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

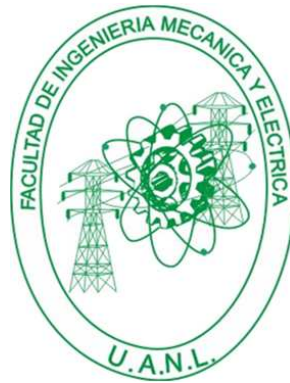
SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JUNIO 2011

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



UNA APLICACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN CON  
RESTRICCIONES PROBABILÍSTICAS PARA UN PROBLEMA  
DE DISEÑO DE CADENA DE SUMINISTRO CON  
INCERTIDUMBRE

POR

MARÍA DE LOS ÁNGELES BÁEZ OLVERA

EN OPCIÓN AL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS

EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

JUNIO 2011

**Universidad Autónoma de Nuevo León**  
**Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**  
**División de Estudios de Posgrado**

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “Una aplicación de la programación con restricciones probabilísticas para un problema de diseño de cadena de suministro con incertidumbre”, realizada por la alumna María de los Ángeles Báez Olvera, con número de matrícula 1508350, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis

---

Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás

Asesor

---

Dra. María del Mar Muñoz Martos

Revisor

---

Dr. Fernando López Irarragorri

Revisor

Vo. Bo.

---

Dr. Moisés Hinojosa Rivera

División de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, junio 2011



# DEDICATORIA

---

*Dedico este trabajo a las personas que siempre me han dado su apoyo y cariño  
incondicional*

***A mis padres***

*Miguel Angel Báez*

*Mercedes Olvera*

***A mis hermanos***

*Sandra, Javier y Miguel Angel*

***A mis sobrinos***

*Victor, Cristian y Jarumi*

***Y a mis abuelos que siempre me cobijan con sus bendiciones***

*Juvenal, Godeleva y Angelina*

# AGRADECIMIENTOS

---

Agradezco a las personas más importantes en mi vida. Mis padres el Sr. Miguel Angel y la Sra. Mercedes quienes me enseñaron a luchar en la vida y a quienes les debo ser lo que soy. A mis hermanos y sobrinos quienes hacen de mi vida una aventura.

Agradezco a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica y a la Univesidad Autónoma de Nuevo León por el apoyo financiero otorgado para la realización de mi maestria.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) quien me otorgó una beca a lo largo de mi maestria, una beca mixta para realizar una estancia en el extranjero y me apoyó con otra beca por parte del proyecto 61903 para la culminación de este trabajo.

Al Posgrado de Ingeniería de Sistemas y sus profesores quienes me ayudaron a mi formacion académica y me brindaron su tiempo y paciencia.

Mi más profundo agradecimiento a la Dra Ada M. Álvarez Socarrás por brindarme su tiempo, conocimiento y mucha pero mucha paciencia para la realización de este trabajo.

Agradezco a mi comite de tesis a la Dra. María del Mar Muñoz por brindarme un poco de su conocimiento, recibirme durante mi estancia académica y aportar ideas para el trabajo. Al Dr. Fernando López por contribuir con la revisión del mismo.

Agradezco especialmente a Alondra, Oliver y Yajaira por escucharme,

---

ayudarme y compartir con migo sus conocimientos y no dejarme caer en los momentos duros. A todos mis amigos y compañeros de PISIS quienes enriquecieron mi vida de una u otra manera.

*A todos*  
*GRACIAS.*

# RESUMEN

---

María de los Ángeles Báez Olvera.

Candidata para el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio:

UNA APLICACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN CON  
RESTRICCIONES PROBABILÍSTICAS PARA UN  
PROBLEMA DE DISEÑO DE CADENA DE  
SUMINISTRO CON INCERTIDUMBRE

Número de páginas: 90.

Objetivos y método de estudio: El presente trabajo de tesis está enfocado en el estudio de cadenas de suministro de dos niveles con incertidumbre en la demanda de los centros de distribución. Las decisiones que se deben tomar son qué bodegas abrir, qué medios de transporte se van a utilizar a lo largo de la cadena y por último determinar la cantidad de flujo enviada a través de los medios de transporte. Los objetivos a lograr son minimizar el costo total de la operación y el tiempo máximo de traslado a lo largo de la cadena.

La naturaleza estocástica del problema se aborda mediante la programación con restricciones probabilísticas, lo cual permite transformar el problema biobjetivo



---

estocástico en un problema biobjetivo determinista. Por otra parte, el hecho de que existan dos objetivos en conflicto nos lleva a aplicar la programación por metas. De esta forma se pretende obtener una solución satisfactoria para el decisor, que se adapte a sus preferencias sin perder de vista la naturaleza estocástica y biobjetiva del problema.

Contribuciones y conclusiones: La contribución fundamental de este trabajo consiste en el estudio y resolución de este problema bajo la perspectiva de la programación por metas y la programación de restricciones probabilísticas proponiendo un método eficiente que nos entregue soluciones satisfactorias.

Firma del asesor: \_\_\_\_\_

Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás

# ÍNDICE GENERAL

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>VI</b>
<b>Resumen</b>	<b>VIII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción del problema . . . . .	1
1.2. Hipótesis . . . . .	2
1.3. Justificación . . . . .	3
1.4. Objetivos . . . . .	3
1.5. Estructura de la tesis . . . . .	4
<b>2. Antecedentes</b>	<b>5</b>
2.1. Programación Estocástica . . . . .	5
2.2. Programación estocástica de dos estados . . . . .	8
2.3. Programación con restricciones probabilísticas . . . . .	9
2.3.1. Literatura relacionada con la programación con restricciones probabilísticas . . . . .	12
2.4. Programación multiobjetivo . . . . .	13

---

2.4.1. Programación por metas . . . . .	14
2.4.2. Variantes de la programación por metas . . . . .	17
2.4.3. Literatura relacionada a la programación por metas . . . . .	19
2.5. Cadena de suministro . . . . .	22
2.5.1. Literatura relacionada con cadenas de suministro . . . . .	25
<b>3. Planteamiento y formulación del problema</b>	<b>28</b>
3.1. Descripción del problema . . . . .	28
3.2. Notación . . . . .	30
3.3. Formulación del modelo biobjetivo . . . . .	31
3.3.1. Objetivos . . . . .	31
3.3.2. Restricciones . . . . .	33
<b>4. Metodología de solución</b>	<b>38</b>
4.1. Modelo de metas . . . . .	38
4.1.1. Formación de las Metas . . . . .	39
4.1.2. Función objetivo del modelo de metas . . . . .	40
<b>5. Experimentación</b>	<b>55</b>
5.1. Generación de instancias de prueba . . . . .	55
5.2. Diseño del experimento . . . . .	58
5.3. Análisis de resultados obtenidos . . . . .	59
<b>6. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>80</b>

---

6.1. Conclusiones . . . . .	81
6.2. Trabajo a futuro . . . . .	82
<b>A. Datos de la instancia de estudio</b>	<b>86</b>
A.1. Instancia de estudio . . . . .	86
<b>B. Función de distribución uniforme</b>	<b>88</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

1.1. Cadena de suministro de dos niveles . . . . .	2
2.1. Esquema de una cadena de suministro . . . . .	23
2.2. Taxonomía de los modelos de cadena de suministro . . . . .	24
3.1. Diseño de una cadena de suministro de dos niveles y varios medios de transporte . . . . .	29
4.1. Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.05 y diferentes niveles de aspiración . . . . .	49
4.2. Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.3 y diferentes niveles de aspiración . . . . .	50
4.3. Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.5 y diferentes niveles de aspiración . . . . .	51
4.4. Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.7 y diferentes niveles de aspiración . . . . .	52
4.5. Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.85 y diferentes niveles de aspiración . . . . .	53
4.6. Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.95 y diferentes niveles de aspiración . . . . .	54

---

5.1. Promedios de las variables de desviación con probabilidad 0.80 . . . . .	65
5.2. Promedios de las variables de desviación con probabilidad 0.95 . . . . .	71
5.3. Objetivo de los grupos de instancias 1,2,3 y 4 . . . . .	72
5.4. Objetivo de los grupos de instancias 5,6,7,8 . . . . .	73
5.5. Comparación de costo promedio y nivel de aspiración promedio de las diferentes clasificaciones . . . . .	77
5.6. Comparación de tiempo máximo promedio y nivel de aspiración de las diferentes clasificaciones . . . . .	78
A.1. Tamaño de la instancia de estudio . . . . .	86

# ÍNDICE DE TABLAS

---

2.1. Metas y variables de desviación . . . . .	16
2.2. Una clasificación de los artículos que usan programación por metas en las diferentes áreas de aplicación. . . . .	20
4.1. Demanda para cada nivel de la probabilidad de satisfacción . . . . .	44
4.2. Costo y tiempo mínimo para diferentes valores de satisfacción de la demanda . . . . .	44
4.3. Diferentes niveles de aspiración para el costo . . . . .	45
4.4. Diferentes niveles de aspiración para el tiempo . . . . .	45
4.5. Valores con probabilidad 0.05 . . . . .	46
4.6. Valores con probabilidad 0.3 . . . . .	46
4.7. Valores con probabilidad 0.5 . . . . .	46
4.8. Valores con probabilidad 0.7 . . . . .	47
4.9. Valores con probabilidad 0.85 . . . . .	47
4.10. Valores con probabilidad 0.95 . . . . .	47
5.1. Tamaños y nombres de las instancias . . . . .	57
5.2. Parámetros de la distribución uniforme . . . . .	58

---

5.3. Factores en estudio . . . . .	58
5.4. Resultados con probabilidad 0.80 y niveles de aspiración a un 20 % por encima de $C_{min}$ y $T_{min}$ . . . . .	60
5.5. Resultados con probabilidad 0.80 y niveles de aspiración a un 20 % por encima de $C_{min}$ y $T_{min}$ . . . . .	61
5.6. Resultados con probabilidad 0.80 y niveles de aspiración a un 35 % por encima de $C_{min}$ y $T_{min}$ . . . . .	62
5.7. Resultados con probabilidad 0.80 y niveles de aspiración a un 35 % por encima de $C_{min}$ y $T_{min}$ . . . . .	63
5.8. Promedio de las variables de desviación con probabilidad de 0.80 . . .	64
5.9. Resultados con probabilidad 0.95 y niveles de aspiración a un 20 % por encima de $C_{min}$ y $T_{min}$ . . . . .	66
5.10. Resultados con probabilidad 0.95 y niveles de aspiración a un 20 % por encima de $C_{min}$ y $T_{min}$ . . . . .	67
5.11. Resultados con probabilidad 0.95 y niveles de aspiración a un 35 % por encima de $C_{min}$ y $T_{min}$ . . . . .	68
5.12. Resultados con probabilidad 0.95 y niveles de aspiración a un 35 % por encima de $C_{min}$ y $T_{min}$ . . . . .	69
5.13. Promedio de las variables de desviación con probabilidad de 0.95 . . .	70
5.14. Diferentes clasificaciones de los grupos de instancias . . . . .	74
5.15. Desviaciones para la clasificación I . . . . .	75
5.16. Desviaciones para la clasificación II . . . . .	75
A.1. Datos de la instancia 1 . . . . .	87



---

A.2. Costos y tiempos del primer nivel . . . . .	87
A.3. Costos y tiempos del segundo nivel . . . . .	87

## CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN

---

### 1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Una cadena de suministro es una red que se compone de: proveedores, sitios de producción, sitios de almacenamiento y canales de distribución, los cuales están organizados para distribuir producto a lo largo de la cadena. Su complejidad se relaciona con el número de niveles o escalones que presente la cadena.

En este trabajo se estudia una cadena de suministro de dos niveles, como la mostrada en la figura 1.1, compuesta de plantas, bodegas y centros de distribución. El producto es enviado de plantas a bodegas en el primer nivel y de bodegas a centros de distribución en el segundo nivel. El número de plantas y sus capacidades son fijas, así como también es fijo el número de centros de distribución. Cada centro de distribución tiene asociada una demanda del producto, considerada como una variable aleatoria con distribución conocida. Se tiene un conjunto potencial de bodegas que se pueden abrir, las cuales tienen una capacidad fija y un costo fijo por abrirse, y están en dependencia del lugar de ubicación.

Para transportar el producto a lo largo de la cadena se dispone de diferentes medios de transporte, los cuales presentan un costo y un tiempo de servicio. En general estos parámetros están correlacionados negativamente (Cardona Valdés, 2009; Olivares, 2007). Entonces se debe decidir cuántas y cuáles bodegas abrir, así como qué medios de transporte utilizar para transportar el producto entre cada

par de nodos de la red, de forma que se satisfagan todas las restricciones operacionales y se minimice el costo total y el tiempo máximo de transporte.

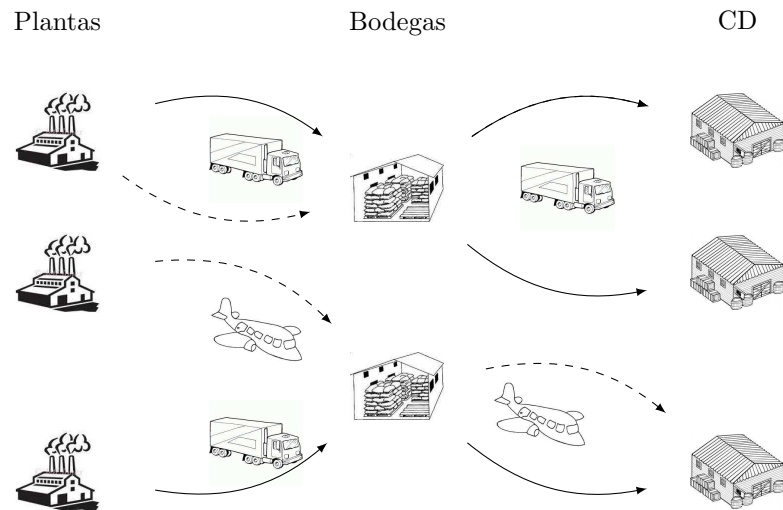


Figura 1.1: Cadena de suministro de dos niveles

## 1.2 HIPÓTESIS

El problema biobjetivo de diseño de cadena de suministro con incertidumbre ha sido modelado usando la programación por metas para atacar la parte multiobjetivo y la programación con restricciones probabilísticas para abordar la incertidumbre de la demanda de cada centro de distribución.

La hipótesis de este trabajo se centra en la premisa de que la aplicación conjunta de la programación con restricciones probabilísticas y la programación por metas constituye una herramienta adecuada para resolver el problema bajo estudio.

### 1.3 JUSTIFICACIÓN

Una cadena de suministro exitosa entrega al cliente final el producto apropiado en el lugar correcto y en el tiempo exacto, al precio requerido y con el menor costo posible. En la actualidad, uno de los objetivos más buscados por las empresas es la mayor eficiencia al menor costo, sin dejar de lado los estándares de calidad y servicio al cliente. Pero en muchas ocasiones, al momento de tomar las decisiones para el diseño de la cadena, hay parámetros que se desconocen como por ejemplo, la demanda de los clientes, los costos de las materias primas, etcétera. En la literatura se encuentran muy pocos artículos publicados que consideren explícitamente esto, y más pequeña es la cantidad de artículos publicados que considere lo anterior con la combinación de varios objetivos. Por tal motivo se decidió abordar el tema de cadena de suministro con incertidumbre en la demanda de los centros de distribución, ya que frecuentemente este tipo de situaciones se presenta en la vida real.

Las metodologías usadas para modelar y resolver el problema permiten incorporar las preferencias del tomador de decisiones dando una mayor flexibilidad a las respuestas ofrecidas.

### 1.4 OBJETIVOS

El objetivo principal es abordar el problema biobjetivo de diseño de cadena de suministro de dos niveles con incertidumbre en la demanda de los centros de distribución desde la perspectiva de la programación por metas y la programación de restricciones probabilísticas.

Para ello se desglosan los siguientes objetivos particulares:

- Revisión bibliográfica de problemas de cadenas de suministro con incertidumbre en los parámetros, estudiando sus objetivos y métodos de solución.
- Reformular el modelo biobjetivo estocástico entero mixto mediante un modelo

lineal entero de metas con restricciones probabilísticas.

- Desarrollo e implementación computacional de la metodología de solución.
- Realización de experimentos computacionales para validar la metodología utilizada.

## 1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS

Este trabajo se encuentra dividido en seis capítulos que describiremos brevemente a continuación.

El capítulo uno está dedicado a ofrecer de una manera general, la descripción del problema, así como la motivación, justificación y objetivos del trabajo presentado. En el capítulo dos se presenta el marco teórico y la revisión de la literatura relacionada con el problema. En el capítulo tres se describe detalladamente el problema, así como la formulación matemática que se propone. Se presentan todos los pasos seguidos para la transformación de la restricción que presenta incertidumbre. En el capítulo cuatro se expone la metodología utilizada. En el capítulo cinco se describe la experimentación computacional y los resultados obtenidos y por último en el capítulo seis se presentan las conclusiones, así como aportaciones y posible trabajo a futuro.

## CAPÍTULO 2

# ANTECEDENTES

---

En este capítulo se introducen los conceptos teóricos fundamentales para la comprensión del tema, así como la revisión de la literatura relacionada con el problema abordado.

## 2.1 PROGRAMACIÓN ESTOCÁSTICA

La programación estocástica trata problemas matemáticos en cuya formulación aparecen algunos parámetros aleatorios, pero que se pueden predecir o estimar sus distribuciones de probabilidad. Los orígenes de la programación estocástica se le atribuyen a George Dantzig en 1950 (Birge y Louveaux, 1997), desde entonces el uso de la programación estocástica se ha incrementado al paso de los años.

La formulación general de un problema estocástico es

$$\begin{aligned} \min_x \quad & \tilde{g}_0(x, \tilde{\xi}) \\ \text{s.a.} \quad & \\ & \tilde{g}_i(x, \tilde{\xi}) \leq 0 \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & x \in D \end{aligned}$$

donde  $D \subset \mathfrak{R}^n$ ,  $\tilde{\xi}$  es un vector aleatorio definido sobre un conjunto  $E \subset \mathfrak{R}^s$ . Suponemos que  $F$  es una familia de eventos formada por subconjuntos de  $E$  y

una distribución de probabilidad, definida sobre  $F$ . Por tanto, para cada  $A \subset E$ , es  $A \in F$ , y la probabilidad  $P(A)$  es conocida. Además suponemos que las funciones  $\tilde{g}_i(x, \cdot) : E \rightarrow \mathfrak{R}, \forall x, i$  son variables aleatorias y que la distribución de probabilidad  $P$  es independiente del vector de variables de decisión  $x$ .

Cuando la aleatoriedad se presenta sólo en la función objetivo existen diferentes criterios que nos permiten convertir la función objetivo estocástica en una función objetivo determinista. A continuación se describen brevemente los criterios existentes, para más detalles véase Muñoz Martos (1998); Caballero et al. (2002).

1. **Criterio del valor esperado:** Este criterio consiste en optimizar el valor esperado de la función objetivo estocástica manteniendo el criterio de optimización del problema estocástico. Esto es, si estamos en un problema de minimización se desea minimizar el valor esperado. Para poder utilizarlo sólo se necesita conocer el valor esperado de la función estocástica.
2. **Criterio de mínima varianza:** Consiste en minimizar la varianza de la función objetivo estocástica, independiente del criterio de optimización que presente el problema estocástico. Al aplicarlo sólo necesitamos conocer la varianza del problema estocástico.
3. **Criterio de eficiencia de valor esperado desviación estándar:** Al hacer uso de este criterio se obtiene un conjunto de soluciones eficientes al resolver el problema biobjetivo

$$\text{Min} \left( E(\tilde{g}_0(x, \tilde{\xi})), \sqrt{\text{Var}(\tilde{g}_0(x, \tilde{\xi}))} \right)$$

*s.a.*

$$\tilde{g}_i(x, \tilde{\xi}) \leq 0 \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x \in D$$

Para poder utilizarlo nos basta con conocer el valor esperado y la desviación estándar de la función estocástica.

4. **Criterio de máxima probabilidad:** Los dos criterios de máxima probabilidad existentes, también llamados criterios satisficentes, son el criterio de mínimo riesgo y el criterio de Kataoka.

4.1 **Criterio de mínimo riesgo:** Para la aplicación de este criterio es necesario fijar un parámetro  $u \in \mathfrak{R}$ , llamado nivel de aspiración, que es el mayor riesgo que el decisor está dispuesto a admitir para el objetivo estocástico que se desea minimizar. Este criterio está enfocado en maximizar la probabilidad de que el objetivo estocástico sea menor o igual que el nivel de aspiración previamente fijado.

