Física II

Antología

PREPARATORIA 16

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

ESCUELA PREPARATORIA No. 16

FISICA II

ACADEMIA DE FISICA

UNIDAD I. MOVIMIENTO CIRCULAR

Objetivo 1.2 Movimiento Circular Uniforme. Es aquél en el que no existe cambio en la rapidez, solo en la dirección del movimiento (Tippens).

Hemos considerado hasta aquí únicamente movimientos traslacionales, en los que la posición del objeto cambia constantemente; pero es posible que un cuerpo rígido describa un movimiento rotacional aun cuando el objeto mismo no se mueva. Por ejemplo, las ruedas, ejes, poleas, giroscopios y otros instrumentos mecánicos giran sobre sus propios ejes sin incurrir en movimiento traslacional.

Los movimientos más comunes suelen ser una combinación del movimiento traslacional y el rotacional. En este capítulo estudiaremos el movimiento de los cuerpos rígidos alrededor de un eje fijo sin traslación. Por fortuna, muchas de las ecuaciones del movimiento rotacional son exactamente análogas a las del movimiento traslacional.

DESPLAZAMIENTO ANGULAR

La cantidad de rotación que sufre un cuerpo se mide por el desplazamiento angular. Si en el disco de la figura 11-1 que está girando sobre su propio eje, el punto A se mueve hasta la posición B, el desplazamiento angular sufrido se mide por el ángulo θ. Hay varias maneras de medir este ángulo. Por ahora ya estamos familiarizados con las unidades de grados y revoluciones, que se relacionan de acuerdo con la siguiente definición

$$1 \text{ rev} = 360°$$

Ninguna de estas unidades resulta muy útil para describir la rotación de cuerpos rígidos. Una medida de mejor aplicación para el desplazamiento angular es el *radián* (rad). Un ángulo de 1 rad es un ángulo central cuyo arco s es igual en longitud al radio R. (Véase la figura 11-2)

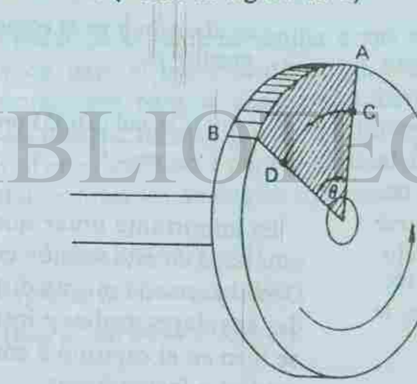


Fig. 11-1 El desplazamiento angular θ se indica por la porción sombreada del disco. El desplazamiento angular es el mismo de C a D que de A a B para un cuerpo rígido.

De manera más general, el radián se define por la ecuación

$$\boxed{\theta = \frac{s}{R}} \qquad (11\text{-}1)$$

donde s es el arco de un circulo descrito por el ángulo θ. Dado que la relación de s a R es una relación de dos distancias, el radián es una cantidad sin unidades.

El factor de conversión que relaciona radianes con grados se obtiene al considerar un arco de longitud s igual a la circunferencia $2\pi R$ de un circulo. Este ángulo en radianes se obtiene de la ecuación 11-1

$$\theta = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi \text{ rad}$$

Por tanto

$$1 \text{ rev} = 360° = 2\pi \text{ rad}$$

de lo cual obtenemos

$$1 \text{ rad} = \frac{360°}{2\pi} = 57.3°$$

Ejemplo 11-1 Si la longitud del arco s es de 6 pies y la del radio es de 10 pies, calcule el desplazamiento angular θ en radianes, revoluciones y grados.

Solución Sustituyendo directamente en la ecuación 11-1 obtenemos

$$\theta = \frac{s}{R} = \frac{6 \text{ pie}}{10 \text{ pie}} = 0.6 \text{ rad}$$

Al convertir a grados obtenemos

$$\theta = (0.6 \text{ rad}) \frac{57.3°}{1 \text{ rad}} = 34.4°$$

y dado que 1 rev = 360°

$$\theta = (34.4°) \frac{1 \text{ rev}}{360°} = 0.0956 \text{ rev}$$

Ejemplo 11-2 Un punto en el borde de un disco de 8 m de radio se mueve un ángulo de 37°. Calcule la longitud del arco descrito por el punto.

Solución Dado que la ecuación 11-1 se definió para ángulos medidos en radianes, debemos primero convertir 37° a radianes.

$$\theta = (37°)\,\frac{1\ \text{rad}}{57.3°} = 0.646\ \text{rad}$$

La longitud del arco es dada por

$$s = R\theta = 8\ \text{m}\,(0.646\ \text{rad}) = 5.17\ \text{m}$$

La unidad radián desaparece porque representa una relación de longitud a longitud (m/m = 1).

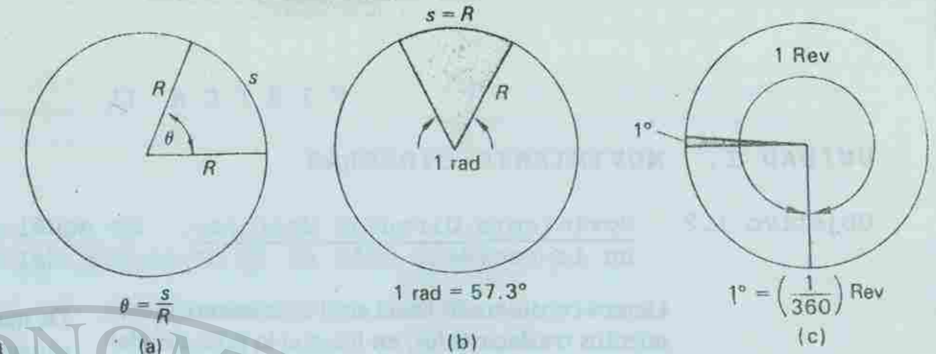


Fig. 11-2 La medición del desplazamiento angular y una comparación de sus unidades.