4.2 **Criterio de Kataoka:** Para este criterio se fija una probabilidad  $\beta \in (0, 1)$  para el objetivo a minimizar y se busca el menor nivel que puede alcanzar la función objetivo con al menos esa probabilidad. La función objetivo del problema estocástico pasa a formar parte del conjunto de restricciones como una restricción probabilística y el problema determinista equivalente es un problema de  $n + 1$  variables de decisión: las  $n$  variables de decisión del problema de programación estocástica, recogidas en el vector  $x$  y la variable  $u$ , que determina el menor nivel que puede alcanzar la función objetivo estocástica con una probabilidad  $\beta$ .

En resumen:

1. Para la aplicación de los tres primeros criterios sólo es necesario conocer el valor esperado, varianza y desviación estandar de la variable aleatoria.
2. Para la aplicación de los criterios de mínimo riesgo y de Kataoka es necesario conocer la función de distribución de la variable aleatoria y fijar ciertos parámetros. Para el criterio de mínimo riesgo se fija un nivel de aspiración y para el criterio de Kataoka se fija una probabilidad y las soluciones dependen de los valores que se les asigne a estos parámetros.

La elección de un criterio u otro se realiza en función de las características del



problema que se desea resolver y de las preferencias del decisor. Sin embargo, estos criterios están relacionados unos a otros, si se verifican ciertos supuestos (véase Muñoz Martos (1998)), debido a que cada uno de ellos recoge características estadísticas distintas del objetivo estocástico.

Hay diversas teorías y metodologías para abordar problemas con incertidumbre una de las más conocidas es la programación estocástica de dos estados (en inglés: *two-stage*) que describiremos a continuación.

## 2.2 PROGRAMACIÓN ESTOCÁSTICA DE DOS ESTADOS

El problema de programación estocástica de dos estados se caracteriza porque las variables de decisión del problema pueden dividirse en dos conjuntos: las decisiones de primer estado, también conocidas como decisiones “aquí y ahora” (inglés: *here and now*) las cuales son determinadas antes de conocer los parámetros con incertidumbre y las decisiones de segundo estado “esperar y ver” (inglés: *wait and see*) las cuales son determinadas cuando ya se conoce la incertidumbre. Tradicionalmente las variables de segundo estado se interpretan como medidas de corrección o re-curso contra cualquier infactibilidad debida a cualquier realización particular de la incertidumbre. El término re-curso se refiere a la oportunidad de adaptar una solución a una salida específica observada (Birge y Louveaux, 1997).

Cada problema con re-curso puede caracterizarse por su *árbol de escenarios* sus *problemas escenarios* y sus *restricciones de no anticipación*. Cada *escenario* se entiende como una realización completa y específica de los elementos estocásticos que podrían presentarse durante el transcurso del problema. El *árbol de escenarios* es la representación estructurada de los elementos estocásticos y la manera en que se involucran sobre el período de tiempo representado en el problema. El *problema escenario* se asocia con un escenario particular y podría verse como un problema de optimización determinista. Y por último las *restricciones de anticipatividad* aseguran

que las soluciones obtenidas sean implementadas, es decir, que las acciones que deben tomarse en un punto específico del tiempo dependiendo sólo de la información que está disponible en ese momento.

La formulación con re-curso utiliza esta estructura, ya que las variables de re-curso no varían con el escenario mientras que las variables de producción si varían con el escenario. Es importante aclarar que las decisiones de segundo estado están en función de las de primer estado.

Otra metodología, que es la que utilizamos en esta tesis, es la programación con restricciones probabilísticas que describimos a continuación.

## 2.3 PROGRAMACIÓN CON RESTRICCIONES PROBABILÍSTICAS

El problema de programación con restricciones probabilísticas fue introducido por Charnes, Cooper y Symonds en 1958 y consiste en exigir que se verifiquen las restricciones estocásticas del problema con al menos una probabilidad dada.

Supongamos que se tiene el problema estocástico

$$\begin{aligned} \text{Min } & \tilde{c}^t x \\ \text{s.a. } & \\ & Ax \geq \tilde{b} \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde  $A$  es una matriz de orden  $p \times q$  cuyos elementos  $\tilde{a}_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ ,  $j = 1, 2, \dots, q$  pueden o no ser variables aleatorias,  $x$  es vector de variables de decisión,  $\tilde{b}$  es una variable aleatoria con función de probabilidad conocida.

Utilizando la programación con restricciones probabilísticas para la transformación de las restricciones estocásticas del problema 2.1, se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \text{Min} \quad \tilde{c}^t x \\
& \text{s.a.} \\
& P(Ax \geq \tilde{b}) \geq \alpha \\
& x \geq 0
\end{aligned} \tag{2.2}$$

donde  $\alpha$  es un vector donde cada componente  $\alpha_i \in (0, 1)$  e indica el nivel de probabilidad con el que cada restricción deben ser satisfecha.

Para realizar la transformación de las restricciones estocásticas a su determinista equivalente se distinguen dos casos: fijar la misma probabilidad para cada una de las restricciones o fijar diferente probabilidad en cada restricción.

Para el caso en el que se fija una misma probabilidad para todas las restricciones que presentan incertidumbre, se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
P(\tilde{a}_1 x \geq \tilde{b}) &\geq \alpha \\
P(\tilde{a}_2 x \geq \tilde{b}) &\geq \alpha \\
&\vdots \\
P(\tilde{a}_p x \geq \tilde{b}) &\geq \alpha
\end{aligned}$$

Para el caso en el que se fijan diferentes probabilidades las restricciones son de la forma:

$$\begin{aligned}
P(\tilde{a}_1 x \geq \tilde{b}) &\geq \alpha_1 \\
P(\tilde{a}_2 x \geq \tilde{b}) &\geq \alpha_2 \\
&\vdots \\
P(\tilde{a}_p x \geq \tilde{b}) &\geq \alpha_p
\end{aligned}$$

El análisis de la transformación de las restricciones estocásticas en su determinista equivalente depende de las características que presenten dichas

restricciones: es decir si el coeficiente técnico ( $a_i$ ) es determinista y el recurso ( $\tilde{b}_i$ ) es estocástico o si ambos son estocásticos ( $\tilde{a}_i, \tilde{b}_i$ ). Como el trabajo abordado en esta tesis el coeficiente técnico es determinista y el recurso es estocástico sólo mencionaremos los detalles para este caso. Para consultar los otros casos véase Muñoz Martos (1998).

### Coefficiente técnico determinista y recurso estocástico

Si las restricciones son de la forma

$$a_i x \geq \tilde{b}$$

su determinista equivalente, usando el método de restricciones probabilísticas, es

$$P(a_i x \geq \tilde{b}) \geq \alpha_i \tag{2.3}$$

La restricción 2.3 puede reescribirse de la siguiente forma

$$P(\tilde{b} \leq a_i x) = F_{\tilde{b}}(a_i x) \geq \alpha_i \tag{2.4}$$

donde  $F_{\tilde{b}}$  es la función de distribución de la variable aleatoria  $\tilde{b}$ .

Dado que la restricción del determinista equivalente depende de las características de la función de distribución de la variable aleatoria  $\tilde{b}$ , vamos a distinguir dos casos; el caso donde la función es estrictamente creciente y el caso donde no necesariamente es estrictamente creciente.

Para el primer caso hay que determinar un valor  $\lambda$  de tal manera que

$$\begin{aligned} P(\tilde{b} \leq a_i x) &= F_{\tilde{b}}(a_i x) \geq \alpha_i \\ &= a_i x \geq F_{\tilde{b}}^{-1}(\alpha_i) = \lambda \end{aligned}$$

Para el caso en el que la función de distribución no es creciente, sino solamente no decreciente, basta con elegir el mayor valor  $\lambda$  tal que  $F_{\tilde{b}}(\lambda) = \alpha_i$ . Así definimos  $\hat{F}_{\tilde{b}}(\theta) = \sup\{\lambda : F_{\tilde{b}}(\lambda) \leq \theta\}$ .

Y la restricción se transforma en  $a_i x \geq \widehat{F}_b^{-1}(\theta_i)$

En conclusión, podemos decir que si la restricción presenta coeficiente técnico determinista y el recurso es una variable aleatoria, la transformación de la restricción es de la forma

$$a_i x \geq F_b^{-1}(\alpha_i) \quad (2.5)$$

con  $F_b^{-1}(\alpha_i)$  la inversa de la función de distribución.

Para el caso en el que la función de distribución no es creciente, sino simplemente no decreciente, la transformación de la restricción es de la forma

$$a_i x \geq \widehat{F}_b^{-1}(\alpha_i) \quad (2.6)$$

con  $\widehat{F}_b^{-1}(\alpha_i) = \sup\{\lambda : F_b(\lambda) \leq \theta\}$

### 2.3.1 LITERATURA RELACIONADA CON LA PROGRAMACIÓN CON RESTRICCIONES PROBABILÍSTICAS

La programación con restricciones probabilísticas ha sido utilizada para modelar la incertidumbre que se presenta en ciertos problemas de la vida cotidiana. Por ejemplo en Mitra et al. (2008) se muestra un problema de cadena de suministro multiproducto, multisitio modelado usando el enfoque de restricciones probabilísticas, tomando un caso de estudio. La incertidumbre es presentada en la demanda de los centros de distribución y en el tiempo de máquina. En el trabajo se exponen las ventajas de usar el método de restricciones probabilísticas contra el enfoque de escenarios.

Otra aplicación la podemos encontrar en Li (2003), donde se desarrolla un modelo usando el método de restricciones probabilísticas para modelar un sistema de agua donde se presenta incertidumbre en la demanda de agua y en la cantidad de flujo inicial y final de un sistema de agua en las diferentes estaciones del año. El impacto de la fiabilidad del sistema y almacenamiento inicial del yacimiento, así co-

mo sus interacciones son examinados a través de un diseño factorial. Las variables son tomadas con una distribución normal de media y varianza conocida.

## 2.4 PROGRAMACIÓN MULTI OBJETIVO

La programación multiobjetivo se encarga de modelar y resolver problemas en los cuales se quiere optimizar varios objetivos a la vez, los cuales en la mayoría de los casos están en conflicto, esto es, la mejora de cualquiera empeora el valor de otro u otros.

La formulación general de un problema multiobjetivo es:

$$\begin{aligned} \text{Min } & f = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)) \\ \text{sujeto a} & \\ & x \in X \end{aligned}$$

donde  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  son las variable de decisión,  $X$  el conjunto de soluciones factibles y  $f_i$  cada uno de los objetivos. Es importante mencionar que en la mayoría de las ocasiones estos objetivos son contradictorios, por lo que entonces lo que uno trata es de minimizar “en la mejor forma posible” los diversos objetivos. Ya carece de sentido el término “solución óptima” y en la mayoría de los casos lo que se obtiene, a causa de los objetivos contradictorios, es un conjunto de soluciones. Existen varias técnicas para la resolución de problemas multiobjetivo y se clasifican en dependencia de cómo se lleve a cabo la interacción entre el analista y el centro decisor. Dichas técnicas se dividen en: técnicas con información a priori, técnicas con información a posteriori y técnicas interactivas.

Las técnicas con información a priori son aquellas en las que se incluyen las preferencias del centro decisor. En las técnicas con información a posteriori el analista resuelve primero el problema y posteriormente muestra las soluciones al centro decisor y las técnicas interactivas son aquellas en las que se tiene una interacción

constante entre el analista y el centro decisor (Coello Coello et al., 2002).

La técnica que se utiliza en esta tesis es una técnica con información a priori y la utilizamos mediante el método de programación por metas descrito a continuación.

### 2.4.1 PROGRAMACIÓN POR METAS

El origen de la Programación por Metas se puede ubicar en el artículo publicado por Charnes, Cooper y Ferguson en 1955 y posteriormente Charnes y Cooper en 1961 definen más explícitamente el término de *Programación por metas*. A principios de los años 70 se publican los primeros libros dedicados a este enfoque, cuyos autores fueron J.P. Ignizio en 1976 y S.M. Lee en 1972.

La programación por metas se ha aplicado a diferentes áreas como planeación de agricultura, manejo de portafolios, planeación de los recursos de agua, contabilidad, ingeniería y manufactura. En la literatura se pueden encontrar numerosos trabajos publicados desarrollando aspectos teóricos, aplicaciones prácticas y posibles extensiones de la programación por metas. Más adelante, se presenta una revisión bibliográfica del uso de la programación por metas.

En la programación por metas el decisor no está en condiciones de maximizar o minimizar nada. Más bien, el decisor busca que las metas se aproximen lo más posible a los niveles de aspiración fijados de antemano. Esta técnica permite incorporar información a priori.

#### **Estructura general de un modelo de programación por metas**

Antes de mostrar la estructura general para construir una meta es necesario definir algunos conceptos que son importantes. Un atributo es el valor que el centro decisor relaciona con un objetivo, el objetivo es la mejora del atributo y el nivel de aspiración es el nivel aceptable de logro del atributo. Una meta es la combinación del atributo y el nivel de aspiración. Puede decirse que las metas constituyen una especie

de restricciones blandas” que pueden violarse sin que por ello se generen soluciones imposibles. La cantidad de violación de una meta puede medirse introduciendo dos variables de desviación, una que cuantifica la falta de logro de la meta y otra que mide el exceso de cumplimiento de la meta.

Para la construcción de la meta es necesario fijar primero el atributo, posteriormente establecer el nivel de aspiración del atributo y finalmente unir el atributo con su nivel de aspiración usando las variables de desviación del atributo.

Por ejemplo para el  $i$ -ésimo atributo tenemos la siguiente meta:

$$f_i(x) + n_i - p_i = U_i \quad (2.7)$$

donde  $f_i(x)$  representa la expresión matemática del  $i$ -ésimo atributo,  $U_i$  el nivel de aspiración,  $n_i$  y  $p_i$  las variables de desviación negativa y positiva respectivamente. La variable de desviación negativa (defecto) cuantifica la *falta de logro* de la meta con respecto a su nivel de aspiración, mientras que la variable de desviación positiva (exceso) cuantifica el *exceso de logro* de la meta con respecto a su nivel de aspiración. Al menos una de las variables de desviación debe ser cero ya que no se puede simultáneamente sobrepasar el nivel de aspiración y quedarse por debajo de él. Cuando ambas variables de desviación son cero la meta alcanza exactamente su nivel de aspiración.

Ahora vamos a definir el concepto de variable de desviación no deseada. Una variable de desviación es no deseada cuando el centro decisor desea que la variable en cuestión alcance el valor más pequeño. Cuando la meta deriva de un atributo a maximizar, la variable no deseada será la variable de desviación negativa. Por el contrario, cuando la meta proviene de un objetivo a minimizar, la variable no deseada será la variable de desviación positiva. Finalmente, cuando se desea alcanzar exactamente el nivel de aspiración, tanto la variable de desviación positiva como la negativa son variables de desviación no deseadas. En la tabla 2.1 se resume lo dicho anteriormente.



Forma inicial de la meta	Forma de la meta transformada	Variable de desviación no deseada (a minimizar)
$f_i(x) \geq U_i$	$f_i(x) + n_i - p_i = U_i$	$n_i$
$f_i(x) \leq U_i$	$f_i(x) + n_i - p_i = U_i$	$p_i$
$f_i(x) = U_i$	$f_i(x) + n_i - p_i = U_i$	$n_i + p_i$

Tabla 2.1: Metas y variables de desviación

La programación por metas tiene varias variantes, entre las que destacan la programación por metas lexicográficas, programación por metas ponderadas, programación por metas minmax, programación por metas gráficas, etcétera. Tamiz y Jones (1995) muestran que el 64 % de las aplicaciones son resueltas por medio de la programación por metas lexicográficas, el 21 % por metas ponderadas y el resto por modelos minmax.

La formulación estandar de un problema de programación por metas es

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad p_i + n_i \\
 & \text{sujeto a:} \\
 & f_i(x) + n_i - p_i = U_i \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & g_k(x) \leq b_k \quad \forall \quad k = 1, 2, \dots, K \\
 & n_i \geq 0 \quad p_i \geq 0 \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & x \in X
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

donde  $f_i(x)$  representa el objetivo  $i$ -ésimo,  $U_i$  el nivel de aspiración asociado con el objetivo  $i$ ,  $X$  representa el conjunto de soluciones factibles,  $n_i$  es la variable de desviación negativa,  $p_i$  la variable de desviación positiva,  $g_k(x) \leq b_k$  representa las restricciones del problema.

### 2.4.2 VARIANTES DE LA PROGRAMACIÓN POR METAS

En esta sección se explican de una manera general en qué consisten tres de las principales variantes: programación por metas lexicográfica, programación por metas ponderadas y programación por metas minmax.

#### Programación por metas lexicográfica

La programación por metas lexicográfica es una de las más usadas en la literatura. Esta técnica consiste en poner por orden de prioridad las metas. En primer lugar se trata de alcanzar las metas situadas en la prioridad más alta. Una vez conseguido esto, se trata de alcanzar las metas situadas en la segunda prioridad y así sucesivamente. Las preferencias se ordenan de un modo similar a como se ordenan las palabras de un diccionario (de ahí el nombre de programación por metas lexicográficas).

Con esta técnica se construye un vector  $a = (a_1, a_2, \dots, a_k)$  donde  $a_i = f(n_i, p_i)$  con  $i = 1, 2, \dots, m$  es una función lineal de las variables de desviación no deseadas de las metas situadas en el correspondiente nivel de prioridad.

La forma general de un problema por metas lexicográfica es

$$\begin{aligned} &\text{Lexmin } a = (a_1, a_2, \dots, a_k) \\ &\text{sujeto a:} \\ &f_i(x) + n_i - p_i = U_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ &g_k(x) \leq b_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \\ &n_i \geq 0 \quad p_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ &x \in X \end{aligned} \tag{2.9}$$

El vector  $a$  se le llama vector de logro y es el que reemplaza a la función objetivo en los modelos tradicionales de programación matemática. Cada componente de la función de logro representa una función de las variables de desviación no deseadas de las metas situadas en el correspondiente nivel de prioridad. La minimización

lexicográfica del vector de logro implica minimizar ordenadamente sus componentes, es decir primero se encuentra el valor más pequeño de  $a_1$ , a continuación se busca el de  $a_2$  compatible con el valor encontrado de  $a_1$ , y así sucesivamente.

### Programación por metas ponderadas

En la variante de la programación por metas ponderadas el decisor asigna la importancia relativa a la realización de cada meta. Esta variante consiste en minimizar la suma ponderada de las variables no deseadas. La estructura general de un problema ponderado es:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \sum_{i=1}^m W_i(n_i + p_i) \\
 & \text{sujeto a:} \\
 & f_i(x) + n_i - p_i = U_i \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & g_k(x) \leq b_k \quad \forall \quad k = 1, 2, \dots, K \\
 & n_i \geq 0 \quad p_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\
 & x \in X
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

donde  $W_i$  es la importancia relativa que el decisor otorga a la realización de la meta.

### Programación por metas minmax

Esta variante es muy poco usada en la literatura, consiste en buscar la minimización de la máxima desviación entre todas las desviaciones posibles. La estructura matemática del problema es

Min  $d$

sujeto a:

$$\begin{aligned}
 \alpha_i n_i + \beta_i p_i &\leq d \\
 f_i(x) + n_i - p_i &= U_i \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 g_k(x) &\leq b_k \quad \forall \quad k = 1, 2, \dots, K \\
 x &\in X \\
 n_i \geq 0 \quad p_i &\geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, m
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

donde  $d$  es la máxima desviación posible de todas las metas,  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  son los coeficientes normalizadores y a la vez indicadores de las preferencias relativas del decisor. Por ejemplo, si en la meta  $i$ -ésima la variable de desviación no deseada fuera la  $n_i$ , entonces  $\beta_i$  tomaría el valor de cero y si la  $p_i$  fuera la variable no deseada, entonces la  $\alpha_i$  tomaría el valor cero. El problema planteado por minmax se puede resolver aplicando directamente el método simplex, siempre que el problema sea lineal.

### 2.4.3 LITERATURA RELACIONADA A LA PROGRAMACIÓN POR METAS

Con el paso de los años, el uso de la programación por metas se ha incrementado en la modelación de problemas en las diferentes áreas de aplicación. En la tabla 2.2 tomada de Jones y Tamiz (2003) se presenta una clasificación de los artículos que usan programación por metas en las diferentes áreas durante el periodo 1990 – 2000.

Es importante mencionar algunos trabajos recientes en los cuales se aplica la programación por metas. Por ejemplo en De Oliveira et al. (2003) se presenta un caso de estudio de una granja de aproximadamente 2000 hectáreas localizada en General Carneiro en Paraná Brazil para un período de tiempo de 5 años. Las áreas de esta granja deben administrarse para producir madera de pino, cosechar especies

Área de aplicación	Número de artículos	Porcentaje del total
Teórico	71	26.8
Planeación de producción	27	10.2
Manejo de recursos naturales	26	9.8
Gestión agrícola	20	7.5
Ingeniería (todo tipo)	19	7.2
Planeación y producción de energía	18	6.8
Gestión y planificación estratégica	15	5.7
Gestión ambiental	14	5.3
Transporte y distribución	11	4.2
Tecnología de la información y computación	10	3.8
Aplicaciones clásicas de IO	9	3.3
Planeación socio-económica	7	2.6
Planificación de la salud	5	1.9
Finanzas	5	1.9
Militares	4	1.5
Gestión académica	4	1.5
Total	265	100

Tabla 2.2: Una clasificación de los artículos que usan programación por metas en las diferentes áreas de aplicación.

nativas, hierba mate, pastura y para dedicarlas al turismo. Además de ello también se tiene interés en incrementar la diversidad de flora y fauna cuidando las condiciones de protección ambiental y manteniendo los empleos en la granja. El problema se modela usando programación por metas dando diferentes pesos a cada una de las metas .

En Agha (2006) se presenta un caso de estudio de la Franja de Gaza en el cual se desarrolla un modelo basado en programación por metas para el manejo de la cantidad y calidad del agua. Se presenta un modelo con restricciones de capacidad de los pozos, restricciones de demanda, balance de cloruros y nitratos. El objetivo del modelo es minimizar la cantidad presente de cloruros y nitratos en el agua usada.

El modelo fue resuelto usando Lindo 6 y la solución mostró que es factible suministrar agua para consumo humano, aún con presencia de cloruros y simultáneamente reducir el riesgo con los altos niveles de nitrato presentados.

En Gonzalez y Bravo (2009) se reporta un caso de estudio al este de España donde se presenta un modelo que ayude a la toma de decisiones de los organismos públicos del agua. Este modelo tiene por objetivo ayudar a la distribución de agua entre los agricultores y autorizar el uso de agua subterránea para el riego. El modelo presenta dos metas, la primera relacionada con la gestión agrícola y la segunda relacionada al impacto ambiental. Los niveles de aspiración son establecidos por el organismo. Se presenta paso a paso el proceso que se siguió con información estadística sobre el periodo 1941 – 2005.

### **Literatura relacionada con el uso conjunto de la programación por metas y la programación con restricciones probabilísticas**

La programación por metas se ha usado conjuntamente con la programación con restricciones probabilísticas para resolver problemas que involucran restricciones con incertidumbre y varios objetivos. Por ejemplo, en Bhattacharya (2009) se presenta un modelo el cual es usado para decidir el número de anuncios publicitarios

en diferentes medios de comunicación y la asignación óptima del presupuesto asignado a los diferentes medios de comunicación. El objetivo del problema es maximizar el alcance de la publicidad dentro del presupuesto máximo permitido sin violar el número máximo y mínimo de anuncios permitidos. El modelo fue diseñado de tal manera que los anuncios sean vistos por los posibles compradores. Las variables aleatorias son consideradas con distribución normal de media y desviación estándar conocidas. Se presenta un caso de estudio para mostrar la metodología de solución.

## 2.5 CADENA DE SUMINISTRO

Al paso de los años mucha gente ha enfocado su atención en la eficiencia y efectividad del diseño y manejo de cadenas de suministros, ya que el resultado de las empresas depende en gran medida de esto, pero ¿qué es una cadena de suministro?, ¿cómo se define una cadena de suministro?. En la literatura se pueden encontrar numerosas definiciones de lo que es una cadena de suministro (inglés: *supply chain*). En Hokey y Gengui (2002) definen una cadena de suministro como un sistema integral, el cual sincroniza una serie de procesos en el orden de adquirir materia prima, transformar esta materia prima en productos terminados y distribuir los productos a los clientes o mercados. En Tsiakis et al. (2001) la definen como una red de instalaciones que mejora diversas funciones tales como obtención de materiales, la transformación de éstos en productos intermedios y terminados, y la distribución de productos a los clientes. En Santoso et al. (2005) la definen como una red de proveedores, plantas de fabricación, depósitos y canales de distribución organizadas para adquirir materia prima, convertirla en productos acabados y distribuirlos a los clientes.

En general una cadena de suministro se compone de proveedores, sitios de producción, sitios de almacenamiento y clientes tal y como se muestra en la figura 2.1 tomada de Cardona Valdés (2009). Su complejidad se basa en el número de niveles que ésta presente. Su objetivo principal es coordinar el flujo de materiales de tal

forma que satisfaga las necesidades de los clientes e incremente la competitividad, es decir que se entreguen los productos apropiados en el lugar correcto y en el tiempo exacto, al precio requerido y con el menor costo posible.

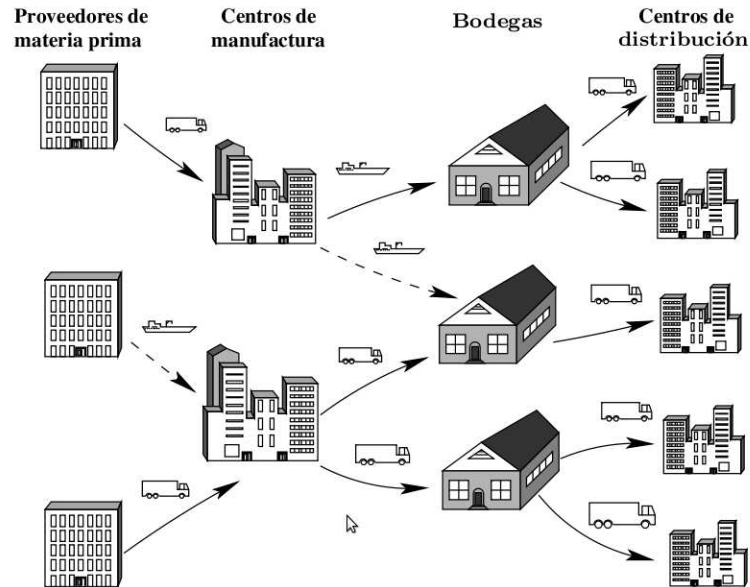


Figura 2.1: Esquema de una cadena de suministro

Existen varias clasificaciones para la modelación de cadenas de suministro. Una de ellas es la propuesta por Hokey y Gengui (2002) quienes consideran cuatro categorías.

1. Deterministas: Asumen que todos los parámetros del modelo son conocidos.
2. Estocásticas: Presentan incertidumbre y variabilidad en los parámetros.
3. Híbridas: Presentan características de las dos anteriores. Estos modelos incluyen teoría de inventarios y simulación.
4. Manejadas por tecnología de la información (TI): Integran y coordinan varias fases de la planeación de la cadena de suministro en un tiempo real, usando aplicaciones de software de tal manera que se pueda mejorar la visibilidad a través de la cadena de suministro.



En el figura 2.2 se muestra las subdivisiones de cada una de las categorías.

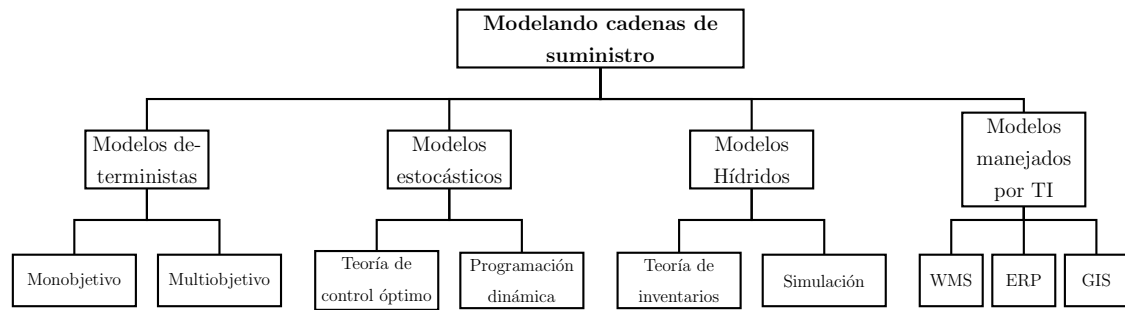


Figura 2.2: Taxonomía de los modelos de cadena de suministro

Las actividades de planeación de una cadena de suministro se clasifican de acuerdo al horizonte de planeación en estrategias competitivas, planes tácticos y rutinas operacionales (Gupta y Maranas, 2003). Las estrategias competitivas incluyen las decisiones de localización y alojamiento, planeación de la demanda, planeación de los canales de distribución, desarrollo de productos nuevos y reestructuración de la red. Los planes tácticos incluyen la planeación de inventarios, coordinación de la producción y distribución, consolidación de la orden de entrega, manipulación del material y selección del equipo. Y las rutinas operacionales incluyen la asignación y horario de vehículos, horario de trabajo, mantenimiento de registro y empaquetamiento.

Una cadena de suministro exitosa entrega al cliente final el producto apropiado en el lugar correcto y en el tiempo exacto, al precio requerido y con el menor costo posible.

### Cadenas de suministro deterministas y estocásticas

Una cadena de suministro determinista es aquella en la que todos los parámetros son conocidos. En la literatura se pueden encontrar muchas aplicaciones de este tipo de cadenas ya sean con un solo objetivo o bien con múltiples objetivos (ver apartado 2.5.1).

Una cadena de suministro estocástica o con incertidumbre es aquella en la

que se presenta aleatoriedad en ciertos parámetros. Generalmente la aleatoriedad se presenta en los costos de distribución o producción y en la demanda de los productos. La representación de los parámetros inciertos es la característica clave que distingue entre los diversos métodos que manejan la incertidumbre.

### 2.5.1 LITERATURA RELACIONADA CON CADENAS DE SUMINISTRO

El estudio y manejo de las cadenas de suministro se ha incrementado en los últimos años tanto en la academia como en la práctica. En la literatura se pueden encontrar trabajos que consideran un solo objetivo (Wafa et al., 2006), o múltiples objetivos, en la que incorporan incertidumbre (Cardona Valdés, 2009) o es modelada de manera determinista (Azaron et al., 2008; Guillén et al., 2005).

Por mencionar algunos de los muchos trabajos existentes en la literatura tenemos el trabajo de Gupta y Maranas (2003) donde incorporan la incertidumbre que presenta la demanda a través del enfoque de distribución, la demanda es modelada con una distribución normal con media y desviación estándar específicas. El problema que presentan consiste en determinar el óptimo de abastecimiento y asignación de recursos limitados de una empresa para su manufactura, satisfaciendo la demanda del mercado a un costo mínimo. El modelo considera múltiples sitios de producción y múltiples productos para manufacturar. Las decisiones del proceso de mercado a un nivel táctico se descomponen en dos fases: la fase de manufactura y la fase de logística. La fase de manufactura se enfoca en la asignación de la capacidad de producción de los sitios de producción para determinar las políticas óptimas de producción. La fase de logística se encarga de las actividades de post-producción como el manejo de inventario y satisfacción de la demanda.

El problema es modelado a través de la programación estocástica de dos estados. Las variables de manufactura son consideradas en el primer estado (aquí y ahora), mientras las decisiones de logística son modeladas en el segundo estado (esperar y ver). La función objetivo se compone de dos términos: el primer término

captura los costos de manufactura y el segundo cuantifica los costos de las decisiones de logística el cual es obtenido aplicando el operador esperanza. Se presenta un ejemplo numérico de seis sitios de producción, treinta productos agrupados en familias de diez cuya demanda presenta una distribución normal.

En Tsiakis et al. (2001) se presenta una cadena de suministro compuesta de sitios de manufactura fijos, bodegas y centros de distribución y un número fijo de clientes. El problema se modela a través de programación lineal entera mixta. Las decisiones a tomar incluyen el número, ubicación y capacidad de las bodegas y centros de distribución que pueden ser abiertos, los medios de transporte utilizados entre ellos, los flujos y producción de los materiales. El objetivo es minimizar el costo total de la operación. Se presenta un caso de estudio con y sin incertidumbre en la demanda del producto con tres escenarios equiprobables, 14 productos, 18 ubicaciones de clientes y 6 ubicaciones de centros de distribución.

En Santoso et al. (2005) se cita el trabajo de MirHassani et al. (2000) en el que considera un modelo de dos estados para la planeación multiperíodo de la capacidad de una cadena de suministro. Las decisiones del primer estado (apertura y cierre de las plantas, centros de distribución y establecer los niveles de capacidad) deben ser resueltas antes de la realización de la demanda, basándose en el enfoque por escenarios. La producción y distribución son decisiones que deberan tomarse de manera óptima. El objetivo es minimizar el costo de las decisiones de primer estado, el costo de la producción esperada y el costo de distribución sobre la incertidumbre de los escenarios de la demanda. Se utiliza descomposición de Benders para resolver el problema y presenta resultados computacionales con una instancia de 8 plantas, 15 centros de distribución, 30 clientes y 100 escenarios.

En Santoso et al. (2005) se presenta un modelo de programación estocástica y un algoritmo de solución para problemas de diseño de cadenas de suministro a escalas reales. La metodología que usan es aproximación de la muestra promedio con un algoritmo de descomposición de Benders acelerado para soluciones de computo rápidas a problemas de diseño de cadena de suministro a gran escala con un número

grande de escenarios. El estudio computacional se hace en dos casos reales para ver la significancia de los modelos estocásticos así como para probar la eficiencia de la estrategia propuesta. La incertidumbre se presenta en la demanda y en las capacidades de las instalaciones, con función de distribución normal logarítmica.

En Ayuso et al. (2003) se propone una heurística branch and fix para resolver un problema de diseño de cadena de suministro de dos estados. Los resultados computacionales involucran instancias de 6 plantas, 12 productos, 24 clientes y 23 escenarios.

En Guillén et al. (2005) modelan un problema de diseño de cadena de suministro en el que proponen una metodología de programación estocástica basada en un modelo de re-curso para incorporar la incertidumbre asociada a la demanda dentro del proceso de diseño (representada por un conjunto de escenarios de probabilidad dada). Plantean además un problema biobjetivo en el que se maximiza la ganancia y simultáneamente se maximiza el nivel de servicio al cliente (satisfacción de la demanda) y es resuelto mediante el método de la  $\varepsilon$ -restricción. Los autores resuelven un caso de estudio mediante Cplex, compuesto por 4 ubicaciones potenciales para las plantas y 5 para las bodegas, 3 productos diferentes y 11 centros de distribución.

En cuanto a cadenas de suministro multiobjetivo podemos mencionar el trabajo de Escudero et al. (1999) donde se presenta el caso de una cadena de suministro en el sector automotriz. La incertidumbre es modelada a través de escenarios y el problema es resuelto a través de descomposición lagrangiana aumentada y descomposición de Benders. Los autores justifican la utilización de estos procedimientos ya que se adaptan a los entornos de computación en paralelo. La incertidumbre se presenta en la demanda, disponibilidad de los componentes, costos unitarios de los componentes y costo unitario de producción. Se consideran tres objetivos: a) Minimizar los costos de obtención y producción estándar así como los costos de posesión y la penalización por demanda no atendida. b) Minimizar los pedidos pendientes ponderados máximos de cualquier producto en cualquier periodo para obtener una producción equilibrada.

c) Minimizar los pedidos pendientes ponderados y la demanda pérdida.

En Cardona Valdés (2009) se presenta un problema biobjetivo de cadena de suministro compuestas de plantas, bodegas y centros de distribución. La demanda de los centros de distribución se considera como variable aleatoria y se modela a través de escenarios.

## CAPÍTULO 3

# PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

---

En este capítulo se describe a detalle el problema a tratar así como su modelación matemática.

### 3.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El problema que se aborda en este trabajo se basa en un diseño de cadena de suministro de dos niveles compuesta de plantas, bodegas y centros de distribución. El producto es enviado de las plantas a las bodegas en el primer nivel y de las bodegas a los centros de distribución en el segundo nivel usando diferentes medios de transporte tal como se muestra en la figura 3.1.

El número de plantas y sus capacidades son fijas, así como el número de centros de distribución. Cada centro de distribución tiene asociada una demanda, la cual se presenta como una variable aleatoria con distribución de probabilidad conocida. Se tiene un conjunto potencial de bodegas a abrir, las cuales tienen asignada una capacidad fija y un costo fijo por abrirse. Se dispone de varios medios de transporte para trasladar el producto a lo largo de la cadena. Estos medios de transporte dependen de dos parámetros: costo y tiempo, los cuales están correlacionados negativamente.

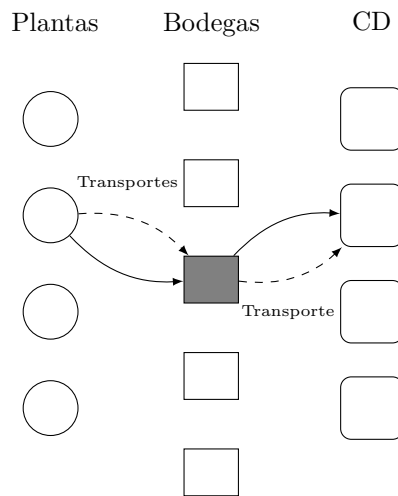


Figura 3.1: Diseño de una cadena de suministro de dos niveles y varios medios de transporte

Las decisiones que se deben tomar son cuántas y cuáles bodegas abrir, determinar qué medios de transporte usar a lo largo de la cadena y la cantidad de producto a enviar de plantas a bodegas y de bodegas a centros de distribución.

Los objetivos del problema son minimizar el costo de la operación y minimizar el tiempo máximo de traslado a lo largo de la cadena, cumpliendo con ciertas restricciones que posteriormente se explican.

Previo a la formulación del problema se definirá la notación usada, así como los parámetros y variables que intervienen en la misma.

## 3.2 NOTACIÓN

### Conjuntos

$I$	conjunto de plantas $i$
$J$	conjunto potencial de bodegas $j$
$K$	conjunto de centros de distribución $k$
$LP_{ij}$	conjunto de arcos $\ell$ entre los nodos $i$ y $j$ . Cada arco representa un medio de transporte entre el nodo $i$ y $j$
$LW_{jk}$	conjunto de arcos $\ell$ entre los nodos $j$ y $k$ . Cada arco representa un medio de transporte entre el nodo $j$ y $k$

### Parámetros

$CP_{ij\ell}$	costo por transportar una unidad de producto de la planta $i$ a la bodega $j$ utilizando el medio de transporte $\ell$
$CW_{jkl}$	costo por enviar una unidad de producto de la bodega $j$ al centro de distribución $k$ utilizando el medio de transporte $\ell$
$TP_{ij\ell}$	tiempo de transportar cualquier cantidad de producto de la planta $i$ a la bodega $j$ utilizando el transporte $\ell$
$TW_{jkl}$	tiempo de transportar cualquier cantidad de producto de la bodega $j$ al centro de distribución $k$ utilizando el transporte $\ell$
$MP_i$	capacidad de la planta $i$
$MW_j$	capacidad de la bodega $j$
$CF_j$	costo fijo por abrir la bodega $j$
$\tilde{b}_k$	demanda del centro de distribución $k$ , variable continua
$F_{\tilde{b}_k}^-$	función de distribución de la variable aleatoria $\tilde{b}_k$



VARIABLES DE DECISIÓN

- $Z_j$  variable binaria igual a uno si la bodega  $j$  se abre e igual a cero en otro caso
- $A_{ij\ell}$  variable binaria igual a uno si el servicio  $\ell$  se usa para transportar producto de la planta  $i$  a la bodega  $j$  e igual a cero en otro caso
- $B_{jk\ell}$  variable binaria igual a uno si el servicio  $\ell$  se usa para transportar producto de la bodega  $j$  al centro de distribución  $k$  e igual a cero en otro caso
- $X_{ij\ell}$  cantidad transportada de la planta  $i$  a la bodega  $j$  utilizando el transporte  $\ell$
- $Y_{jk\ell}$  cantidad transportada de la bodega  $j$  al centro de distribución  $k$  utilizando el transporte  $\ell$

### 3.3 FORMULACIÓN DEL MODELO BIOBJETIVO

A continuación se presenta la formulación matemática del problema, los objetivos que se persiguen y las restricciones a las que está sujeto.

#### 3.3.1 OBJETIVOS

Se tiene un problema de cadena de suministro biobjetivo en el que se quiere minimizar el costo de la operación y el tiempo máximo de trasladar el producto a lo largo de la cadena. El costo de operar la cadena se compone de la suma del costo fijo por abrir las bodegas y el costo por transportar producto a lo largo de ella. Los objetivos están en conflicto, ya que a menor costo implica un mayor tiempo y viceversa a menor tiempo implica un mayor costo.

Matemáticamente el costo de operar la cadena se expresa como:

$$\sum_{j \in J} CF_j Z_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LP_{ij}} CP_{ij\ell} X_{ij\ell} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{\ell \in LW_{jk}} CW_{jk\ell} Y_{jk\ell} \quad (3.1)$$

y el tiempo máximo a lo largo de ella se expresa como:

$$\max_j (\max_{i,\ell} (TP_{ij\ell} A_{ij\ell}) + \max_{k,\ell} (TW_{jk\ell} B_{jk\ell})) \quad (3.2)$$

Observe que la función del tiempo no es lineal. Con el propósito de linealizarla, se introducen las siguientes variables auxiliares (Olivares, 2007).