Objetivo 1.3 Equivalencias entre unidades del desplazamiento angular.

1 rad = 57.3° 2π rad = 360° = 1 rev

1. Efectúa las siguientes conversiones de unidades:

   a) 50 rev a rad
   b) 200 rad a grados
   c) 400 grados a rev
   d) 20 rev a grados
   e) 80 rad a rev
   f) 150 grados a rad
   g) 5 rad a rev
   h) 300 rev a rad

2. Un punto cerca de la superficie de una flecha de 3 pies de radio recorre una distancia de 2 pies. Calcule su desplazamiento angular en.

   a) Radianes b) Grados c) Revoluciones

3. Un punto en el borde de una gran rueda de 8 m de diámetro se mueve un ángulo de 37°. Calcular la longitud del arco descrito por el punto.

4. El arco descrito por la masa de un péndulo simple de 1 m de longitud es de 25 cm. Expresar el ángulo θ en radianes y en grados.

VELOCIDAD ANGULAR

A la razón del cambio del desplazamiento angular al tiempo transcurrido, se le denomina *velocidad angular*. Así, si un objeto gira a través de un ángulo θ en un tiempo t, su velocidad angular es dada por

$$\boxed{\bar{\omega} = \frac{\theta}{t}} \qquad (11\text{-}2)$$

El símbolo ω, la letra griega *omega*, se usa para denotar la velocidad angular. Aunque la velocidad angular se puede expresar en *revoluciones por minuto* o *revoluciones por segundo*, en la mayor parte de los problemas físicos se hace necesario usar *radianes por segundo* para adaptarse a fórmulas más convenientes. Dado que la velocidad de rotación se da en muchos problemas técnicos en términos de la frecuencia de rotación, la siguiente relación puede ser de gran utilidad:

$$\omega = 2\pi f \qquad (11\text{-}3)$$

donde ω se mide en *radianes por segundo* y f se mide en *revoluciones por segundo*.

Ejemplo 11-3 Calcule la velocidad angular media de un disco de larga duración (33 1/3 rpm).

Solución Nótese que no se ha hecho mención de la distancia al centro del disco. La velocidad angular depende sólo de la frecuencia de rotación. Esta frecuencia es

$$f = \left(\frac{33\frac{1}{3}\ \text{rev}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}}\right) = 0.555\ \text{rev/s}$$

o, al sustituir en la ecuación (11-3), la velocidad angular es

$$\omega = \left(\frac{2\pi\ \text{rad}}{\text{rev}}\right)\left(\frac{0.555\ \text{rev}}{\text{s}}\right) = 3.49\ \text{rad/s}$$

Es importante notar que la velocidad angular estudiada en esta sección es una velocidad media. Debe hacerse la misma distinción entre velocidades angulares medias e instantáneas como la que se hizo en el capítulo 5 entre velocidades lineales medias e instantáneas.

Movimiento Circular Uniformemente Acelerado. Es aquél en el que el módulo de la velocidad angular cambia en forma constante en el tiempo.

ACELERACIÓN ANGULAR

Como en el movimiento lineal, el movimiento angular puede ser uniforme o acelerado. La rapidez de la rotación puede aumentar o disminuir bajo la influencia de un momento de torsión resultante. Por ejemplo, si la velocidad angular cambia desde un valor inicial ω_0 a un valor final ω_f en un intervalo de tiempo t, la aceleración angular está dada por

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

La letra griega α (alfa) denota aceleración angular. Una forma más útil de esta misma ecuación es

$$\boxed{\omega_f = \omega_0 + \alpha t} \qquad (11\text{-}4)$$

Al comparar la ecuación (11-4) con la ecuación (5-3) para aceleración lineal, veremos que sus formas son idénticas si establecemos analogías entre los parámetros angulares y lineales.

Ahora que hemos introducido el concepto de velocidad angular inicial y final, podemos expresar la velocidad angular media en términos de sus valores inicial y final:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_f + \omega_0}{2}$$

Al sustituir esta igualdad en la ecuación (11-2), obtenemos una expresión más útil para el desplazamiento angular:

$$\boxed{\theta = \bar{\omega}t = \frac{\omega_f + \omega_0}{2}t} \qquad (11\text{-}5)$$

Esta ecuación es también similar a una ecuación derivada para el movimiento lineal. De hecho, las ecuaciones para la aceleración angular tienen las mismas formas básicas que las que se derivaron en el capítulo 5 para la aceleración lineal si establecemos las analogías siguientes:

s (pie, m) $\leftrightarrow \theta$ (rad)

v (pie/s, m/s) $\leftrightarrow \omega$ (rad/s)

a (pie/s², m/s²) $\leftrightarrow \alpha$ (rad/s²)

El tiempo desde luego, es el mismo para ambos tipos de movimiento y se mide en segundos. La tabla 11-1 ilustra las similitudes entre los movimiento angular y lineal.

Tabla 11-1 Comparación de la aceleración lineal y la aceleración angular

Aceleración lineal constante	Aceleración angular constante
$s = \bar{v}t = \frac{v_f + v_0}{2}t$	$\theta = \bar{\omega}t = \frac{\omega_f + \omega_0}{2}t$
$v_f = v_0 + at$	$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$
$s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$2as = v_f^2 - v_0^2$	$2\alpha\theta = \omega_f^2 - \omega_0^2$

Al aplicar estas fórmulas, debemos ser muy cuidadosos de escoger las unidades apropiadas para cada cantidad. Es también importante escoger una dirección (en el sentido de las manecillas del reloj o viceversa) como positiva y seguirla consistentemente en la asignación de signos a cada cantidad.

Ejemplo 11-4 Un volante aumenta su velocidad de rotación de 6 a 12 rev/s en 8 s. ¿Cuál es su aceleración angular?

Solución Calcularemos primero las velocidades inicial y final:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \left(\frac{2\pi\ \text{rad}}{\text{rev}}\right)\left(\frac{6\ \text{rev}}{\text{s}}\right) = 12\pi\ \text{rad/s}$$

$$\omega_f = 2\pi f_0 = \left(\frac{2\pi\ \text{rad}}{\text{rev}}\right)\left(\frac{12\ \text{rev}}{\text{s}}\right) = 24\pi\ \text{rad/s}$$

La aceleración angular es

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} = \frac{(24\pi - 12\pi)\ \text{rad/s}}{8\ \text{s}}$$

$$= 1.5\pi\ \text{rad/s}^2 = 4.71\ \text{rad/s}^2$$

Ejemplo 11-5 Una rueda de esmeril que gira inicialmente con una velocidad angular de 6 rad/s recibe una aceleración constante de 2 rad/s². *a)* ¿Cuál será su desplazamiento angular después de 3 s? *b)* ¿Cuántas revoluciones habrá dado? *c)* ¿Cuál es su velocidad angular final?

Solución a) El desplazamiento angular está dado por

$$\theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2$$
$$= (6 \text{ rad/s})(3 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}(2 \text{ rad/s}^2)(3 \text{ s})^2$$
$$= 18 \text{ rad} + (1 \text{ rad/s}^2)(9 \text{ s}^2)$$
$$= 27 \text{ rad}$$

Solución b) Dado que 1 rev = 2 π rad, tenemos

$$\theta = (27 \text{ rad}) \frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} = 4.30 \text{ rev}$$

Solución c) La velocidad final es igual a la velocidad inicial más el cambio en velocidad. Por tanto

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t = 6 \text{ rad/s} + (2 \text{ rad/s}^2)(3 \text{ s})$$
$$= 12 \text{ rad/s}$$

Objetivo 1.6 Resuelve los siguientes problemas.

1. Una rueda gira a razón de 300 rpm. Calcular la velocidad angular de un punto cualquiera de la rueda en rad/s.

2. Expresar la velocidad angular de 40 grados/s en
   a) rps b) rpm c) rad/s

3. Un motor eléctrico gira con una velocidad angular de 600 rpm. ¿Cuál es su velocidad angular en rad/s? ¿Cuál es su desplazamiento angular después de 6s?

4. Un volante parte del reposo y alcanza una velocidad angular final de 900 rpm en 4 s. Determine su aceleración angular y su desplazamiento angular después de 4 s.

5. Un motor eléctrico que gira a 1,900 rpm reduce su velocidad a 300 rpm en 5 s, al ser desconectado. Encuentra
   a) La aceleración angular
   b) El desplazamiento angular durante los 5 s.

6. Una rueda de esmeril que gira a 4 rev/s recibe una aceleración angular constante de 3 rad/s^2.
   a) ¿Qué desplazamiento angular tendrá en 3 s.?
   b) ¿Cuántas revoluciones completará?.
   c) ¿Cuál será su velocidad angular final?.

7. Una pelota de 32 cm de diámetro que gira inicialmente a 4 rev/s recibe una aceleración angular constantede 2 rad/s^2.
   a) Calcule su velocidad angular después de 8 s
   b) ¿Cuál es su desplazamiento angular durante este tiempo?

UNIDAD 2 LEYES DEL MOVIMIENTO DE NEWTRON

Objetivo 2.1 Fuerza. Toda aquella acción capaz de cambiarle el estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a un cuerpo.

La ciencia de la Mecánica está basada en tres leyes naturales enunciadas en 1686 por Sir Isaac Newton, después de derivarlas a partir de observaciones y experimentos. Su aplicación con éxito ha sido prueba de su validez y utilidad.

A inicios del siglo XX ciertos tipos de problemas que no podían resolverse por las leyes de Newton dieron pie al nacimiento de la Mecánica relativista y de la Mecánica cuántica. En ambos casos, cuando éstos son aplicados a cuerpos de las dimensiones y velocidades de automóviles, balas, aviones y hasta cohetes, se reducen simplemente a las leyes de la Mecánica newtoniana. Por lo tanto, podemos aseverar que la Mecánica newtoniana no es sino un caso especial de una Mecánica más general.