Variables auxiliares

$T$  variable auxiliar igual al tiempo máximo que toma enviar producto desde cualquier planta hasta cualquier centro de distribución

$Q_j^1$  variable auxiliar igual al tiempo máximo en el primer nivel de la cadena de suministro para una bodega activa  $j$ , es decir  $Q_j^1 = \max(TP_{ij\ell} A_{ij\ell})$

$Q_j^2$  variable auxiliar igual al tiempo máximo en el segundo nivel de la cadena de suministro para una bodega activa  $j$ , es decir  $Q_j^2 = \max(TW_{jk\ell} B_{jk\ell})$

De esta manera la función del tiempo se redefine como  $T$  sujeta a las restricciones

$$T - Q_j^1 - Q_j^2 \geq 0 \quad \forall j \in J$$

$$Q_j^1 - TP_{ij\ell} A_{ij\ell} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, \ell \in LP_{ij}$$

$$Q_j^2 - TW_{jk\ell} B_{jk\ell} \geq 0 \quad \forall j \in J, k \in K, \ell \in LW_{jk}$$

Por consiguiente, los objetivos del problema quedan expresados matemáticamente como:

$$\text{Min } f_1 = \sum_{j \in J} CF_j Z_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LP_{ij}} CP_{ij\ell} X_{ij\ell} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{\ell \in LW_{jk}} CW_{jkl} Y_{jkl}$$

$$\text{Min } f_2 = T$$

### 3.3.2 RESTRICCIONES

Las restricciones a las que esta sujeto el problema son:

$$\sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \geq \tilde{b}_k \quad \forall k \in K \quad (\text{R.1})$$

$$T - Q_j^1 - Q_j^2 \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.2})$$

$$Q_j^1 - TP_{ij\ell} A_{ij\ell} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, \ell \in LP_{ij} \quad (\text{R.3})$$

$$Q_j^2 - TW_{jkl} B_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J, k \in K, \ell \in LW_{jk} \quad (\text{R.4})$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} B_{jkl} = 1 \quad \forall k \in K \quad (\text{R.5})$$

$$\sum_{\ell \in LP_{ij}} A_{ij\ell} \leq 1 \quad \forall i \in I, j \in J \quad (\text{R.6})$$

$$\sum_{\ell \in LW_{jk}} B_{jkl} \leq 1 \quad \forall j \in J, k \in K \quad (\text{R.7})$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{\ell \in LP_{ij}} A_{ij\ell} - Z_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.8})$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LP_{ij}} X_{ij\ell} \leq MP_i \quad \forall i \in I \quad (\text{R.9})$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{\ell \in LP_{ij}} X_{ij\ell} - \sum_{k \in K} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} = 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.10})$$

$$MW_j Z_j - \sum_{k \in K} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.11})$$

$$MP_i A_{ij\ell} - X_{ij\ell} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, \ell \in LP_{ij} \quad (\text{R.12})$$

$$MW_j B_{jkl} - Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J, k \in K, \ell \in LW_{jk} \quad (\text{R.13})$$

$$T, Q_j^1, Q_j^2, X_{ij\ell}, Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, \quad (\text{R.14})$$

$$\ell \in LP_{ij}, \ell \in LW_{jk}$$

$$Z_j, A_{ij\ell}, B_{jkl} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, \quad (\text{R.15})$$

$$\ell \in LP_{ij}, \ell \in LW_{jk}$$

La restricción (R.1) establece la satisfacción de la demanda de cada centro de distribución. Las restricciones (R.2), (R.3) y (R.4) corresponden a la linealización del tiempo. En la (R.5) se establece que cada centro de distribución sea abastecido por una sola bodega. Las restricciones (R.6) y (R.7) son para indicar que debe seleccionarse a lo mucho un medio de transporte de la planta  $i$  a la bodega  $j$  y de igual manera de la bodega  $j$  al centro de distribución  $k$ . La restricción (R.8) establece que una bodega no debe abrirse si no tiene arcos incidentes en ella. La restricción (R.9) asegura que no se exceda la capacidad de las plantas. La restricción (R.10) mantiene el balance de flujo en las bodegas, es decir todo el flujo que entra en la bodega debe salir. La restricción (R.11) establece que el flujo que sale de las bodegas no exceda su capacidad y al mismo tiempo requiere que el flujo del producto se haga a través de las bodegas abiertas. El conjunto de restricciones (R.12), (R.13) establece que el envío de producto se haga a través de los arcos activos (los que están abiertos). La restricción (R.14) denota las variables que están condicionadas a ser positivas mientras que la restricción (R.15) indica las variables que son binarias.

### **Transformación del modelo a uno de programación con restricciones probabilísticas**

Recordemos que la demanda de los centros de distribución es una variable aleatoria con distribución de probabilidad conocida y que la restricción que nos modela la satisfacción de la demanda es la R.1, cuya formulación no es determinista. Para transformarla a su determinista equivalente usaremos el método de restricciones probabilísticas descrito en la sección 2.3.

Para poder hacer dicha transformación es necesario conocer el nivel de probabilidad con el que se desea satisfacer la demanda de cada centro de distribución. Este nivel de probabilidad puede ser el mismo para cada centro de distribución o puede ser diferente, dependiendo de las preferencias del decisor.

Definamos por  $\alpha_k$  la probabilidad con el que se desea satisfacer la demanda del centro de distribución  $k$ . Entonces la restricción R.1 se convierte en

$$P \left( \sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \geq \tilde{b}_k \right) \geq \alpha_k \quad \forall k \in K$$

Y haciendo los cálculos necesarios para transformar la restricción estocástica en su determinista equivalente obtenemos:

$$\begin{aligned} P \left( \sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \geq \tilde{b}_k \right) &= P \left( \tilde{b}_k \leq \sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \right) \\ &= F_{\tilde{b}_k} \left( \sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \right) \end{aligned}$$

donde  $F_{\tilde{b}_k}$  es la función de distribución de la variable aleatoria  $\tilde{b}_k$ . Por tanto

$$F_{\tilde{b}_k} \left( \sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \right) \geq \alpha_k \quad \forall k \in K$$

De donde se concluye que

$$\sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \geq F_{\tilde{b}_k}^{-1}(\alpha_k) \quad \forall k \in K \quad (3.3)$$

y  $F_{\tilde{b}_k}^{-1}$  es definida como la inversa de la función de distribución de la variable aleatoria.

La restricción R.1 es sustituida por la ecuación 3.3 y el modelo biobjetivo queda como:

$$\text{Min } f_1 = \sum_{j \in J} CF_j Z_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{\ell \in PL_{ij}} CP_{ij\ell} X_{ij\ell} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{\ell \in PL_{ij}} CW_{jkl} Y_{jkl}$$

$$\text{Min } f_2 = T$$

sujeto a:

$$\sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \geq F_{b_k}^{-1}(\alpha_k) \quad \forall k \in K \quad (\text{R.1})$$

$$T - Q_j^1 - Q_j^2 \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.2})$$

$$Q_j^1 - TP_{ij\ell} A_{ij\ell} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, \ell \in LP_{ij} \quad (\text{R.3})$$

$$Q_j^2 - TW_{jkl} B_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J, k \in K, \ell \in LW_{jk} \quad (\text{R.4})$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LW_{jk}} B_{jkl} = 1 \quad \forall k \in K \quad (\text{R.5})$$

$$\sum_{\ell \in LP_{ij}} A_{ij\ell} \leq 1 \quad \forall i \in I, j \in J \quad (\text{R.6})$$

$$\sum_{\ell \in LW_{jk}} B_{jkl} \leq 1 \quad \forall j \in J, k \in K \quad (\text{R.7})$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{\ell \in LP_{ij}} A_{ij\ell} - Z_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.8})$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{\ell \in LP_{ij}} X_{ij\ell} \leq MP_i \quad \forall i \in I \quad (\text{R.9})$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{\ell \in LP_{ij}} X_{ij\ell} - \sum_{k \in K} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} = 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.10})$$

$$MW_j Z_j - \sum_{k \in K} \sum_{\ell \in LW_{jk}} Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.11})$$

$$MP_i A_{ij\ell} - X_{ij\ell} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, \ell \in LP_{ij} \quad (\text{R.12})$$

$$MW_j B_{jkl} - Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J, k \in K, \ell \in LW_{jk} \quad (\text{R.13})$$

$$T, Q_j^1, Q_j^2, X_{ij\ell}, Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, \ell \in LP_{ij}, \ell \in LW_{jk} \quad (\text{R.14})$$

$$Z_j, A_{ij\ell}, B_{jkl} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, \ell \in LP_{ij}, \ell \in LW_{jk} \quad (\text{R.15})$$

---

Notese que este modelo ya es un modelo biobjetivo determinista, sin embargo, es importante aclarar que el calculo de  $F_{\tilde{b}_k}^{-1}(\alpha_k)$  está en función de la distribución que presente la variable aleatoria  $\tilde{b}_k$ .

## CAPÍTULO 4

# METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

---

En este capítulo se expone la metodología utilizada en la solución del problema biobjetivo de cadena de suministro con incertidumbre en los parámetros, una vez que se ha obtenido el determinista equivalente a través de la programación con restricciones probabilísticas. Fundamentalmente se muestra el modelo planteado usando la programación por metas y se ilustra utilizando una instancia pequeña.

### 4.1 MODELO DE METAS

Dado que la naturaleza del problema al que nos enfrentamos es un problema biobjetivo lo vamos a transformar a un problema monoobjetivo a través de la programación por metas. Se eligió abordar la parte multiobjetivo a través de la programación por metas debido a que ésta permite incorporar las preferencias del centro decisor y jugar con las prioridades de las metas lo que hace más manejable el problema a tratar.

Por ello nuestros objetivos se van a convertir en los atributos, el costo lo tomaremos como el atributo uno y el tiempo como el atributo dos.

Una vez definidos los atributos es necesario determinar los niveles de aspiración para cada uno de ellos. Denotaremos por  $U_c$  al nivel de aspiración del costo y por  $U_t$  al nivel de aspiración del tiempo. Posteriormente se deben introducir las variables de desviación para conectar el atributo con su nivel de aspiración. Denotamos como  $p_a$



la variable de desviación positiva (exceso) del atributo  $a$  y  $n_a$  la variable de desviación negativa (defecto) del atributo  $a$  donde  $a = \{1, 2\}$ .

Para poder definir posteriormente un valor adecuado para el nivel de aspiración de cada uno de los atributos es necesario resolver el modelo presentado en la página 36 tomando por separado los objetivos, esto es

$$\begin{array}{lll} \min f_1 & & \min f_2 \\ \text{s.a.} & \text{y} & \text{s.a.} \\ \text{(R.1) - (R.15)} & & \text{(R.1) - (R.15)} \end{array}$$

con la probabilidad de satisfacción de la demanda que establezca el decisor. Es importante aclarar que para valores diferentes de probabilidad cambian los mínimos obtenidos.

A los valores mínimos obtenidos para costo y tiempo los denotaremos como  $C_{min}$  y  $T_{min}$  respectivamente. Los niveles de aspiración  $U_c$  y  $U_t$  se tomarán entonces con un cierto porcentaje por encima de estos valores, es decir,

$$U_c = C_{min} + \text{porcentaje} * C_{min} \quad \text{y} \quad U_t = T_{min} + \text{porcentaje} * T_{min}$$

#### 4.1.1 FORMACIÓN DE LAS METAS

Por lo expuesto anteriormente los atributos relevantes de nuestro problema están basados en el costo de la operación y en el tiempo máximo de traslado del producto a lo largo de la cadena. A continuación se muestra cómo se construyeron las metas.

##### **Meta de costo**

Recordemos que el costo de la operación de la cadena está vinculado con el costo fijo de abrir las bodegas más el costo de transportar el producto en los dos

niveles de la cadena. Matemáticamente este costo se expresa como:

$$\sum_{j \in J} F_j Z_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in LP_{ij}} CP_{ijl} X_{ijl} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in LW_{jk}} CW_{jkl} Y_{jkl} \quad (4.1)$$

Agregando las variables de desviación y el nivel de aspiración a la función de costo (4.1), la meta de costo queda de la forma:

$$\sum_{j \in J} F_j Z_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in PL_{ij}} CP_{ijl} X_{ijl} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in PL_{ij}} CW_{jkl} Y_{jkl} + n_1 - p_1 = U_c \quad (4.2)$$

Como lo que se quiere es minimizar el costo de la operación, entonces lo que se desea minimizar es el exceso de costo, por lo tanto la variable no deseada es  $p_1$  y la minimización de esta variable cumple con la satisfacción de la meta. Recordemos que la variable de desviación no deseada es la variable que se desea que alcance el valor más pequeño.

### Meta de tiempo

El tiempo máximo a lo largo de la cadena es modelado por

$$T$$

Agregando las variables de desviación y el nivel de aspiración para formar la meta del tiempo, esta se representa como:

$$T + n_2 - p_2 = U_t \quad (4.3)$$

Dado que lo que se quiere es minimizar el tiempo máximo de traslado a lo largo de la cadena, la variable no deseada es la variable de exceso  $p_2$  y la minimización de esta variable cumple con la satisfacción de la meta.

#### 4.1.2 FUNCIÓN OBJETIVO DEL MODELO DE METAS

Para determinar la función objetivo o función de mérito de un problema modelado a través de la programación por metas es necesario decidir primero cuál

variante de este método se va a utilizar, ya que dependiendo de la variante elegida es la forma de la función de mérito. En el apartado 2.4.2 se explicaron tres de las principales variantes de la programación por metas.

Para nuestro problema vamos a tomar la variante de programación por metas ponderadas. Se eligió esta variante por que nos permite asignarle diferentes pesos de prioridad a las metas y generar así diferentes soluciones.

Entonces, la función objetivo de nuestro problema de metas ponderadas está compuesta por la minimización de la suma de las variables de desviación no deseadas,  $p_1$  y  $p_2$ .

$$\text{Min } p_1 + p_2 \quad (4.4)$$

Sin embargo, la expresión 4.4 no tiene mucho sentido dado que las variables de desviación no deseadas están medidas en unidades diferentes (\$, horas). La minimización de la expresión (4.4) puede producir soluciones sesgadas hacia un mayor cumplimiento de las metas con niveles de aspiración elevados. Este problema se puede evitar si en vez de minimizar una suma de desviaciones absolutas, minimizamos una suma de desviaciones porcentuales. Por lo que la expresión (4.4) se re-escibe como:

$$\text{Min } \frac{p_1}{U_c} + \frac{p_2}{U_t} \quad (4.5)$$

Como dijimos anteriormente, una de las ventajas que presenta la programación por metas es que permite incorporar las preferencias del centro decisor. Por ello la función objetivo 4.5 se convierte en

$$\text{Min } W_1 \frac{p_1}{U_c} + W_2 \frac{p_2}{U_t} \quad (4.6)$$

donde  $W_1$  representa la importancia asignada por el centro decisor a la satisfacción de la meta de costo y  $W_2$  representa la importancia asignada por el centro decisor a la satisfacción de la meta de tiempo.

El problema modelado a través de la programación por metas y utilizando el método de restricciones probabilísticas queda entonces de la siguiente forma:

$$\text{Min } W_1 \frac{p_1}{U_c} + W_2 \frac{p_2}{U_t}$$

sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{j \in J} F_j Z_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in PL_{ij}} CP_{ijl} X_{ijl} \\ + \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in PL_{ij}} CW_{jkl} Y_{jkl} + n_1 - p_1 = U_c \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K \end{aligned} \quad (\text{M.1})$$

$$T + n_2 - p_2 = U_t \quad (\text{M.2})$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{l \in LW_{jk}} Y_{jkl} \geq F_{b_k}^{-1}(\alpha_k) \quad \forall k \in K \quad (\text{R.1})$$

$$T - Q_j^1 - Q_j^2 \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.2})$$

$$Q_j^1 - TP_{ijl} A_{ijl} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, l \in LP_{ij} \quad (\text{R.3})$$

$$Q_j^2 - TW_{jkl} B_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J, k \in K, l \in LW_{jk} \quad (\text{R.4})$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{l \in LW_{jk}} B_{jkl} = 1 \quad \forall k \in K \quad (\text{R.5})$$

$$\sum_{l \in LP_{ij}} A_{ijl} \leq 1 \quad \forall i \in I, j \in J \quad (\text{R.6})$$

$$\sum_{l \in LW_{jk}} B_{jkl} \leq 1 \quad \forall j \in J, k \in K \quad (\text{R.7})$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{l \in LP_{ij}} A_{ijl} - Z_j \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.8})$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{l \in LP_{ij}} X_{ijl} \leq MP_i \quad \forall i \in I \quad (\text{R.9})$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{l \in LP_{ij}} X_{ijl} - \sum_{k \in K} \sum_{l \in LW_{jk}} Y_{jkl} = 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.10})$$

$$MW_j Z_j - \sum_{k \in K} \sum_{l \in LW_{jk}} Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J \quad (\text{R.11})$$

$$MP_i A_{ijl} - X_{ijl} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, l \in LP_{ij} \quad (\text{R.12})$$

$$MW_j B_{jkl} - Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall j \in J, k \in K, l \in LW_{jk} \quad (\text{R.13})$$

$$T, Q_j^1, Q_j^2, X_{ij\ell}, Y_{jkl} \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, \quad (\text{R.14})$$

$$\ell \in LP_{ij}, \ell \in LW_{jk}$$

$$Z_j, A_{ij\ell}, B_{jkl} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, \quad (\text{R.15})$$

$$\ell \in LP_{ij}, \ell \in LW_{jk}$$

$$n_1, n_2, p_1, p_2 \geq 0 \quad (\text{R.16})$$

donde (M.1), (M.2) son las metas de costo y tiempo respectivamente y (R.16) indica que las variables de desviación son positivas.

A través de un ejemplo se ilustra cómo se comporta la cadena de suministro al resolver el modelo de metas para diferentes valores de probabilidad en la satisfacción de la demanda y diferentes niveles de aspiración para las metas.

**Ejemplo 1:** Se trabaja con una instancia compuesta por 3 plantas, 3 bodegas, 4 centros de distribución y 2 medios de transporte. Los parámetros de capacidades y costos fijos de la instancia se muestran en el apéndice A.1. Para esta instancia la probabilidad de satisfacción de la demanda para todos los centros de distribución es la misma. La demanda de los centros de distribución se consideró como una variable aleatoria con distribución de probabilidad uniforme en el intervalo (5000, 17000). Se decidió tomar esta distribución por que nos permite obtener cualquier valor para la variable aleatoria dentro del intervalo dado.

En la tabla 4.1 se muestra la demanda que presentan los centros de distribución con las diferentes probabilidades seleccionadas, para más detalle de como se obtuvo el valor de la demanda ver apéndice B.

Probabilidad	Demanda
0.05	5 600
0.3	8 600
0.5	11 000
0.7	13 400
0.85	15 200
0.95	16 400

Tabla 4.1: Demanda para cada nivel de la probabilidad de satisfacción

En la tabla 4.2 se muestran el costo y tiempo mínimo obtenidos en la resolución de los problemas monobjetivo indicados en la sección 4.1 con las diferentes probabilidades tomadas para la satisfacción de la demanda. Recuérdese que estos valores servirán de guía para el establecimiento de los niveles de aspiración  $U_c$  y  $U_t$ .

Probabilidad	$C_{min}$	$T_{min}$
0.05	266 691	15
0.3	386 198	15
0.5	474 998	15
0.7	564 693	15
0.85	663 309	21
0.95	720 909	21

Tabla 4.2: Costo y tiempo mínimo para diferentes valores de satisfacción de la demanda

Se experimentó con diferentes niveles de aspiración, seleccionados como un cierto porcentaje por encima del costo y tiempo mínimo calculado,  $C_{min}$  y  $T_{min}$ . En las tablas 4.3 y 4.4 se muestran los diferentes niveles de aspiración de costo y tiempo respectivamente, los porcentajes con los que se experimentó para obtener los diferentes niveles de aspiración fueron 20, 35, 45 y 60.

		$U_c = C_{min} + porcentaje * C_{min}$			
Porcentaje		20	35	45	60
Probabilidad					
0.05		320 029.2	360 032.85	386 701.95	426 705.6
0.3		463 437.6	521 367.3	559 987.1	617 916.8
0.5		569 997.6	641 247.3	688 747.1	759 996.8
0.7		677 631.6	762 335.55	818 804.85	903 508.8
0.85		795 970.8	895 467.15	961 798.05	1 061 294.4
0.95		865 090.8	973 227.15	1 045 318.05	1 153 454.4

Tabla 4.3: Diferentes niveles de aspiración para el costo

Por ejemplo, para una probabilidad de satisfacción de la demanda de 0.3 y relajando los mínimos a un 20% por encima, los niveles de aspiración son 463 437.6 para el costo y 18 para el tiempo. Por otro lado, si los mínimos son relajados a un 45%, los niveles de aspiración son de 559 987.1 y 21.75 respectivamente.