De cualquier manera, la Mecánica newtoniana es extremadamente útil al nivel de la experiencia práctica. En este capítulo estudiaremos la primera y la tercera leyes de Newton. Dejaremos para el capítulo 7 el estudio de la segunda ley de Newton.

PRIMERA LEY DE NEWTON

Sabemos por experiencia que un objeto estacionario permanece en reposo a menos que una fuerza externa actué sobre él. Un florero sobre una mesa permanecerá en su lugar hasta que el gato lo derribe.

Menos obvio que lo anterior es la aseveración de que un objeto en movimiento conservará su estado de movimiento hasta que una fuerza externa modifique ese movimiento. Por ejemplo, una pelota de beisbol que cae en campo abierto pronto se detendrá debido a la interacción que sufre con el suelo. La misma pelota rodaría mucho más lejos antes de detenerse si hubiera caido en hielo. Esto se debe a la interacción horizontal, llamada *fricción*, que es mucho más fuerte entre la pelota y el suelo que entre la pelota y el hielo. Esto nos lleva a la idea de que una pelota sobre un plano horizontal perfectamente liso, libre de fricción permanecería en movimiento para siempre. Estas ideas son formuladas en la *primera ley de Newton del movimiento*.

> *Un cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilineo uniforme a menos que una fuerza externa no balanceada actúe sobre él.*

No existe ningún cuerpo real que esté completamente libre de la acción de fuerzas externas, pero hay situaciones para las que es posible lograr que la fuerza resultante sea igual a cero. En tales casos el cuerpo se comportará de acuerdo con la primera ley del movimiento. Si reconocemos que la fricción nunca podrá ser completamente eliminada, deberemos reconocer que la primera ley de Newton expresa una situación ideal.

La propiedad de una partícula que le permite mantener un estado de movimiento constante o de reposo, recibió el nombre de *inercia* por Newton, así que su primera ley fue llamada *ley de la inercia*. Cuando un automóvil se acelera, los pasajeros obedecen esta ley al tratar de permanecer en reposo hasta que la fuerza externa ejercida por el asiento los pone en estado de movimiento. Asimismo, cuando el automóvil se detiene, los pasajeros tienden a seguir su movimiento con velocidad constante hasta que son detenidos por los cinturones de seguridad o por su propio esfuerzo. Toda la materia posee inercia. El concepto de *masa*, que introduciremos más tarde, es una medida de la inercia de un cuerpo.

TERCERA LEY DE NEWTON

No puede existir una fuerza a menos que estén afectados dos cuerpos. En otras palabras, debe existir una interacción mutua entre una fuerza que actúa y otra fuerza que reacciona. Cuando dos cuerpos interaccionan, la fuerza ejercida por el primer cuerpo sobre el segundo es igual en magnitud pero opuesta en dirección a la fuerza que ejerce el segundo cuerpo sobre el primero. Este principio se enuncia en la *tercera ley de Newton:*

> *A toda acción corresponde una reacción igual en magnitud y dirección pero de sentido opuesto.*

Por lo tanto, no podremos nunca tener una sola fuerza aislada. Consideremos los ejemplos de la figura 3-1.

Solución a) El desplazamiento angular está dado por

$$\begin{aligned}\theta &= \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2\\ &= (6\ \text{rad/s})(3\ \text{s}) + \tfrac{1}{2}(2\ \text{rad/s}^2)(3\ \text{s})^2\\ &= 18\ \text{rad} + (1\ \text{rad/s}^2)(9\ \text{s}^2)\\ &= 27\ \text{rad}\end{aligned}$$

Solución b) Dado que 1 rev = 2π rad, tenemos

$$\theta = (27\ \text{rad})\frac{1\ \text{rev}}{2\pi\ \text{rad}} = 4.30\ \text{rev}$$

Solución c) La velocidad final es igual a la velocidad inicial más el cambio en velocidad. Por tanto

$$\begin{aligned}\omega_f &= \omega_0 + \alpha t = 6\ \text{rad/s} + (2\ \text{rad/s}^2)(3\ \text{s})\\ &= 12\ \text{rad/s}\end{aligned}$$

Objetivo 1.6 Resuelve los siguientes problemas.

1. Una rueda gira a razón de 300 rpm. Calcular la velocidad angular de un punto cualquiera de la rueda en rad/s.

2. Expresar la velocidad angular de 40 grados/s en
   a) rps b) rpm c) rad/s

3. Un motor eléctrico gira con una velocidad angular de 600 rpm. ¿Cuál es su velocidad angular en rad/s? ¿Cuál es su desplazamiento angular después de 6s?

4. Un volante parte del reposo y alcanza una velocidad angular final de 900 rpm en 4 s. Determine su aceleración angular y su desplazamiento angular después de 4 s.

5. Un motor eléctrico que gira a 1,900 rpm reduce su velocidad a 300 rpm en 5 s, al ser desconectado. Encuentra
   a) La aceleración angular
   b) El desplazamiento angular durante los 5 s.

6. Una rueda de esmeril que gira a 4 rev/s recibe una aceleración angular constante de 3 rad/s^2.
   a) ¿Qué desplazamiento angular tendrá en 3 s.?
   b) ¿Cuántas revoluciones completará?.
   c) ¿Cuál será su velocidad angular final?.

7. Una pelota de 32 cm de diámetro que gira inicialmente a 4 rev/s recibe una aceleración angular constantede 2 rad/s^2.
   a) Calcule su velocidad angular después de 8 s
   b) ¿Cuál es su desplazamiento angular durante este tiempo?