		$U_t = T_{min} + porcentaje * T_{min}$			
Porcentaje		20	35	45	60
Probabilidad					
0.05		18	20.25	21.75	24
0.3		18	20.25	21.75	24
0.5		18	20.25	21.75	24
0.7		18	20.25	21.75	24
0.85		25.2	28.35	30.45	33.6
0.95		25.2	28.35	30.45	33.6

Tabla 4.4: Diferentes niveles de aspiración para el tiempo

De la tabla 4.5 a la tabla 4.10 se muestran los valores obtenidos al resolver el modelo de metas (página 42), se muestra el comportamiento del objetivo, los valores

que se obtienen para las variables de desviación y el valor del costo y tiempo con las diferentes probabilidades y niveles de aspiración tomados.

Porcentaje	obj	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$	Costo	T
20 %	0.97016	61 569	14	0	0	381 598	32
35 %	0.64014	21 565	11.75	0	0	381 598	32
45 %	0.46246	67 696	6.25	0	0	454 398	28
60 %	0.23156	27 692	4	0	0	454 398	28

Tabla 4.5: Valores con probabilidad 0.05

Porcentaje	obj	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$	Costo	T
20 %	0.96369	86 160	14	0	0	549 598	32
35 %	0.63439	28 231	11.75	0	0	549 598	32
45 %	0.46845	101 411	6.25	0	0	661 398	28
60 %	0.23703	43 481	4	0	0	661 398	28

Tabla 4.6: Valores con probabilidad 0.3

Porcentaje	obj	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$	Costo	T
20 %	0.97777	11 400	14	0	0	683 998	32
35 %	0.646 915	42 751	11.75	0	0	683 998	32
45 %	0.471264	0	10.25	4 749	0	683 998	32
60 %	0.254826	67 001	4	0	0	826 998	28

Tabla 4.7: Valores con probabilidad 0.5

Se observó, como era de esperar, que a un mayor porcentaje de relajación de los  $C_{min}$  y  $T_{min}$  se obtienen menores desviaciones con respecto al nivel de aspiración establecido. También se observó que a medida que la probabilidad de satisfacción crece, el costo de operar la cadena aumenta, lo cual es lógico ya que la demanda de los centros de distribución se incrementa, aumentando el costo de transporte y



posiblemente el uso de más bodegas. Con respecto al tiempo se observó que éste se incrementa sólo cuando el costo se queda por debajo del nivel de aspiración establecido, es decir cuando la variable de desviación  $n_1$  es diferente de cero.

Porcentaje	obj	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$	Costo	T
20 %	0.985511	140 766	14	0	0	818 398	32
35 %	0.65378	56 062	11.75	0	0	818 398	32
45 %	0.47126	0	10.25	2	0	818 803	32
60 %	0.26527	89089	4	0	0	992 598	28

Tabla 4.8: Valores con probabilidad 0.7

Porcentaje	obj	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$	Costo	T
20 %	0.42465	123 227	6.8	0	0	919 198	32
35 %	0.15524	23 731	3.65	0	0	919 198	32
45 %	0.05090	0	1.55	42 600	0	919 198	32
60 %	0	0	0	50 892	0.6	1 010 398	33

Tabla 4.9: Valores con probabilidad 0.85

Porcentaje	obj	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$	Costo	T
20 %	0.412926	123 786	6.8	0	0	988 873	32
35 %	0.144824	15 646	3.65	0	0	988 873	32
45 %	0.059030	0	1.55	7 247	0	1 038 073	32
60 %	0	0	0	68 656.4	0.6	1 084 798	33

Tabla 4.10: Valores con probabilidad 0.95

En las figuras 4.1 a 4.6 se muestra el diseño de la red con las probabilidades seleccionadas y los diferentes niveles de aspiración. Recuérdese que la instancia con la que se está experimentado tiene dos medios de transporte, la línea punteada representa el medio de transporte uno y la continua representa el medio de transporte

---

dos. En ellas se puede observar que el número de arcos en el segundo nivel de la cadena no se ve afectado, ni por la probabilidad de satisfacción de la demanda, ni por el nivel de aspiración tomado, caso contrario al primer nivel de la cadena, en donde sí influye la probabilidad de satisfacción de la cadena, lo cual ocasiona que se usen más o menos arcos. Para comprobar que lo dicho anteriormente es válido para cualquier instancia se procedió a hacer un diseño de experimentos cuyo resultado es mostrado en el capítulo 5.

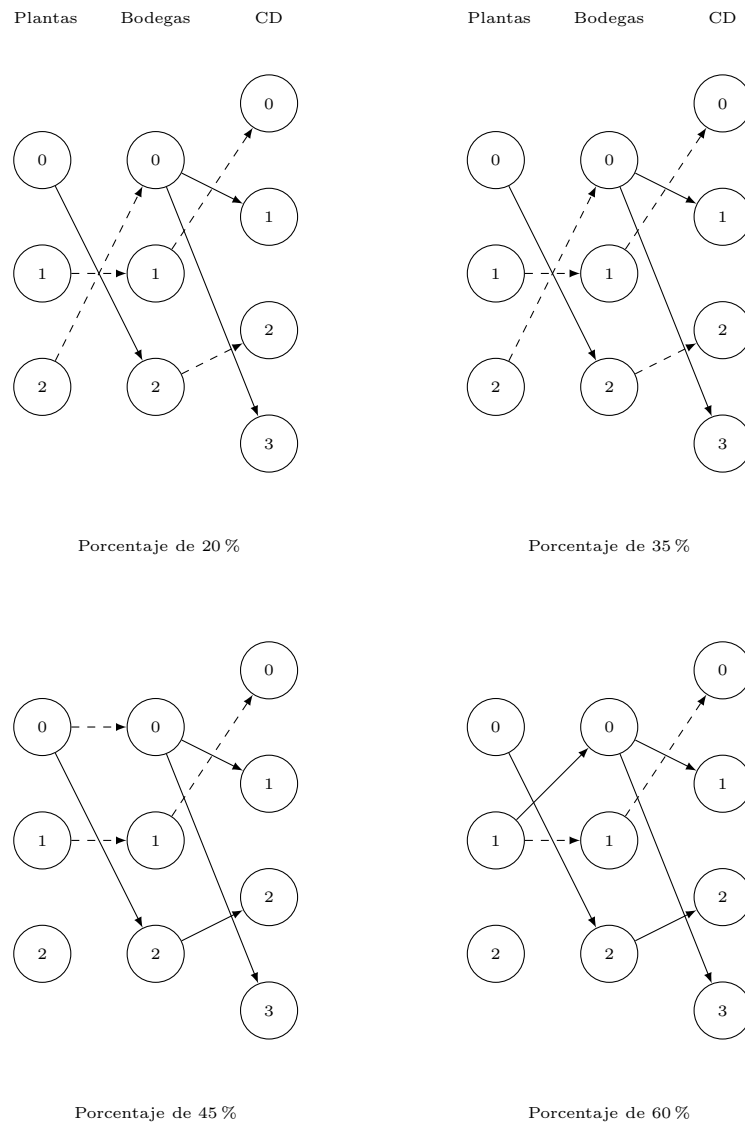


Figura 4.1: Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.05 y diferentes niveles de aspiración

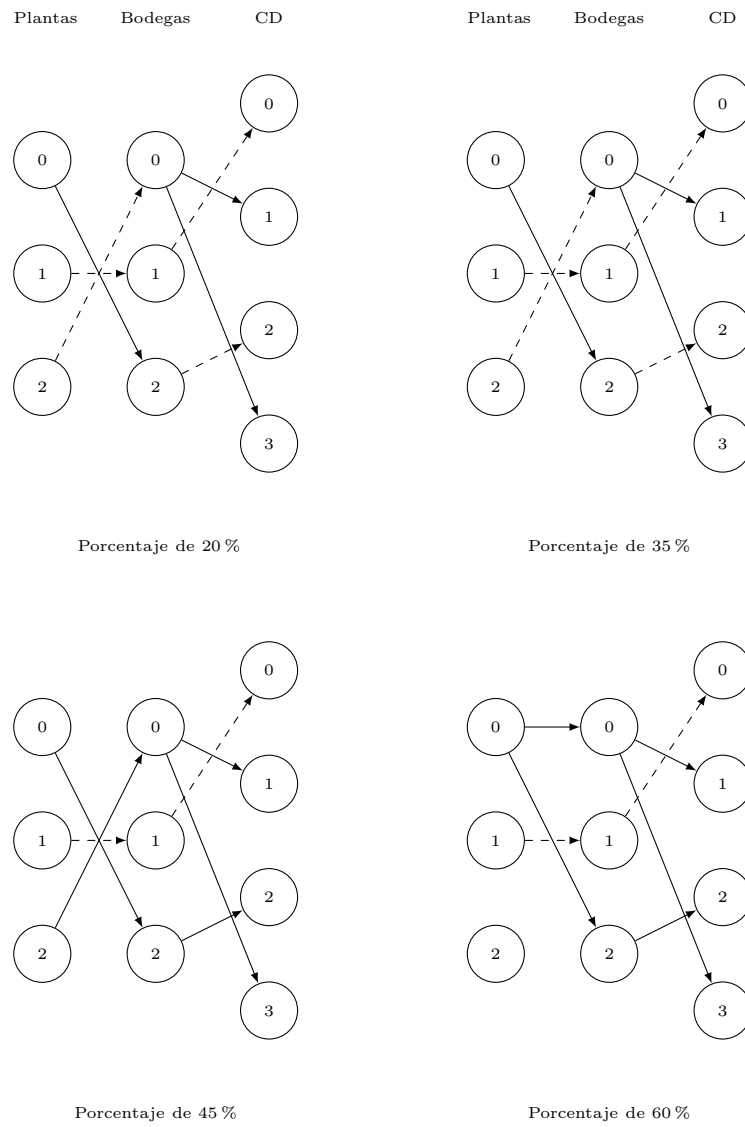


Figura 4.2: Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.3 y diferentes niveles de aspiración

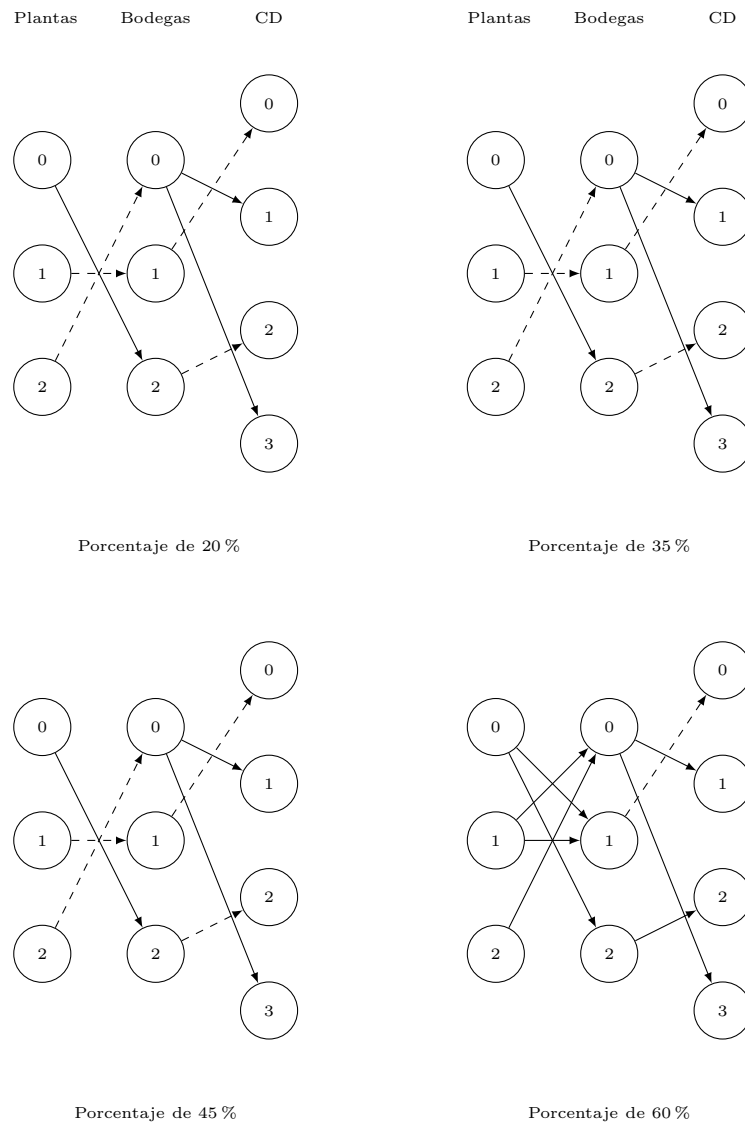


Figura 4.3: Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.5 y diferentes niveles de aspiración

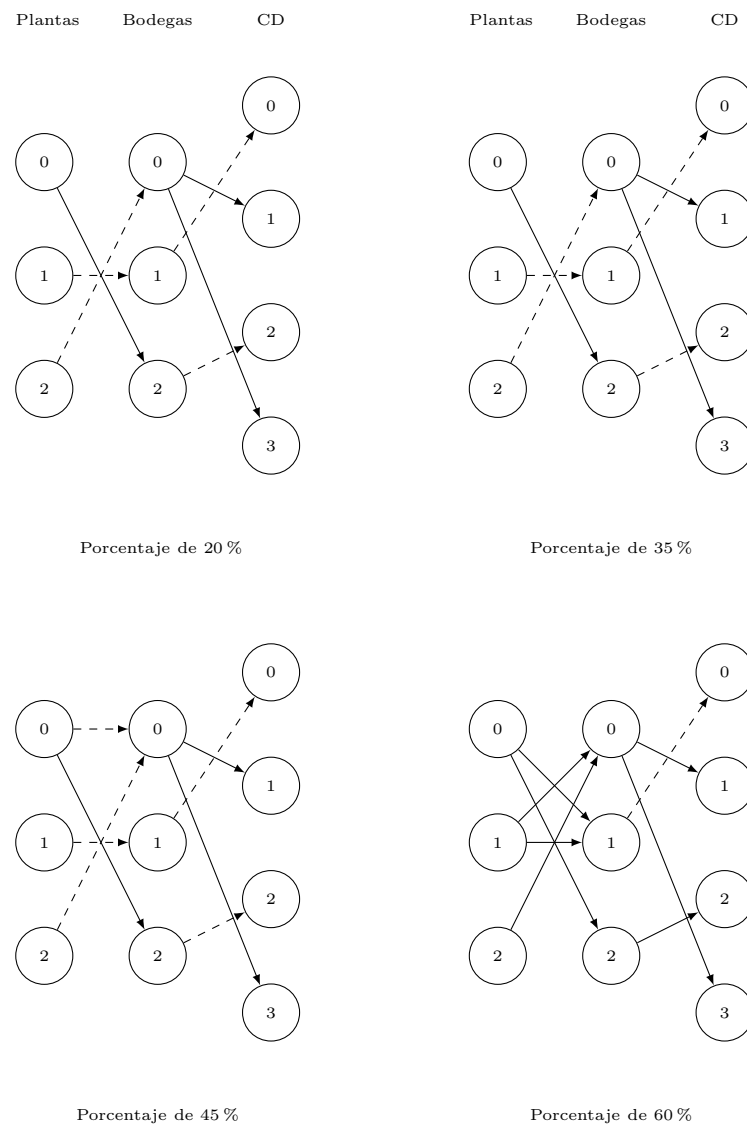


Figura 4.4: Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.7 y diferentes niveles de aspiración

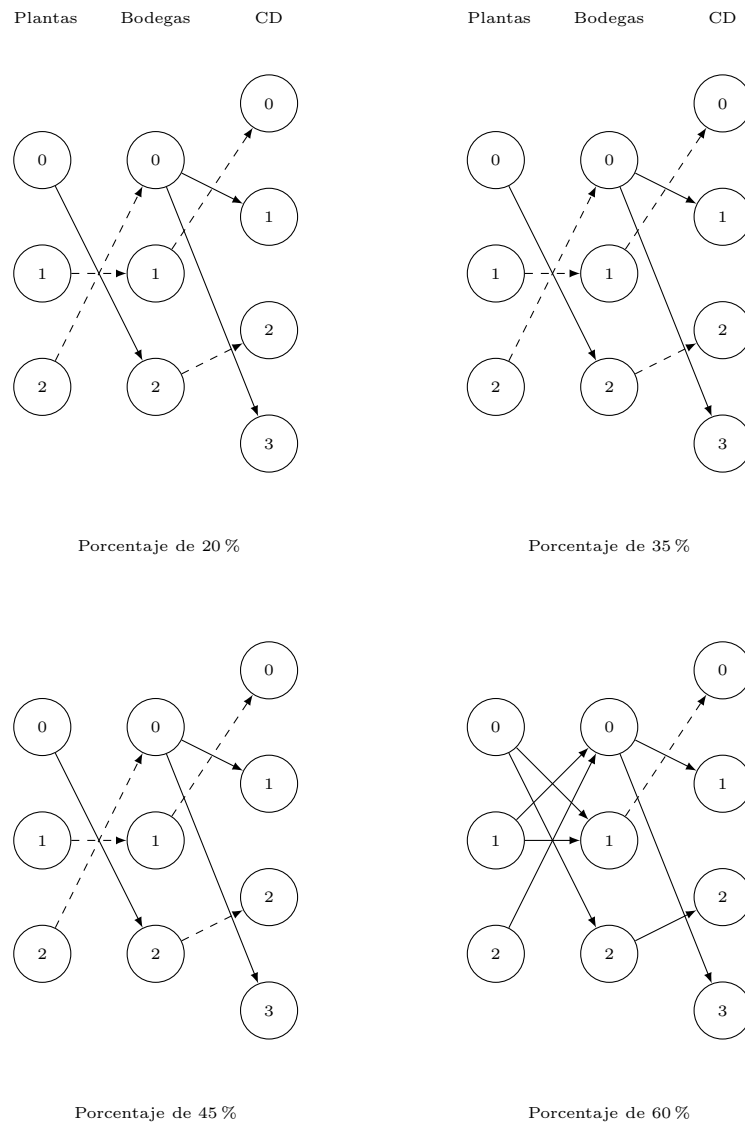


Figura 4.5: Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.85 y diferentes niveles de aspiración

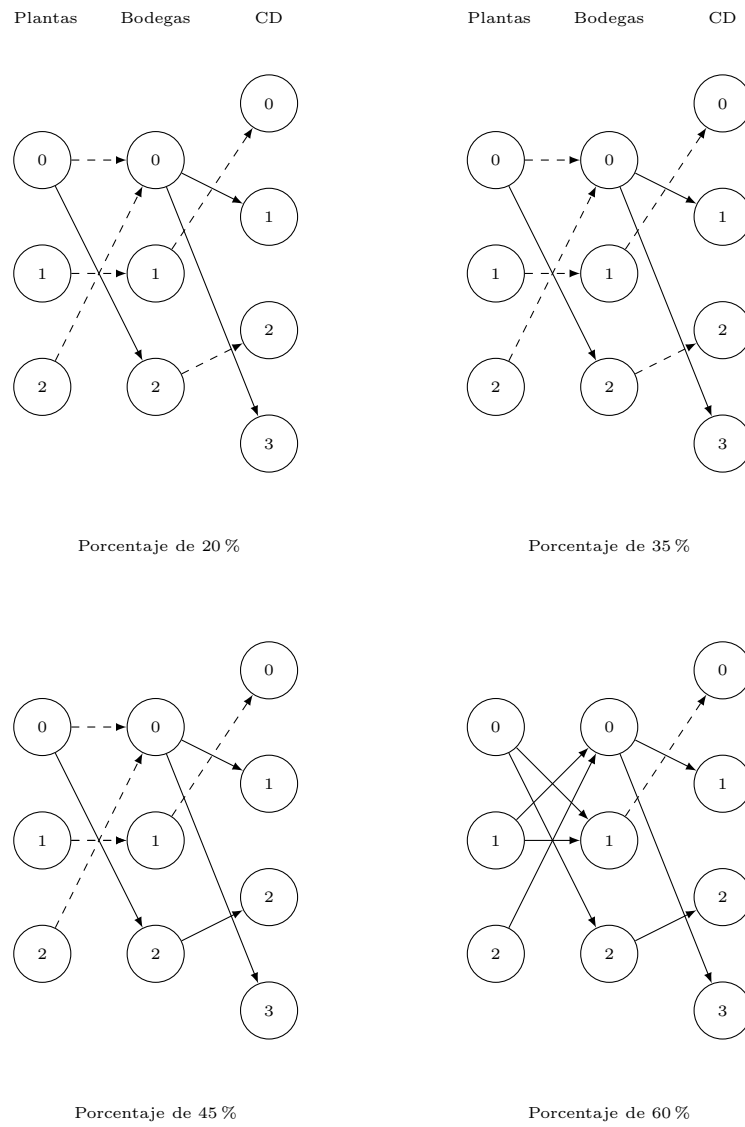


Figura 4.6: Solución de instancia 1 con probabilidad de 0.95 y diferentes niveles de aspiración



## CAPÍTULO 5

# EXPERIMENTACIÓN

---

En este capítulo se describe la experimentación computacional realizada con el propósito de validar el modelo propuesto, así como investigar la influencia que pudieran tener en el diseño de la red los valores de probabilidad de satisfacción de la demanda y los niveles de aspiración de las metas.

Primeramente se describe el proceso de generación de las instancias y a continuación los experimentos realizados y resultados obtenidos.

### 5.1 GENERACIÓN DE INSTANCIAS DE PRUEBA

El tamaño de las instancias de estudio está determinado por el número de plantas, bodegas, centros de distribución y medios de transporte. Se decidió que la variación de cada uno de estos parámetros fuera de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \text{Plantas} &= \{3, 5\}, & \text{Bodegas} &= \{3, 5\} \\ \text{Centros de distribución} &= \{4, 12\}, & \text{Transportes} &= \{2, 4\} \end{aligned}$$

Como ya se mencionó anteriormente, las plantas presentan una capacidad fija, las bodegas tienen un costo fijo por abrirse y una capacidad fija. Para determinar la capacidad de plantas y bodegas de las instancias de prueba se hicieron experimentos preliminares para garantizar que se obtuvieran instancias factibles para cualquier demanda que se presentara en los centros de distribución, ya que esta demanda es una

variable aleatoria con distribución de probabilidad conocida. Para la experimentación se consideró que la demanda de los centros de distribución era una variable aleatoria con distribución de probabilidad uniforme.

Los parámetros de las instancias fueron establecidos con un generador construido en lenguaje *C++* de la siguiente manera: Las capacidades de las plantas y bodegas fueron generadas de tal manera que fueran capaces de abastecer la demanda de los centros de distribución, con probabilidades bajas y altas.

A continuación se explica a detalle cómo se consideraron las capacidades de las plantas y las bodegas.

Las capacidades de las plantas se determinaron de manera aleatoria en un intervalo  $(\lceil kp \rceil, pro + kp)$ , donde  $kp = \frac{b*cd}{pl}$  y  $\lceil \delta \rceil$  indica que se toma el menor entero mayor o igual que  $\delta$ ,  $b$  es el extremo superior del intervalo de la distribución de probabilidad,  $pro$  es la media de la distribución de probabilidad,  $cd$  es el número de centros de distribución,  $pl$  el número de plantas. Tomando la capacidad de las plantas de esta manera se asegura que cada planta tenga al menos la capacidad promedio de las demandas máximas que podrían presentar los centros de distribución. Las capacidades de las bodegas también son determinadas de manera aleatoria en un intervalo  $(\lceil k \rceil b, \lceil k \rceil b + b)$ , donde  $k = \frac{cd}{bo}$ ,  $bo$  es el número de bodegas y  $b$ . Así se asegura que las bodegas tengan la capacidad suficiente para abastecer la demanda de los centros de distribución que en promedio debería abastecer.

Los costos fijos de las bodegas son generados en dependencia de las capacidades de las mismas, siguiendo la idea de Olivares (2007). Los costos y tiempos de transportar a lo largo de la cadena son generados de manera aleatoria. En el primer nivel los costos son generados en el intervalo  $(1, 25)$  y el tiempo en  $(1, 30)$  y en el segundo nivel los costos se generan en el intervalo  $(1, 40)$  y el tiempo en  $(1, 24)$ .

## Instancias

Para llevar a cabo la experimentación se eligieron ocho diferentes grupos de instancias y se generaron cinco réplicas de cada una. En la tabla 5.1 se muestra en la primera columna el número de la instancia, en la segunda columna el grupo al que pertenece, donde el primer valor indica la cantidad de plantas, seguido del número de bodegas, centros de distribución y por último el número de medios de transporte posibles a utilizar. En las columnas siguientes se presentan los nombres que se les dieron a cada una de las réplicas de las instancias.

No.	Grupo	Réplica 1	Réplica 2	Réplica 3	Réplica 4	Réplica 5
1	3 - 3 - 4 - 2	1A	1B	1C	1D	1E
2	3 - 5 - 4 - 2	2A	2B	2C	2D	2E
3	3 - 5 - 12 - 4	3A	3B	3C	3D	3E
4	3 - 3 - 12 - 4	4A	4B	4C	4D	4E
5	5 - 5 - 12 - 4	5A	5B	5C	5D	5E
6	5 - 3 - 12 - 4	6A	6B	6C	6D	6E
7	5 - 5 - 4 - 2	7A	7B	7C	7D	7E
8	5 - 3 - 4 - 2	8A	8B	8C	8D	8E

Tabla 5.1: Tamaños y nombres de las instancias

Tomando en cuenta que la demanda de los centros de distribución es modelada como una variable aleatoria con distribución conocida, para nuestra experimentación, esta variable fue tomada con una distribución uniforme de parámetros  $(a, b)$ , es decir, la demanda de cada centro de distribución puede tomar cualquier valor comprendido en el intervalo  $(a, b)$ , este valor depende de la probabilidad de satisfacción que el decisor otorga a cada centro de distribución (ver apéndice B). Los parámetros de la distribución para los diferentes grupos de instancias se muestran en la tabla 5.2.

No.	Grupo	a	b
1	3 - 3 - 4 - 2	5 000	17 000
2	3 - 5 - 4 - 2	2 000	17 000
3	3 - 5 - 12 - 4	1 000	15 000
4	3 - 3 - 12 - 4	5 000	14 000
5	5 - 5 - 12 - 4	5 000	9 000
6	5 - 3 - 12 - 4	12 000	20 000
7	5 - 5 - 4 - 2	1 000	24 000
8	5 - 3 - 4 - 2	3 000	15 000

Tabla 5.2: Parámetros de la distribución uniforme

## 5.2 DISEÑO DEL EXPERIMENTO

El objetivo del experimento desarrollado es evaluar el impacto que tiene en el diseño de la red los niveles de aspiración que se fijen para las metas, así como la probabilidad que se establezca para la satisfacción de la demanda.

Para ello se propone un diseño factorial de dos factores, cada factor con dos niveles, es decir, un diseño factorial de  $2^k$  donde  $k = 2$ . En la tabla 5.3 se muestran los factores a considerar y valores tomados en los diferentes niveles. El 20 % y 35 % es el porcentaje relajado por encima de los mínimos obtenidos para el costo y el tiempo,  $C_{min}$  y  $T_{min}$ , de cada grupo de instancias.

Factores	Nivel 1	Nivel 2
Probabilidad	0.80	0.95
Nivel de aspiración	20 %	35 %

Tabla 5.3: Factores en estudio

Las medidas de desempeño que se analizaron fueron el valor del objetivo, las

variables de desviación no deseadas, el costo y tiempo.

El primer paso para resolver el problema es por una parte, asignar el nivel de servicio, esto es, la probabilidad con la que se desea satisfacer la demanda de los centros de distribución y por otra parte definir el nivel de aspiración que se tomará para las dos metas consideradas. Entonces, para cada una de las combinaciones de valores de la tabla 5.3, se resolverán todas las instancias utilizando el modelo de metas desarrollado en la página 42.

Para la resolución del modelo de metas se utilizó Cplex 11.2, en una terminal con Procesador Sun Fire V440, de 4 procesadores UltraSparc III a 1.062 GHz con 1MB de memoria cache cada uno, 8GB de RAM Y 140 Gb de disco duro, el cual a la vez usa el método de ramificación y acotamiento (*inglés: branch and bound method*). Este método es ampliamente usado en los problemas lineales enteros de programación por metas (Schniederjans, 1995).

### 5.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS

Recordemos que para la experimentación se consideraron dos valores para la probabilidad de satisfacción de la demanda: 0.80 y 0.95. Además, consideramos que los centros de distribución tendrán la misma probabilidad de satisfacción de demanda y que el peso de importancia de ambas metas será el mismo.

Primero analizaremos cómo se comportaron las instancias con probabilidad 0.80 para los diferentes niveles de aspiración.

#### **Instancias con probabilidad 0.80**

En las tablas 5.4 y 5.5 se muestran los valores obtenidos en la solución de las instancias considerando el nivel de aspiración de las metas igual a un 20% por encima del valor mínimo calculado,  $C_{min}$  y  $T_{min}$ . En la primera columna se indica el grupo, en la segunda el nombre de la réplica, en la tercera se indica el valor objetivo

del modelo de metas y en las últimas columnas el valor de cada una de las variables de desviación.

No	Réplica	Objetivo	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
1	1A	0.53328	25 090	12	0	0
	1B	0.28155	273 543	1	0	0
	1C	0.18643	74 967	1.2	0	0
	1D	0.04136	11 813	0.4	0	0
	1E	0.42265	421 853	0	0	0
2	2A	0.88530	521 224	0.6	0	0
	2B	0.58201	213 817	2.4	0	0
	2C	0.58333	0	7	16	0
	2D	0.66666	0	7.2	18 510	0
	2E	2.01969	393 133	11.6	0	0
3	3A	0.10921	295 816	7.4	0	0
	3B	2.04956	800 287	11.4	0	0
	3C	0.94427	542 490	3.8	0	0
	3D	1.90997	1 174 862	2	0	0
	3E	1.20567	58 198	6.8	0	0
4	4A	1.30293	956 532	2.6	0	0
	4B	0.81137	671 572	3.4	0	0
	4C	1.33791	1 074 689	5.4	0	0
	4D	1.05608	547 388	5.4	0	0
	4E	1.16892	886 278	6.2	0	0

Tabla 5.4: Resultados con probabilidad 0.80 y niveles de aspiración a un 20% por encima de  $C_{min}$  y  $T_{min}$

No	Réplica	Objetivo	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
5	5A	0.8450157	558 042	1.4	0	0
	5B	1.3759478	854 067	0.6	0	0
	5C	1.0824910	200 375	7.4	0	0
	5D	1.6301418	374 902	8.6	0	0
	5E	1.0218109	204 376	6.4	0	0
6	6A	1.1017865	1 009 344	4.4	0	0
	6B	0.8155865	1 591 578	1.6	0	0
	6C	1.4799915	901 983	10.2	0	0
	6D	0.6711972	634 855	3.2	0	0
	6E	0.8188566	911 282	4.4	0	0
7	7A	0.85634446	188 762	12	0	0
	7B	1.15499519	183 820	12.8	0	0
	7C	0.85608959	80 708	9.8	0	0
	7D	0.6666667	0	10.4	8	0
	7E	1.09449453	629 095	4.4	0	0
8	8A	0.38054	367 885	0	0	0.8
	8B	1.06898	177 655	11.2	0	0
	8C	1.09231	445 660	3.2	0	0
	8D	0.88999	21 878	13.4	0	0
	8E	0.92132	260 075	5.4	0	0

Tabla 5.5: Resultados con probabilidad 0.80 y niveles de aspiración a un 20 % por encima de  $C_{min}$  y  $T_{min}$

Obsérvese que con la probabilidad de 0.80 y con el nivel de aspiración relajado a un 20 %, las metas no son alcanzadas en ningún grupo de instancias. En el caso de los grupos 1 y 8 se observó que para algunas réplicas la variable de desviación no deseada con respecto al tiempo  $p_2$  obtiene un valor de cero, y en los grupos 2 y 7 sucede lo mismo pero para la variable de desviación no deseada de costo  $p_1$ . Esto

significa que solamente en esos caso el tiempo (costo) fue menor que el nivel máximo asignado por el decisor.

Ahora veremos qué sucede con las instancias de prueba con la misma probabilidad de 0.80 pero con los niveles de aspiración relajados a un 35 % por encima de los mínimos obtenidos. En la tablas 5.6 y 5.7 se muestran dichos resultados.

No	Réplica	Objetivo	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
1	1A	0.29842	96 028	5	0	0
	1B	0.08977	122 243	0	0	0.25
	1C	0	0	0	6 515	0.9
	1D	0	0	0	0	0.55
	1E	0.26458	297 089	0	0	0.5
2	2A	0.600228	390 515	0.55	0	0
	2B	0.295125	133 318	1.2	0	0
	2C	0.407407	0	5.5	84 155	0
	2D	0.444926	93 464	3.85	0	0
	2E	1.573052	316 197	10.55	0	0
3	3A	0.748555	180 730	6.2	0	0
	3B	1.5993	684 241	10.2	0	0
	3C	0.6171341	379 680	2.9	0	0
	3D	1.475531	1 081 716	1.25	0	0
	3E	0.849489	186 798	5.9	0	0
4	4A	0.9359388	836 170	1.55	0	0
	4B	0.4990058	487 972	2.2	0	0
	4C	0.9670322	901 439	4.2	0	0
	4D	0.7165149	408 758	4.2	0	0
	4E	0.8168215	700 038	4.85	0	0

Tabla 5.6: Resultados con probabilidad 0.80 y niveles de aspiración a un 35 % por encima de  $C_{min}$  y  $T_{min}$



No	Réplica	Objetivo	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
5	5A	0.5289039	458 275	0.2	0	0
	5B	1.0484643	772 230	0	0	0.45
	5C	0.7399899	120 008	6.2	0	0
	5D	1.2267894	27 613	7.55	0	0
	5E	0.6859919	132 442	5.2	0	0
6	6A	0.757142	813 264	3.2	0	0
	6B	0.502743	1 273 318	0.55	0	0
	6C	1.093330	691 463	8.85	0	0
	6D	0.374394	423 175	1.85	0	0
	6E	0.505651	699 082	2.45	0	0
7	7A	0.5389704	64 363	9.75	0	0
	7B	0.8044440	59 821	11.15	0	0
	7C	0.5488218	0	8.15	652	0
	7D	1 080 665	0	8.45	134 305	0
	7E	0.7506641	505 485	3.2	0	0
8	8A	0.1606527	168 967	0.1	0	0
	8B	0.7279918	122 459	9.1	0	0
	8C	0.74872194	375 677	1.85	0	0
	8D	0.6167013	288 156	4.45	0	0
	8E	0.5967278	203 553	3.45	0	0

Tabla 5.7: Resultados con probabilidad 0.80 y niveles de aspiración a un 35 % por encima de  $C_{min}$  y  $T_{min}$

Si bien con los niveles de aspiración relajados a un 35 % tampoco se llegó a la satisfacción de las metas en su totalidad en la mayoría de los casos, ahora se presentaron más casos en los cuales las metas se quedaron por debajo de los niveles de aspiración establecidos. Obsérvese los grupos 1, 2 y 7 para la meta de costo y los grupos 1 y 5 para la meta de tiempo.

Grupo	Relajado	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
1	20 %	161 453.2	2.92	0	0
	35 %	103 072	1	0	0.26
2	20 %	225 634.8	5.76	3705.2	0
	35 %	186 698.8	4.33	16 831	0
3	20 %	634 330.6	6.28	0	0
	35 %	502 633	5.29	0	0
4	20 %	827 291.8	4.6	0	0
	35 %	666 875.4	3.4	0	0
5	20 %	438 352.4	4.88	0	0
	35 %	302 113.6	3.83	0	0.09
6	20 %	1 009 808.4	4.76	0	0
	35 %	780 060	3.38	0	0
7	20 %	216 477	9.88	1.6	0
	35 %	125 933.8	8.14	260 991.4	0
8	20 %	254 630.6	6.64	0	0.16
	35 %	231 762.4	3.79	0	0

Tabla 5.8: Promedio de las variables de desviación con probabilidad de 0.80

De una manera general presentamos a continuación el análisis de cómo se comportaron las variables de desviación de las metas con los diferentes niveles de aspiración. En la tabla 5.8 se presenta el promedio de las variables de desviación de cada uno de los grupos. Nótese que cuando el nivel de aspiración es relajado a un 35 % por encima de los mínimos obtenidos ( $C_{min}, T_{min}$ ) se obtiene una menor desviación, es decir las variables de desviación no deseadas son más cercanas a cero (ver figura 5.1), sin embargo aún las metas están lejos de alcanzarse en muchos casos.

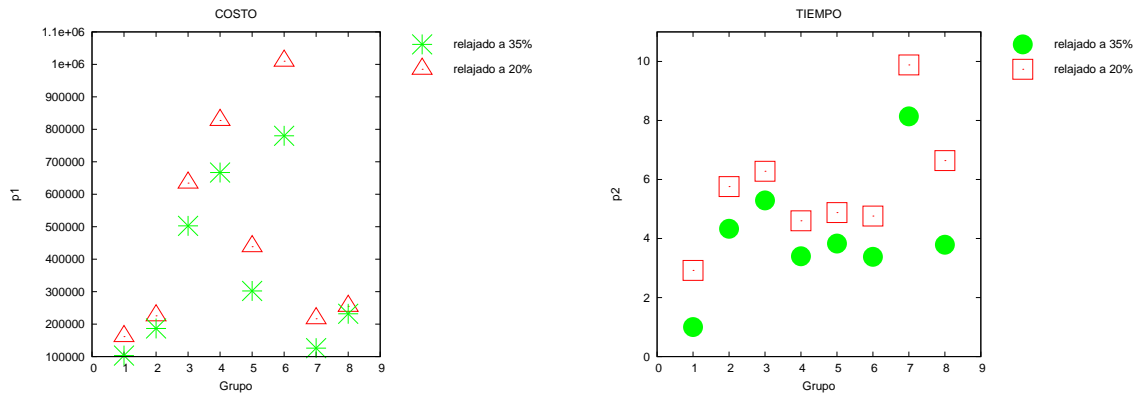


Figura 5.1: Promedios de las variables de desviación con probailidad 0.80

A continuación se presentan los resultados tomando la probabilidad de satisfacción de la demanda a un 0.95 para todos los centros de distribución.

### Instancias con probabilidad 0.95

En las tablas 5.9 y 5.10 se muestran los valores obtenidos en la solución de las instancias tomando la probabilidad de satisfacción a 0.95 y relajando por encima los mínimos ( $C_{min}$ ,  $T_{min}$ ) a un 20%. En la primera columna se indica el grupo, en la segunda el nombre de la réplica, en la tercera se indica el valor objetivo del modelo de metas y en las últimas columnas el valor de cada una de las variables de desviación.

En algunas réplicas de los grupos 1, 2 y 7 se obtiene la variable de desviación no deseada de costo por debajo del nivel de aspiración y para algunas réplicas de los grupos 2 y 8 la variable de desviación de tiempo queda por debajo de su nivel de aspiración. Las tablas 5.9 y 5.10 nos muestran que con el aumento de satisfacción de la demanda, las metas siguen sin llegar a su nivel de aspiración, ya que una vez más, en ninguno de los grupos se obtiene un objetivo de cero.

No	Réplica	Objetivo	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
1	1A	0.4745200	39 750	10	0	0
	1B	0.3501735	402 423	1	0	0
	1C	0.2499999	0	4.2	10 040	0
	1D	0.3341739	44 891	4.4	0	0
	1E	8.8974803	820 649	24.4	0	0
2	2A	0.7862245	438 740	2.6	0	0
	2B	0.2121212	0	2.8	2	0
	2C	0.6390096	42 109	7	0	0
	2D	0.6666667	0	7.2	27 606	0
	2E	1.4757538	1 443 633	0	0	0.4
3	3A	1.1251054	386 564	7.4	0	0
	3B	2.1247431	826 353	13.4	0	0
	3C	0.5639675	654 210	1.4	0	0
	3D	2.221514	1 502 351	3	0	0
	3E	1.1955182	403 755	6.8	0	0
4	4A	1.466485	1 267 910	2.6	0	0
	4B	0.680628	583 295	3.4	0	0
	4C	1.3132872	2 005 489	0.4	0	0
	4D	1.1154485	682 198	5.4	0	0
	4E	1.1793309	988 068	6.2	0	0

Tabla 5.9: Resultados con probabilidad 0.95 y niveles de aspiración a un 20 % por encima de  $C_{min}$  y  $T_{min}$

No	Réplica	Objetivo	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
5	5A	0.8352327	600 459	1.4	0	0
	5B	1.4907484	1 003 755	0.6	0	0
	5C	1.1100278	233 351	7.4	0	0
	5D	1.4098397	835 122	2.6	0	0
	5E	1.3247491	258 020	7.6	0	0
6	6A	1.170156	1 180 454	4.4	0	0
	6B	0.784917	2 053 083	0.4	0	0
	6C	1.490633	1 015 831	10.2	0	0
	6D	0.694298	712 375	3.2	0	0
	6E	0.859293	1 101 221	4.4	0	0
7	7A	0.9066854	263 053	12	0	0
	7B	1.19697	0	15.8	18 854	0
	7C	0.728410	102 952	8.6	0	0
	7D	0.666666	0	10.4	0	0
	7E	1.15636	757 122	4.4	0	0
8	8A	0.360683	411 985	0	0	0.8
	8B	1.053379	76 540	15.2	0	0
	8C	1.07502	503 260	3.2	0	0
	8D	0.946921	436 494	6.4	0	0
	8E	0.900314	194 103	8.4	0	0

Tabla 5.10: Resultados con probabilidad 0.95 y niveles de aspiración a un 20 % por encima de  $C_{min}$  y  $T_{min}$

En las tablas 5.11 y 5.12 se muestra el objetivo y los valores de las variables de desviación de las instancias tomando la misma probabilidad, pero ahora relajando por encima los mínimos ( $C_{min}$ ,  $T_{min}$ ) a un 35 %. En ellas se muestran una vez más que las metas no son satisfechas en su totalidad.