UNIDAD 2 LEYES DEL MOVIMIENTO DE NEWTRON

Objetivo 2.1 Fuerza. Toda aquella acción capaz de cambiarle el estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme a un cuerpo.

La ciencia de la Mecánica está basada en tres leyes naturales enunciadas en 1686 por Sir Isaac Newton, después de derivarlas a partir de observaciones y experimentos. Su aplicación con éxito ha sido prueba de su validez y utilidad.

A inicios del siglo XX ciertos tipos de problemas que no podían resolverse por las leyes de Newton dieron pie al nacimiento de la Mecánica relativista y de la Mecánica cuántica. En ambos casos, cuando éstos son aplicados a cuerpos de las dimensiones y velocidades de automóviles, balas, aviones y hasta cohetes, se reducen simplemente a las leyes de la Mecánica newtoniana. Por lo tanto, podemos aseverar que la Mecánica newtoniana no es sino un caso especial de una Mecánica más general.

De cualquier manera, la Mecánica newtoniana es extremadamente útil al nivel de la experiencia práctica. En este capítulo estudiaremos la primera y la tercera leyes de Newton. Dejaremos para el capítulo 7 el estudio de la segunda ley de Newton.

PRIMERA LEY DE NEWTON

Sabemos por experiencia que un objeto estacionario permanece en reposo a menos que una fuerza externa actué sobre él. Un florero sobre una mesa permanecerá en su lugar hasta que el gato lo derribe.

Menos obvio que lo anterior es la aseveración de que un objeto en movimiento conservará su estado de movimiento hasta que una fuerza externa modifique ese movimiento. Por ejemplo, una pelota de beisbol que cae en campo abierto pronto se detendrá debido a la interacción que sufre con el suelo. La misma pelota rodaría mucho más lejos antes de detenerse si hubiera caido en hielo. Esto se debe a la interacción horizontal, llamada *fricción*, que es mucho más fuerte entre la pelota y el suelo que entre la pelota y el hielo. Esto nos lleva a la idea de que una pelota sobre un plano horizontal perfectamente liso, libre de fricción permanecería en movimiento para siempre. Estas ideas son formuladas en la *primera ley de Newton del movimiento.*

> *Un cuerpo permanece en estado de reposo o de movimiento rectilineo uniforme a menos que una fuerza externa no balanceada actúe sobre él.*

No existe ningún cuerpo real que esté completamente libre de la acción de fuerzas externas, pero hay situaciones para las que es posible lograr que la fuerza resultante sea igual a cero. En tales casos el cuerpo se comportará de acuerdo con la primera ley del movimiento. Si reconocemos que la fricción nunca podrá ser completamente eliminada, deberemos reconocer que la primera ley de Newton expresa una situación ideal.

La propiedad de una particula que le permite mantener un estado de movimiento constante o de reposo, recibió el nombre de *inercia* por Newton, así que su primera ley fue llamada *ley de la inercia*. Cuando un automóvil se acelera, los pasajeros obedecen esta ley al tratar de permanecer en reposo hasta que la fuerza externa ejercida por el asiento los pone en estado de movimiento. Asimismo, cuando el automóvil se detiene, los pasajeros tienden a seguir su movimiento con velocidad constante hasta que son detenidos por los cinturones de seguridad o por su propio esfuerzo. Toda la materia posee inercia. El concepto de *masa*, que introduciremos más tarde, es una medida de la inercia de un cuerpo.

TERCERA LEY DE NEWTON

No puede existir una fuerza a menos que estén afectados dos cuerpos. En otras palabras, debe existir una interacción mutua entre una fuerza que actúa y otra fuerza que reacciona. Cuando dos cuerpos interaccionan, la fuerza ejercida por el primer cuerpo sobre el segundo es igual en magnitud pero opuesta en dirección a la fuerza que ejerce el segundo cuerpo sobre el primero. Este principio se enuncia en la *tercera ley de Newton:*

> *A toda acción corresponde una reacción igual en magnitud y dirección pero de sentido opuesto.*

Por lo tanto, no podremos nunca tener una sola fuerza aislada. Consideremos los ejemplos de la figura 3-1.

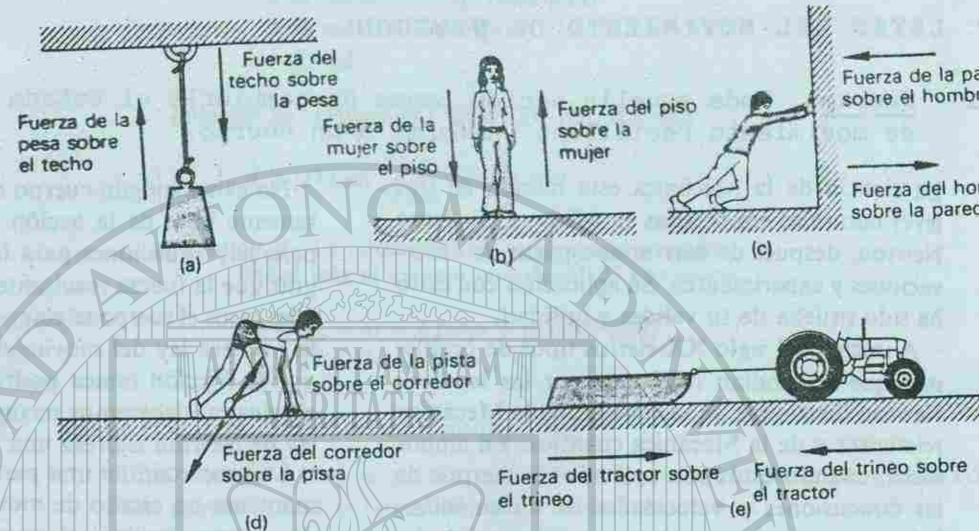


Fig. 3-1 Ejemplos de fuerzas de acción y de reacción.

Nótese que las fuerzas que actúan y las que reaccionan, aunque son iguales en magnitud y opuestas en dirección, nunca se neutralizan porque siempre actúan sobre cuerpos *diferentes*. Para que dos fuerzas se cancelen, deberán actuar sobre el mismo cuerpo. Se podría decir que las fuerzas que actúan crean las fuerzas que reaccionan.

Por ejemplo, alguien que empieza a subir una escalera comienza por poner un pie sobre el primer escalón y empujar sobre él. El escalón debe entonces ejercer una fuerza igual y opuesta sobre el pie para no romperse. Cuanto más grande sea la fuerza que ejerce el pie sobre el escalón, mayor deberá ser la reacción contra el pie. Desde luego que el peldaño no puede crear una fuerza de reacción hasta que el pie aplique su fuerza. La acción actúa sobre el objeto y la reacción actúa sobre el agente que ejerce la acción.

En el capítulo 3 se vio que un objeto permanece en reposo a menos que actúe sobre él una fuerza resultante. Se recordará también que un cuerpo en movimiento rectilíneo uniforme se encuentra en equilibrio si no existe una fuerza resultante. No debe sorprendernos por tanto encontrar que un cambio de velocidad sólo puede resultar de la aplicación de una fuerza no-balanceada (fuerza resultante $\neq 0$). Tal aceleración y su relación con la fuerza aplicada son los temas de este capítulo.

SEGUNDA LEY DEL MOVIMIENTO DE NEWTON

Antes de enunciar formalmente la segunda ley de Newton, consideremos un experimento muy simple. Una pista de aire lineal es un aparato para estudiar el movimiento de los objetos bajo condiciones que se aproximan a la fricción nula. Cientos de pequeñas ráfagas de aire crean una fuerza hacia arriba que balancea el peso del deslizador como se ilustra en la figura 7-1. Se ata un hilo al deslizador y se coloca un dinamómetro de peso despreciable para medir la fuerza aplicada, como se muestra en la figura. La aceleración que recibe el deslizador puede medirse determinando el cambio de velocidad en un lapso conocido. En la figura 7-1*a*, la primera fuerza aplicada F_1 produce una aceleración a_1. Por ejemplo, cuando aplicamos una fuerza de 4 lb, supongamos que medimos una aceleración de 2 pie/s². Acto seguido, duplicamos la fuerza aplicada, como se indica en la figura 7-1b y observamos la nueva aceleración.

Nuestras observaciones nos demostrarán que una fuerza doble $2F_1$ producirá una aceleración doble $2a_1$. En otras palabras, en nuestro ejemplo, una fuerza de 8 lb causará una aceleración de 4 pie/s². De manera similar, al triplicar la fuerza obtendremos una aceleración aumentada por un factor de 3. Una fuerza de 12 lb produce una aceleración de 6 pie/s².

Así encontramos que la aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza aplicada y en la misma dirección de esa fuerza. Esto significa que la relación de fuerza a aceleración es siempre una constante:

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \text{constante}$$

En nuestro ejemplo específico, la constante para las fuerza de 4, 8 y 12 es de 2 lb·s²/pie.

Más adelante veremos que esta relación constante puede ser considerada como una propiedad del cuerpo denominada su masa *m*, donde

$$m = \frac{F}{a}$$

La segunda ley de Newton es un enunciado de cómo varía la aceleración de un cuerpo con la fuerza aplicada y la *masa* del cuerpo. Por lo tanto podemos pensar de la masa de un cuerpo como la cantidad de materia de que está formado el propio cuerpo. Para entender la variación de la aceleración con respecto a la masa, regresemos a nuestro experimento. Esta vez mantendremos

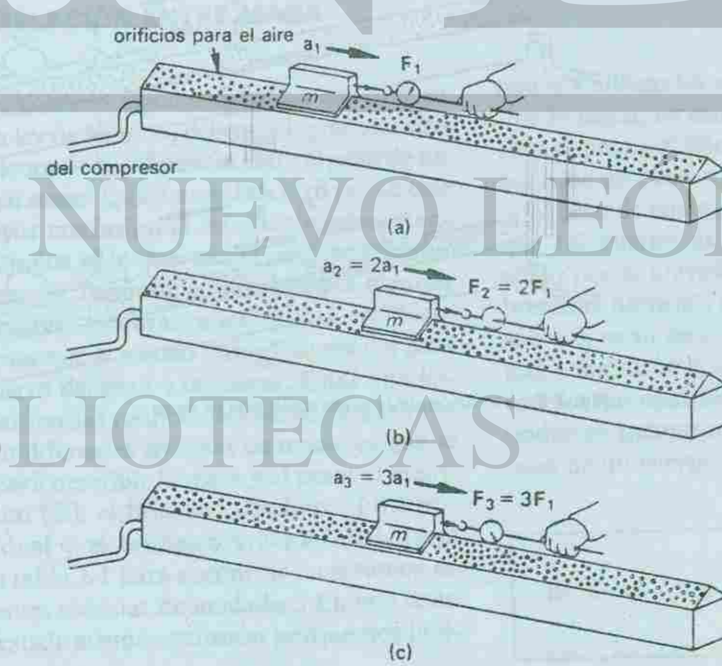


Fig. 7-1 Variación de la aceleración con la fuerza aplicada.