No	Réplica	Objetivo	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
1	1A	0.2096859	78 771	3.65	0	0
	1B	0.1507709	231 683	0	0	0.25
	1C	0.1111135	2	2.1	0	0
	1D	0.1396012	0	2.45	0	0
	1E	7.686648	806 661	22.45	0	0
2	2A	0.47664819	323 699	1.55	0	0
	2B	0.07744111	0	1.15	139 693	0
	2C	0.40740755	0	5.5	823	0
	2D	0.48148132	0	5.85	5 135	0
	2E	1.12071033	936 396	2.55	0	0
3	3A	0.7778731	250 174	6.2	0	0
	3B	1.6664357	684 643	12.2	0	0
	3C	0.27908428	458 640	0.2	0	0
	3D	1.752456	1 393 265	2.25	0	0
	3E	0.404638	202 745	5.9	0	0
4	4A	1.0813251	1 130 930	1.55	0	0
	4B	0.3827798	359 955	2.2	0	0
	4C	0.9653230	1 022 739	4.2	0	0
	4D	0.7692849	527 978	4.2	0	0
	4E	0.8260715	784 008	4.85	0	0

Tabla 5.11: Resultados con probabilidad 0.95 y niveles de aspiración a un 35 % por encima de  $C_{min}$  y  $T_{min}$

No	Réplica	Objetivo	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
5	5A	0.5202066	491 586	0.2	0	0
	5B	1.1505084	915 354	0	0	0.45
	5C	0.7644669	147 356	6.2	0	0
	5D	1.0309636	740 249	1.55	0	0
	5E	0.9553282	181 225	6.55	0	0
6	6A	0.1791806	973 164	3.2	0	0
	6B	0.5335441	102 5008	2.2	0	0
	6C	1.1102821	786 892	8.85	0	0
	6D	0.3949297	488 635	1.85	0	0
	6E	0.5415969	862 761	2.45	0	0
7	7A	0.5813729	123 163	9.75	0	0
	7B	0.8837797	503 524	7.15	0	0
	7C	0.42525341	4 856	6.8	0	0
	7D	0.38205691	523 906	0.45	0	0
	7E	0.80566055	621 542	3.2	0	0
8	8A	0.1344157	165 927	0.1	0	0
	8A	0.71411676	12 164	13.1	0	0
	8A	0.73335086	422 477	1.85	0	0
	8A	0.619486	334 826	4.45	0	0
	8A	0.57805658	127 051	6.45	0	0

Tabla 5.12: Resultados con probabilidad 0.95 y niveles de aspiración a un 35 % por encima de  $C_{min}$  y  $T_{min}$

En la tabla 5.13 se presenta de manera resumida el promedio de las variables de desviación tomando una probabilidad de 0.95 y en la figura 5.2 se observa el comportamiento de los promedios de dichas variables con los diferentes niveles de aspiración tomados. Observese que en todos los grupos de instancias al hacer una mayor relajación de los mínimos se obtiene una menor desviación con respecto a los

niveles de aspiración.

Grupo	Relajado	$p_1$	$p_2$	$n_1$	$n_2$
1	20 %	261 542.6	8.8	2 008	0
	35 %	223 423.4	6.13	0	0.05
2	20 %	384 896.4	3.92	5 521.6	0.08
	35 %	252 019	3.32	29 130.2	0
3	20 %	754 646.6	6.4	0	0
	35 %	597 893.4	5.35	0	0
4	20 %	1 105 392	3.6	0	0
	35 %	765 122	3.4	0	0
5	20 %	586 141.1	3.92	0	0
	35 %	495 154	2.9	0	0.09
6	20 %	1 212 592.8	4.52	0	0
	35 %	827 292	3.71	0	0
7	20 %	224 625.4	10.24	3 770.8	0
	35 %	355 398.2	5.47	0	0
8	20 %	324 476.4	6.64	3 770.8	0
	35 %	212 489	5.19	0	0

Tabla 5.13: Promedio de las variables de desviación con probabilidad de 0.95

Es importante enfatizar que al aumentar la probabilidad para la satisfacción de la demanda se incurrirá en un mayor costo, debido a la necesidad de abrir más bodegas y transportar más mercancía. Note que los valores de la variable de desviación del costo ( $p_1$ ) son mayores aquí que las que aparecen en la tabla 5.8 para iguales niveles de aspiración.

Para el tiempo no necesariamente ocurre lo mismo, ya que este no está en dependencia de la demanda de los centros de distribución. El tiempo de traslado en la cadena es independiente de la cantidad enviada.



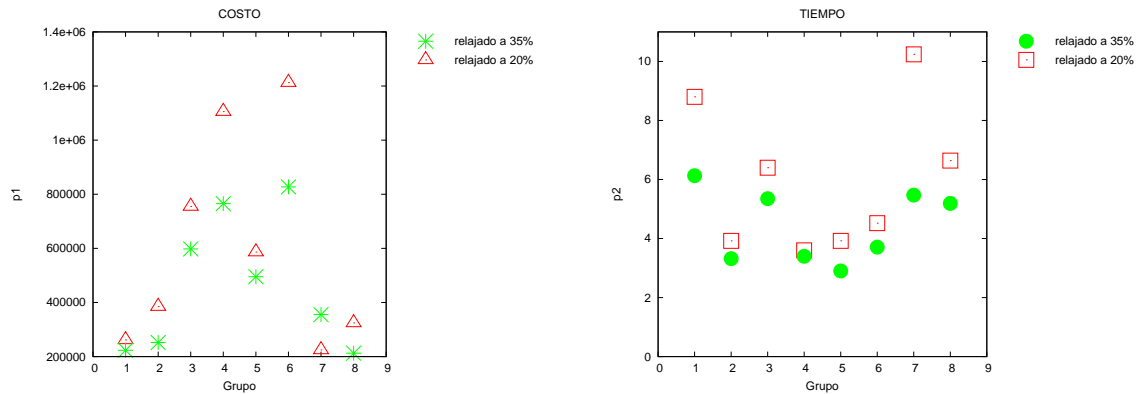


Figura 5.2: Promedios de las variables de desviación con probabilidad 0.95

Una vez analizadas las variables de desviación, pasaremos a analizar cómo se comporta el objetivo del modelo de metas de cada una de las instancias con las diferentes probabilidades y diferentes relajaciones de los mínimos. Recuérdese que cuando se aplica la metodología de la programación por metas la función objetivo implica minimizar las variables de desviación no deseadas (ver 4.1.2). Cuando se obtiene un objetivo de cero y el valor de las variables de desviación son cero, indica que las metas fueron cumplidas, es decir que se alcanzó el nivel de aspiración establecido para cada meta en cuestión. En la figura 5.3 se observa el comportamiento del objetivo de los grupos 1,2,3 y 4. Las gráficas de la izquierda presentan probabilidades de satisfacción de 0.80 y las gráficas de la derecha tienen probabilidad de 0.90. En la figura 5.4 se muestra el objetivo para los grupos 5,6,7 y 8. Como ya se dijo anteriormente, en ningún grupo de las instancias se alcanzó un objetivo de cero.

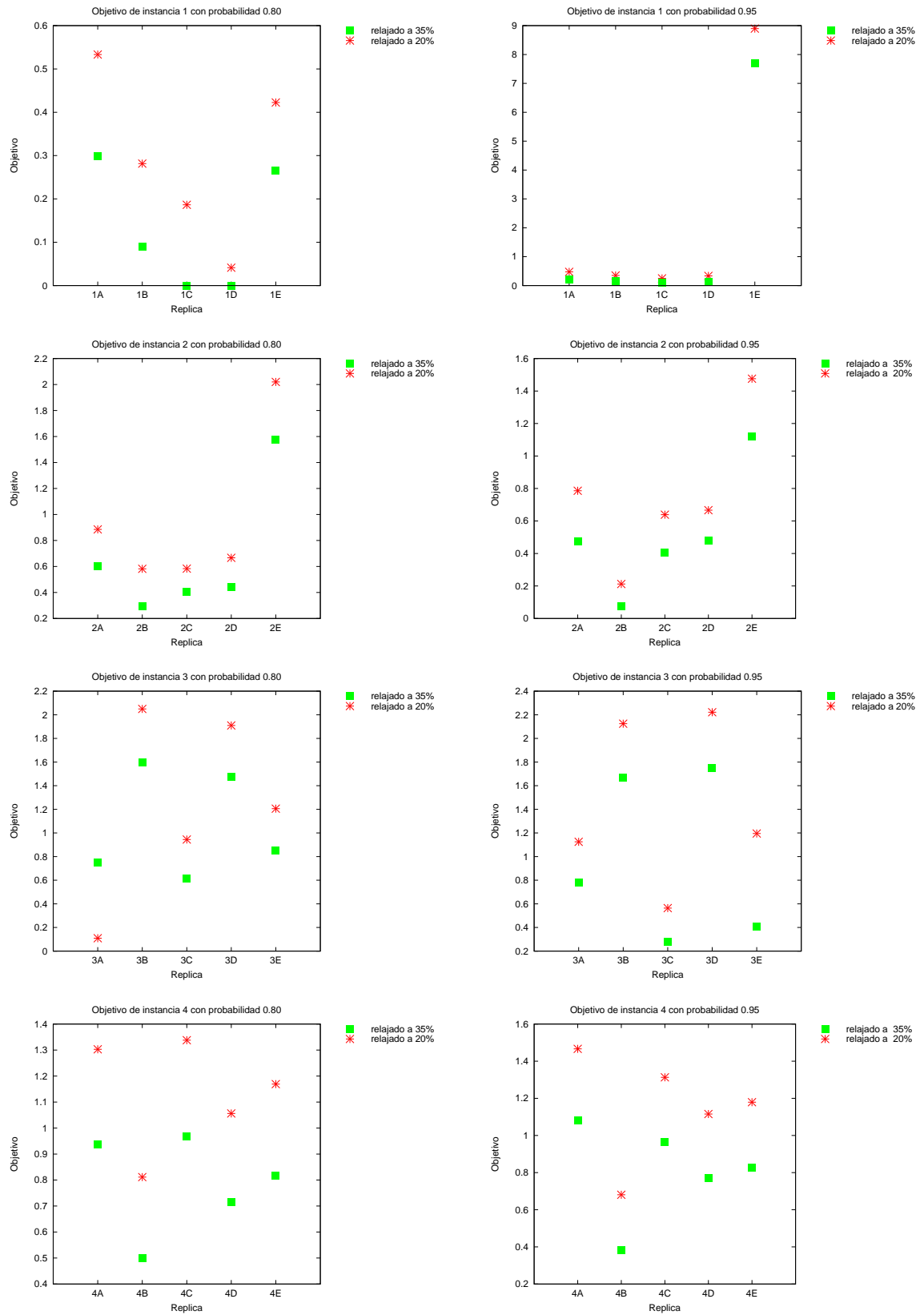


Figura 5.3: Objetivo de los grupos de instancias 1,2,3 y 4

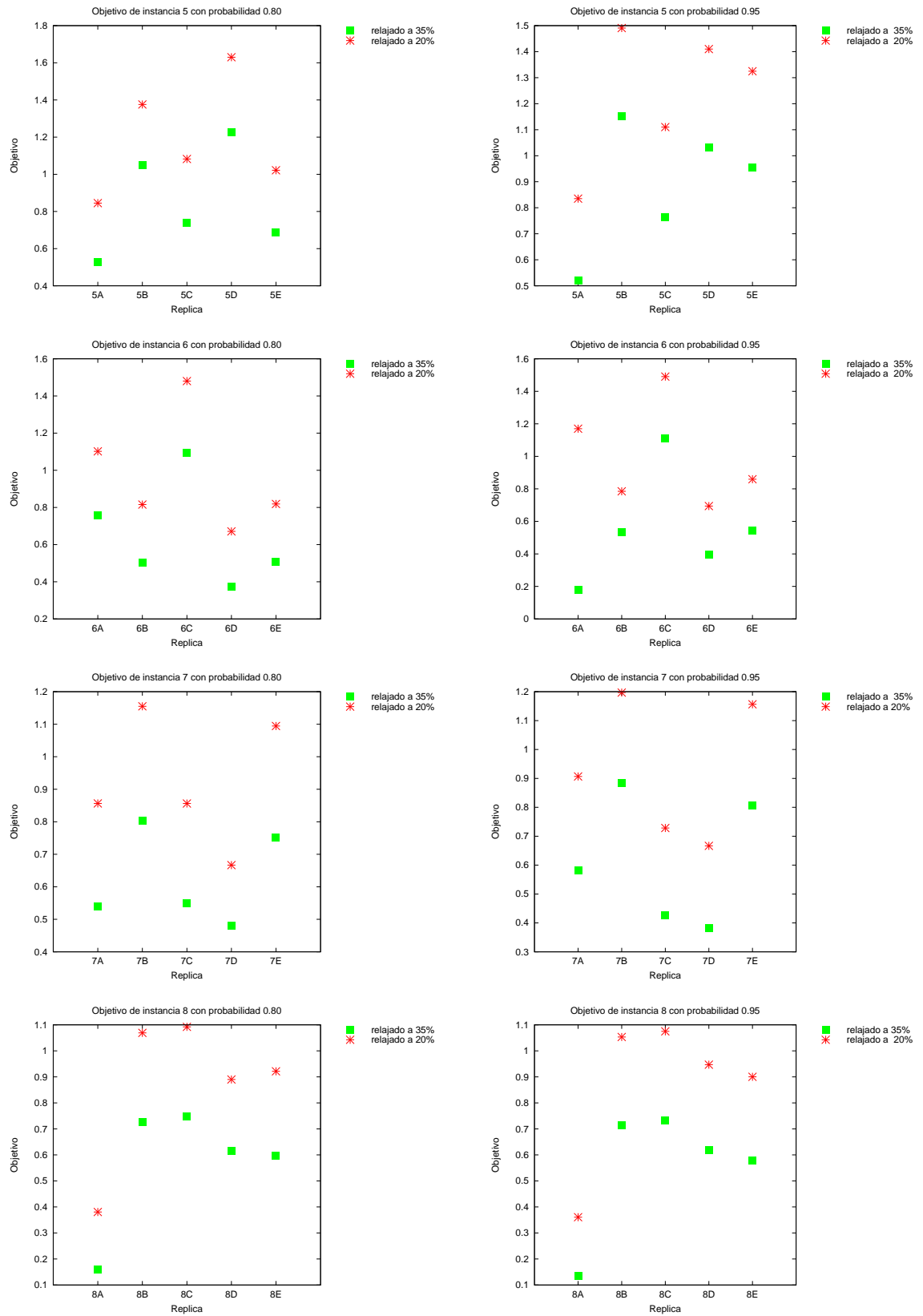


Figura 5.4: Objetivo de los grupos de instancias 5,6,7,8

Obsérvese que cuando se da una mayor relajación a los mínimos ( $C_{min}, T_{min}$ ) se obtiene un mejor objetivo, lo cual es el comportamiento esperado. Esto nos lleva a concluir que con los niveles de aspiración apropiados se pueden obtener buenas soluciones.

Con el objetivo de investigar si el tamaño de las instancias influye en el valor de las desviaciones de las metas, vamos a hacer el análisis agrupándolas de dos maneras diferentes: por el mismo número de bodegas y por el mismo número de centros de distribución y medios de transporte. En la tabla 5.14 se muestra tal clasificación.

Clasificación	Conjunto 1	Conjunto 2
I	{1,4,6,8}	{2,3,5,7}
II	{1,2,7,8}	{3,4,5,6}

Tabla 5.14: Diferentes clasificaciones de los grupos de instancias

Nótese que para cada clasificación se generan dos conjuntos diferentes. Las instancias de la clasificación I comparten el mismo número de bodegas potenciales a abrir; tres para las del conjunto 1 y cinco para las del conjunto 2. Las instancias agrupadas bajo la clasificación II comparten el mismo número de centros de distribución y de medios de transporte; cuatro centros de distribución y dos medios de transporte para las del conjunto 1 y doce centros de distribución y cuatro medios de transporte para las del conjunto 2. Vamos a analizar cómo se comporta el costo y el tiempo con respecto al nivel de aspiración en cada uno de los conjuntos mostrados en la tabla 5.14.

En las tablas 5.15 y 5.16 se presentan las desviación que hay entre el valor promedio obtenido de las metas y el nivel de aspiración promedio presentado para cada una de las clasificaciones.

Clasificación I	Costo		Tiempo	
Probnivel	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 1	Conjunto 2
8020	563 296.56	374 172.4	4.69	6.7
8035	445 117.58	277 838.78	2.78	5.3
9520	725 499.63	482 310.08	5.32	6.1
9535	475 221.23	417 833.27	3.59	4.0

Tabla 5.15: Desviaciones para la clasificación I

Clasificación II	Costo		Tiempo	
Probnivel	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 1	Conjunto 2
8020	213 622.54	723 846.42	6.26	5.13
8035	150 585.25	572 371.11	4.20	3.95
9520	293 115.37	914 694.34	6.81	4.61
9535	221 689.64	671 364.87	3.52	3.61

Tabla 5.16: Desviaciones para la clasificación II

Analicemos primero que paso con las desviaciones de costo de cada uno de los conjuntos de la clasificación I. En la tabla 5.15 se observa que las desviaciones son mayores para el conjunto 1, lo cual puede explicarse porque este conjunto presenta menos opciones para seleccionar bodegas que puedan influir en el costo final. Por otro lado, en la clasificación II el conjunto 2 presenta mayores desviaciones, esto se debe a que dicho conjunto presenta un mayor número de centros de distribución y por consecuencia crece la cantidad de mercancía demandada, así como el uso de bodegas, aumentando el costo fijo y el costo de transportación. Entonces, por lo observado en los datos, podemos decir que el tamaño de la instancia si influye en la desviación de la meta de costo.

Ahora vamos a analizar si el tamaño de la instancia influye en la desviación de la meta de tiempo. En la clasificación I, (tabla 5.15) el conjunto 1 presenta menores desviaciones comparado con el conjunto 2, pero ambos conjunto presentas

desviaciones altas y bajas. Por otro lado, en la clasificación II (tabla 5.16) el conjunto 2 en la mayoría de los casos presenta mejores desviaciones que el conjunto 1. Entonces, para esta clasificación a pesar de que se presenta un mayor número de centros de distribución y de medios de transporte la desviación de la meta de tiempo no se ve afectada, es decir, se sigue manteniendo baja.

Para dar una idea más visual, el comportamiento de los costos promedios y tiempo máximo promedio con respecto al nivel de aspiración promedio de cada grupo de instancias con cada clasificación se presenta en las figuras 5.5 y 5.6. Las gráficas de la izquierda corresponden a la clasificación I y las gráficas de la derecha a la clasificación II, cada una con las diferentes probabilidades de satisfacción tomadas y los diferentes niveles de aspiración calculados.