constante nuestra fuerza aplicada F. Variaremos la masa añadiendo sucesivamente más deslizadores de igual tamaño y peso. En la figura 7-2, nótese que si la fuerza permanece sin cambio, un aumento de masa resulta en una *disminución* proporcional de la aceleración. Si la fuerza aplicada constante es de 12 lb, observaremos aceleraciones de 6, 3 y 2 pie/s² para los casos mostrados en las figuras 7-2 *a*, *b* y *c* respectivamente.

De las observaciones anteriores, estamos ya preparados para enunciar la *segunda ley de Newton del movimiento:*

> *Siempre que una fuerza no-balanceada actúe sobre un cuerpo, se produce una aceleración en la dirección de la fuerza que es directamente proporcional a la fuerza e inversamente proporcional a la masa del cuerpo.*

De acuerdo a lo anterior, podemos escribir la proporcionalidad

$$a \propto \frac{F}{m}$$

Siempre que la masa permanezca constante, un aumento en la fuerza aplicada resultará en un aumento similar de la aceleración producida. Por otro lado, si la fuerza permanece sin cambio, un aumento en la masa del cuerpo resulta en una disminución proporcional de la aceleración. Al introducir una constante de proporcionalidad k, podemos escribir en forma de ecuación los enunciados anteriores:

$$ka = \frac{F}{m}$$

Despejando F, podemos escribir

$$F = kma$$

La constante de proporcionalidad k depende de las unidades en que se midan la fuerza, la masa y la aceleración del cuerpo. Las unidades

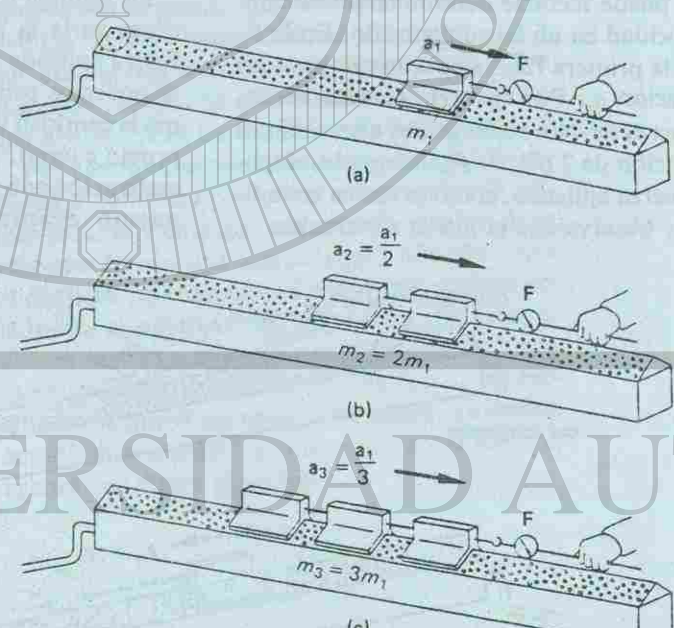


Fig. 7-2 Variación de la aceleración con la masa.

más convenientes son aquéllas que hacen que la constante de proporcionalidad sea igual a la unidad. En ese caso podemos escribir

$$\boxed{F = ma} \qquad (7\text{-}1)$$

Para que $k = 1$, especificamos dos de las unidades fundamentales y derivamos la tercera a partir de estas dos.

1. La unidad fundamental de masa en el SI es el *kilogramo* (kg), y la unidad de aceleración es el *metro por segundo por segundo* (m/s²). La unidad de fuerza derivada de estas dos unidades recibe el nombre de *newton* (N), que es la fuerza resultante requerida para imprimir a una masa de 1 kg una aceleración de 1 m/s². Así, las unidades que aseguran consistencia son

$$F(\text{N}) = m(\text{kg})a(\text{m/s}^2)$$

2. En el *sbg*, la unidad de masa se deriva de las unidades elegidas para fuerza que es la *libra* (lb) y para la aceleración que es el *pie por segundo por segundo* (pie/s²). Esta unidad derivada de masa recibe el nombre de *slug* y se define como la masa a la que una fuerza de una libra, imprimirá una aceleración de 1 pie/s². (Este término proviene del inglés *sluggish* que significa flojera o pereza, en similitud con la propiedad inercial de la masa.) Las unidades consistentes en este sistema son

$$F(\text{lb}) = m(\text{slug})a(\text{pie/s}^2)$$

Objetivo 2.4

Tabla 2-1 Sistema de unidades

Cantidad	SI	sbg	Británico absoluto	Métrico gravitacional
Longitud	m	pie	pie	m
Masa	kg	slug	lb	kg · s² m
Tiempo	s	s	s	s
Peso	newton (N)	libra (lb)	poundal	kg
Energía	joule (J)	pie·lb	pie·poundal	kg · m

Objetivo 2.2

LA RELACIÓN ENTRE MASA Y PESO

Antes de considerar algunos ejemplos que utilicen la segunda ley de Newton, debemos lograr un claro entendimiento de la diferencia entre el *peso* de un cuerpo y su *masa*. Quizá no exista otro punto que cause mayor confusión al estudiante principiante. En Química se le dice que el peso de mide en kilogramos; en Termodinámica, la masa algunas veces se expresa en libras, mientras que en Mecánica decimos que la unidad "libra" se reserva para uso exclusivo del peso y la fuerza. Estas aparentes inconsistencias resultan del hecho de que existen cuatro diferentes sistemas de unidades que se utilizan para describir la masa y el peso: el métrico absoluto (SI), el británico absoluto, el métrico gravitacional y el británico gravitacional. (sbg) (Véase la tabla 2-1 para encontrar un resumen de los diferentes sistemas de unidades.) En este texto debería existir menos confusión porque nos limitamos a utilizar los sistemas SI y sbg de unidades. Por lo tanto, en este libro la libra siempre se refiere al peso y el kilogramo siempre se refiere a la masa de un cuerpo.

El peso de cualquier cuerpo es la fuerza con la que tal cuerpo es atraído verticalmente hacia abajo por la gravedad. Cuando un cuerpo cae libremente hacia la Tierra, la única fuerza que actúa sobre él es su peso **W**. Esta fuerza neta produce una aceleración g, que es la misma para todos los cuerpos que caen. Así, de la segunda ley de Newton podemos encontrar la relación entre la masa y el peso de un cuerpo:

$$\boxed{W = mg \quad \text{o} \quad m = \frac{W}{g}} \qquad (7\text{-}3)$$

En cualquier sistema de unidades, 1) la masa de una partícula es igual a su peso dividido por la aceleración de la gravedad; 2) el peso tiene las mismas unidades que la unidad de fuerza; y 3) la aceleración de la gravedad tiene las mismas unidades que la aceleración.

Por lo tanto, podemos resumir como sigue:

SI: $W\,(\mathrm{N}) = m\,(\mathrm{kg}) \times g\,(9.8\ \mathrm{m/s^2})$

Sbg: $W\,(\mathrm{lb}) = m\,(\mathrm{slug}) \times g\,(32\ \mathrm{pie/s^2})$

En estas relaciones, los valores dados para g y por lo tanto a los pesos, se aplican tan sólo para puntos cercanos a la superficie de la Tierra a nivel del mar, que es donde g tiene estos valores.

Se deben recordar dos cosas para comprender completamente la diferencia entre masa y peso:

Masa es una constante universal igual a la relación del peso de un cuerpo a la aceleración gravitacional debida a ese peso.

Peso es la *fuerza* de atracción gravitacional y es muy dependiente de la aceleración gravitacional.

Por lo tanto, la masa de un cuerpo es sólo una medida de su inercia y no depende para nada de la gravedad. En el espacio exterior, un martillo tiene un peso despreciable pero sirve igualmente para clavar clavos dado que su masa no cambia.

En unidades del sbg, el peso W de un cuerpo se describe en *libras.* Su masa, si se desea, se calcula a partir de este peso y tiene como unidad al *slug.* En el SI, la masa de un cuerpo se especifica en *kilogramos.* El peso, si se desea, se calcula a partir de esta masa y tiene como unidad al *newton.* En los ejemplos que siguen, todos los parámetros se miden en puntos donde $g = 32\ \mathrm{pie/s^2} = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$.

Ejemplo 7-1 Encuentre la masa de una persona cuyo peso es de 150 lb.

Solución

$$m = \frac{W}{g} = \frac{150\ \mathrm{lb}}{32\ \mathrm{pie/s^2}} = 4.69\ \mathrm{slugs}$$

Ejemplo 7-2 Encuentre el peso de un bloque de 18 kg.

Solución

$$W = mg = 18\ \mathrm{kg}(9.8\ \mathrm{m/s^2}) = 176\ \mathrm{N}$$

Ejemplo 7-3 Encuentre la masa de un cuerpo cuyo peso es de 100 N.

Solución

$$m = \frac{W}{g} = \frac{100\ \mathrm{N}}{9.8\ \mathrm{m/s^2}} = 10.2\ \mathrm{kg}$$

Objetivo 2.6 <u>Fuerza Centrípeta.</u> Fuerza responsable del cambio en la dirección de un cuerpo con movimiento circular uniforme.

Objetivo 2.6 <u>Fuerza Centrífuga.</u> Fuerza con el mismo módulo y dirección pero de sentido contrario a la centrípeta.

Objetivo 2.7 Resuelve los siguientes problemas.

1. ¿Qué fuerza resultante imprimirá una aceleración de 5 pie/s^2 a un cuerpo de 32 lb?

2. ¿Cuál es la masa de un cuerpo si una fuerza de 60 N le da una aceleración de 4 m/s^2?

3. Una masa de 2 kg recibe la acción de una fuerza de a)8N y b) 4 lb. Encuentra la aceleración para cada caso.

4. Encuentre la fuerza neta requerida para dar a una masa de 3 slug una aceleración de 16 pie/s^2.

5. Encuentre la masa de un cuerpo si una fuerza de 16 