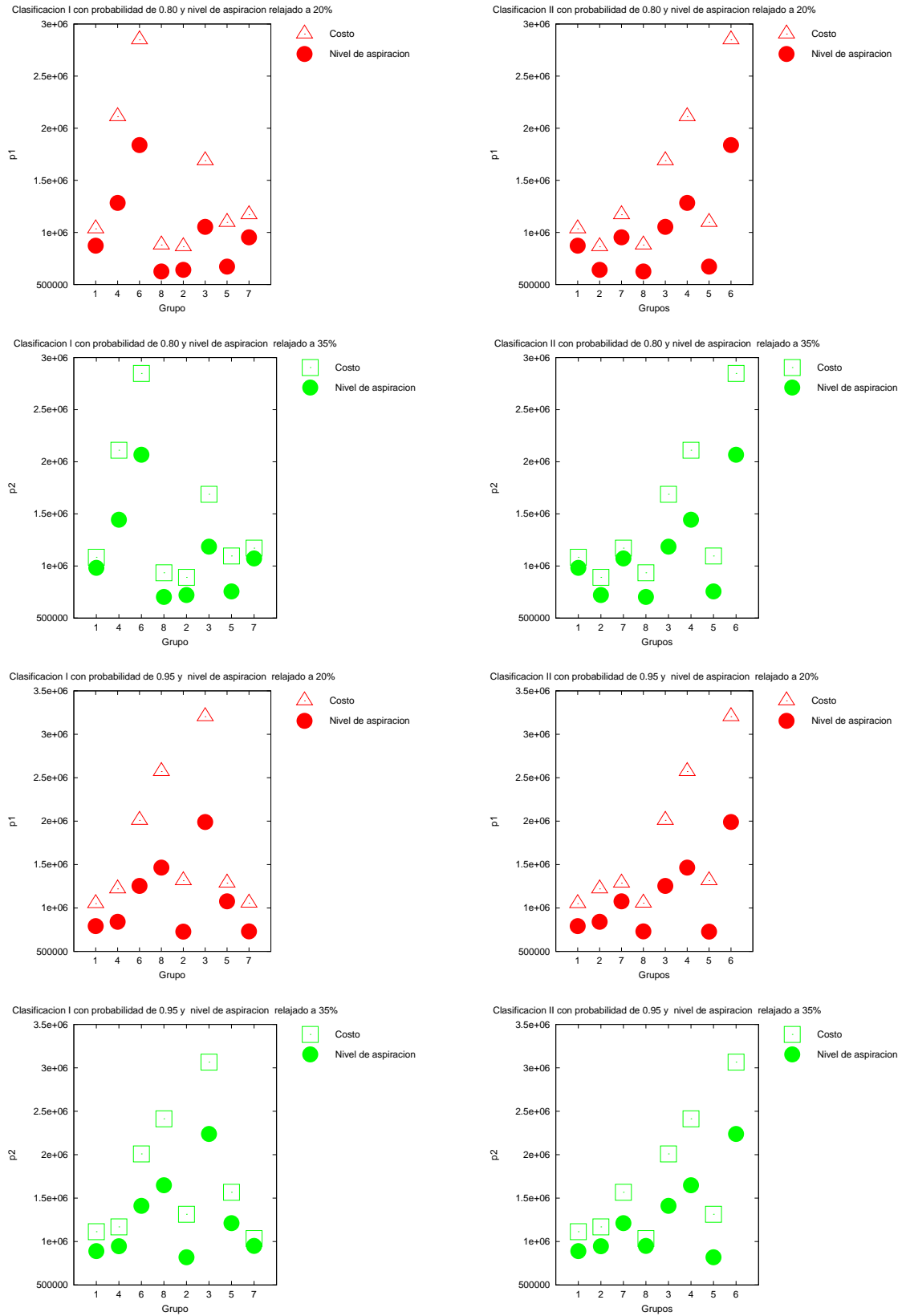


Figura 5.5: Comparación de costo promedio y nivel de aspiración promedio de las diferentes clasificaciones

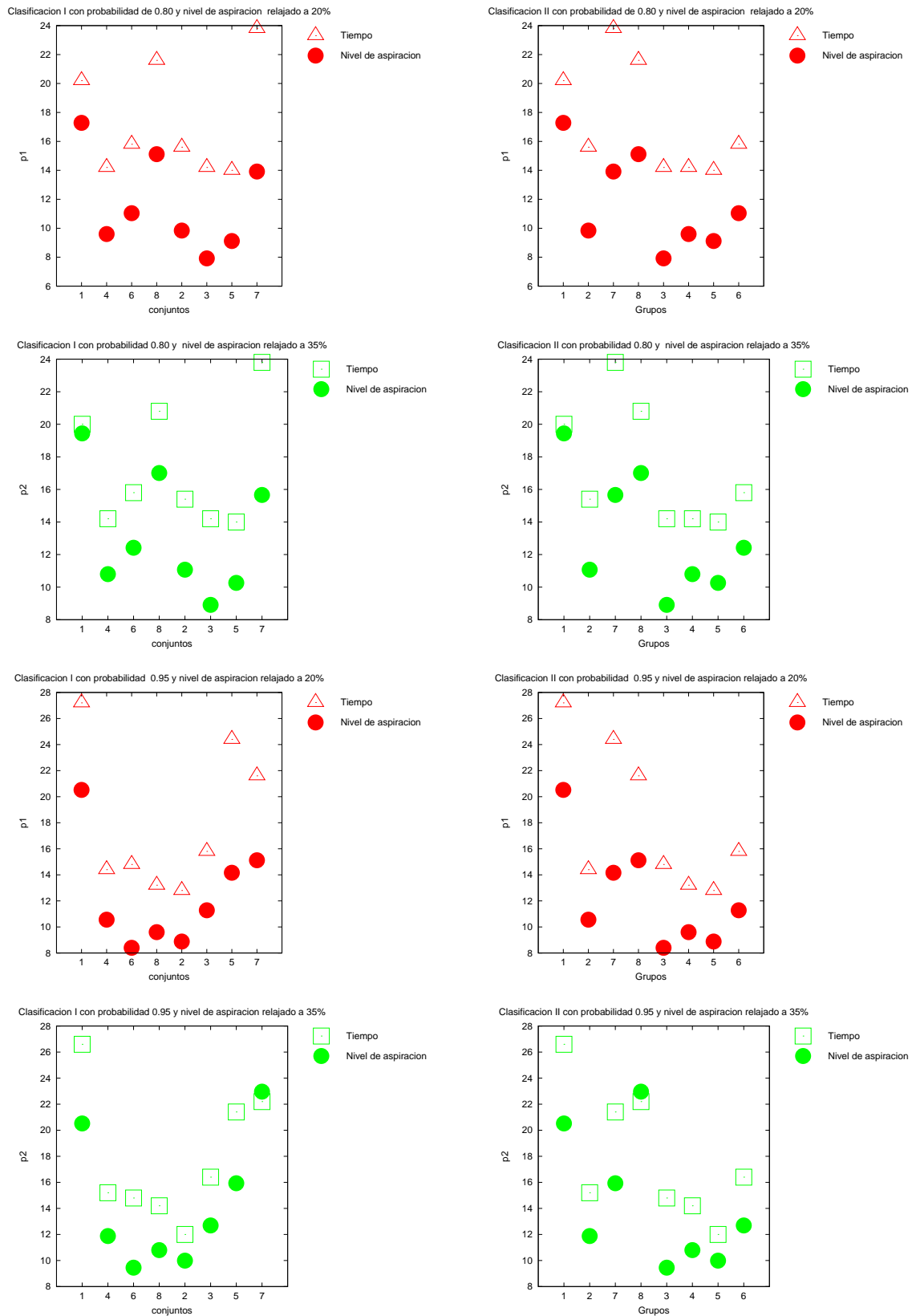


Figura 5.6: Comparación de tiempo máximo promedio y nivel de aspiración de las diferentes clasificaciones



---

Toda la información presentada anteriormente ofrece un panorama general de soluciones obtenidas en un problema multiobjetivo estocástico usando la programación por metas y la programación con restricciones probabilísticas.

## CAPÍTULO 6

# CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

---

En este trabajo se presentó un problema de diseño de cadena de suministro de dos niveles, compuestas de plantas, bodegas y centros de distribución, donde la demanda de los centros de distribución fue modelada como una variable aleatoria con distribución de probabilidad conocida. Los objetivos principales formulados por los tomadores de decisiones fueron dos: minimizar el costo total y el tiempo máximo de operarla.

En muchos casos los encargados de administrar la cadena de suministro no exigen encontrar valores óptimos, pero sí pueden establecer un cierto nivel de servicio deseado y un cierto nivel de aspiración en el logro de los objetivos. Esto nos motivó a reformular el problema con ayuda de la programación con restricciones probabilísticas para abordar la incertidumbre de la demanda de los centros de distribución y la programación por metas para abordar la parte multiobjetivo.

La experimentación computacional fue hecha usando Cplex 11.2. Se realizó un diseño factorial de  $2^2$  en la que los factores fueron la probabilidad de satisfacción de la demanda de los centros de distribución y el nivel de aspiración tomados para las metas.

## 6.1 CONCLUSIONES

De manera general, podemos resumir el trabajo realizado en los siguientes puntos

1. Se reformuló el problema biobjetivo estocástico por medio de la programación con restricciones probabilísticas y la programación por metas.
2. El modelo lineal entero resultante se resolvió usando *CPLEX 11.2*
3. Se ilustró, a través de un ejemplo pequeño, cómo variaba el diseño de la red para diferentes valores de la probabilidad de satisfacción de la demanda.
4. Se realizó un estudio para investigar cómo influye la probabilidad de satisfacción de la demanda de los centros de distribución, el nivel de aspiración y el tamaño de la red en la satisfacción de las metas.

El estudio de la variación de la probabilidad de satisfacción de la demanda mostró que a medida que aumenta dicha probabilidad el costo de la cadena se incrementa. Esto se explica porque para garantizar un mayor un mayor nivel de servicio se hace necesario abrir más bodegas y enviar más producto incurriendo en mayores costos fijos y de transporte. También se observó que tomando un nivel de aspiración adecuado del costo y del tiempo se pueden obtener soluciones buenas y llegar a satisfacer las metas. Vale la pena mencionar que la capacidad de las bodegas es algo muy importante en el diseño de la cadena, ya que de ella depende en gran medida cómo se distribuya el producto a lo largo de la cadena. En presencia de capacidades muy altas no se presenta dificultad alguna con ninguna probabilidad de satisfacción de la demanda de los centros de distribución, pero con capacidades bajas y probabilidades altas en ocasiones se puede llegar a tener infactibilidad.

Con lo referente a la influencia que presenta el tamaño de la instancia, se concluye que el número de bodegas, centros de distribución y medios de transporte es una influencias representativa en la desviación de la meta de costo. En cambio,

para la desviación de la meta de tiempo lo único que le afecta es el número de bodegas. Por la experimentación se observó que aunque el número de centros de distribución y medios de transporte aumente la desviación de la meta de tiempo se sigue manteniendo baja.

El estudio de las cadenas de suministro tiene un amplio campo de investigación tanto a nivel académico como en la práctica. En este trabajo se presento sólo una forma en la que se pueden abordar estos problemas de manera satisfaciente para el tomador de decisiones, tanto en cuanto al nivel de servicio que ofrece como al tiempo de transporte del producto a lo largo de la cadena) como en cuanto a sus costos de operación.

## 6.2 TRABAJO A FUTURO

La programación por metas y la programación con restricciones probabilísticas permiten ampliar esta investigación. En base a ello es posible plantear algunos puntos que representen áreas de estudio abiertas relacionadas al problema, por ejemplo:

1. Para la experimentación mostrada en esta tesis se tomó la demanda de los centros de distribución con distribución de probabilidad uniforme. En la práctica la demanda puede presentar cualquier distribución de probabilidad. Si solamente este parámetro fuera aleatorio, el modelo seguirá siendo lineal, sin embargo, sería interesante experimentar considerando que las probabilidades de satisfacción de la demanda son diferentes para diferentes centros de distribución.
2. Agregar incertidumbre en los costos de transporte.

# BIBLIOGRAFÍA

---

- S. R. Agha. Use of goal programming and integer programming for water quality management: A case study of garza strip. *European Journal of Operational Research*, 174(3):1991–1998, 2006.
- A. A. Ayuso, L. F. Escudero, A. Garin, M. T. Ortuno y G. Perez. An approach for strategic supply chain planning under uncertainty based on stochastic 0-1 programming. *Journal of global optimization*, 26(1):97–124, 2003.
- A. Azaron, K. N. Brown, Tarim S. A. y M. Modarres. A multi-objective stochastic programming approach for supply chain design considering risk. *Internacional journal of production economics*, 116(1):129–138, 2008.
- U. K. Bhattacharya. A chance constraints goal programming model for the advertising planning problem. *European Journal of Operational Research*, 192(2):382–395, 2009.
- J. R. Birge y F. Louveaux. *Introduction to stochastic programming*. Springer–Verlang, Nueva Yorl, EUA, 1997.
- R. Caballero, E. Cerdá, M. M. Muñoz y L. Rey. Analysis and comparisons of some solution concepts for stochastic programming problems. *Sociedad de estadística e investigación operativa*, 10(1):101–123, 2002.
- Y. Cardona Valdés. *Diseño de una cadena de suministro con múltiples objetivos e incertidumbre en las demandas*. Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Nuevo León, México, 2009.

- C. A. Coello Coello, D. A. Van Veldhuize y G. B. Lamont. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Kluwer Academic Publishers, Nueva York, EUA, 2002.
- F. De Oliveira, N. M. Patias Volpi y C. R. Sanquetta. Goal programming in a planning problem. *Applied mathematics and computation*, 140(1):165–178, 2003.
- L. F. Escudero, E. Galindo, G. García, E. Gómez y V. Sabau. Schumman a modeling framework for supply chain management under uncertainty. *European Journal of operational research*, 119(1):14–34, 1999.
- I. Gonzalez y M. Bravo. Applying stochastic goal programming: A case study on water use planning. *European Journal of Operational Research*, 196(3):1123–1129, 2009.
- G. Guillén, F. D. Mele, M. J. Bagajewicz, A. Espuña y L. Puigjaner. Multiobjective supply chain design under uncertainty. *Chemical Engineering Science*, 60(6):1535–1553, 2005.
- A. Gupta y C. M. Maranas. Managing demand uncertainty in supply chain planning. *Computers and Chemical Engineering*, 27(8):1219–1227, 2003.
- M. Hokey y Z. Gengui. Supply chain modeling: past, present and future. *Computers and Chemical Engineering*, 43(1):231–249, 2002.
- D. F. Jones y M. Tamiz. Goal programming in the period 1990-2000. En Frederick S. Hillier, Matthias Ehrgott y Xavier Gandibleux, editors, *Multiple Criteria Optimization: State of the Art Annotated Bibliographic Surveys*, volumen 52 of *International Series in Operations Research and amp; Management Science*, 129–170. Springer US, 2003.
- J. B. Li. Integration of stochastic programming and factorial design for optimal reservoir operation. *Journal of Environmental Informatics*, 1(2):12–17, 2003.

- S. A. MirHassani, C. Lucas, G. Mitra, E. Messina y C. A. Poojari. Computational solution of capacity planning models under uncertainty, parallel computing. *Parallel Computing*, 26(5):511–538, 2000.
- K. Mitra, R. D. Gudi, S. C. Patwardhan y G. Sardar. Midterm supply chain planning under uncertainty: A multiobjective chance constrained programming framework. *Industrial and engineering chemistry research*, 47(15):5501–5511, 2008.
- M. M. Muñoz Martos. *Programación estocástica: Algunas aportaciones teóricas y computacionales*. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, España, 1998.
- E. Olivares. *Programación lineal y flujo en redes*. Tesis doctoral, Instituto Tecnológico de Monterrey, México, 2007.
- T. Santoso, S. Ahmed, M. Goetschalckx y A. Shapiro. A stochastic programming approach for supply chain network design under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 167(1):96–115, 2005.
- M. J. Schniederjans. *Goal Programming, Methodology and Applications*. Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, USA, 1995.
- M. Tamiz y D. F. Jones. A review of goal programming and its applications. *Annals of Operations Research*, 58(1):39–53, 1995.
- P. Tsiakis, N. Shah y C. Pantelides. Design of multi-echelon supply chain networks under demand uncertainty. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 40(16):3585–3604, 2001.
- B. E. Wafa, M. S. Lababidi Haitham, M. A. Imad y Khawla Al-Shayji. Supply chain optimization of petroleum organization under uncertainty in market demands and prices. *European Journal of Operational Research*, 189(3):822–840, 2006.

## APÉNDICE A

# DATOS DE LA INSTANCIA DE ESTUDIO

---

### A.1 INSTANCIA DE ESTUDIO

La instancia de estudio se compone de tres plantas, tres posibles bodegas a abrir, cuatro centros de distribución y dos medios de transporte. Como se puede apreciar en la figura A.1 las bodegas abiertas se denotan por los rectángulos rellenos de gris, los medios de transporte son representados por arcos, la línea punteada representa el medio de transporte uno y la línea continua representa el medio de transporte dos. Los datos de la instancia fueron generados como se explica en el apartado 5.1. Los parámetros de la instancia se muestran en las tablas siguientes.

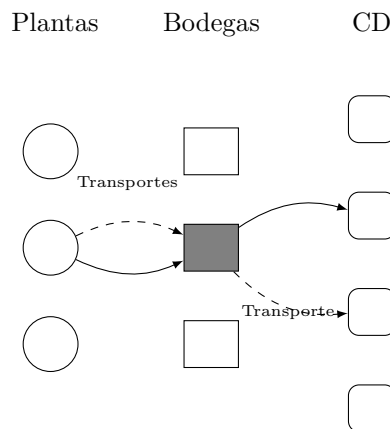


Figura A.1: Tamaño de la instancia de estudio



Planta	$MP_i$	Bodegas	$MW_j$	$F_j$
0	28 287	0	47 499	23 799
1	25 905	1	37 707	18 892
2	32 305	2	50 510	25 307

Tabla A.1: Datos de la instancia 1

i	j	$\ell$	$CT_{ijl}$	$TP_{jkl}$	i	j	$\ell$	$CT_{ijl}$	$TP_{jkl}$	i	j	$\ell$	$CT_{ijl}$	$TP_{jkl}$
0	0	0	9	11	1	0	0	1	27	2	0	0	4	17
0	0	1	2	21	1	0	1	9	11	2	0	1	9	11
0	1	0	11	6	1	1	0	2	27	2	1	0	10	12
0	1	1	5	17	1	1	1	5	17	2	1	1	23	9
0	2	0	22	7	1	2	0	15	17	2	2	0	21	12
0	2	1	7	20	1	2	1	19	13	2	2	1	18	20

Tabla A.2: Costos y tiempos del primer nivel

i	j	$\ell$	$CW_{ijl}$	$TW_{jkl}$	i	j	$\ell$	$CW_{ijl}$	$TW_{jkl}$	i	j	$\ell$	$CW_{ijl}$	$TW_{jkl}$
0	0	0	28	15	1	0	0	7	1	2	0	0	17	16
0	0	1	17	17	1	0	1	31	15	2	0	1	30	16
0	1	0	35	23	1	1	0	30	6	2	1	0	15	13
0	1	1	1	10	1	1	1	9	7	2	1	1	13	14
0	2	0	16	20	1	2	0	30	18	2	2	0	10	11
0	2	1	16	23	1	2	1	40	16	2	2	1	13	8
0	3	0	11	22	1	3	0	29	19	2	3	0	31	1
0	3	1	21	15	1	3	1	36	6	2	3	1	2	24

Tabla A.3: Costos y tiempos del segundo nivel

## APÉNDICE B

# FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN UNIFORME

---

La distribución uniforme permite tomar cualquier valor dentro de un intervalo, todos ellos con la misma probabilidad. Una variable aleatoria  $X$  posee una distribución uniforme en el intervalo  $(a, b)$ ,  $X \sim U(a, b)$  si su función de densidad es de la forma:

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad \text{con } a \leq x \leq b$$

y su función de distribución acumulada es:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a < x < b \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$$

es decir  $F(x) = P(X \leq x)$  donde  $P(X \leq x)$  es la probabilidad asociada con el suceso  $X \leq x$

Para nuestro problema se tomó esta distribución por que nos da la facilidad de variar la demanda de cada centro de distribución dentro de un intervalo. Se pudo haber utilizar cualquier otra distribución de probabilidad.

Dado que la satisfacción de la demanda es modelada en su forma determinista por la ecuación 3.3, la cual utiliza la función inversa de la distribución de probabilidad, a continuación se explica como obtener dicha inversa.

si  $F(x) = \frac{x-a}{b-a} = P(X \leq x) = \alpha$ , de donde se obtiene que

$$F^{-1}(x) = \alpha * (b - a) + a$$

# FICHA AUTOBIOGRÁFICA

---

María de los Ángeles Báez Olvera

Candidata para el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

UNA APLICACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN CON  
RESTRICCIONES PROBABILÍSTICAS PARA UN  
PROBLEMA DE DISEÑO DE CADENA DE  
SUMINISTRO CON INCERTIDUMBRE

Nací en la ciudad de Querétaro el 22 de febrero de 1984. Soy la segunda hija del Sr. Miguel Angel Báez Reyes y la Sra. Mercedes Olvera Ramírez. Curse la licenciatura en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Querétaro obteniendo el grado de Licenciada en Matemáticas Aplicadas en el 2008. Posteriormente ingrese al Posgrado en Ingeniería de Sistemas de la Universidad Autónoma de Nuevo León en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica donde comienza esta investigación bajo la supervisión de la Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás.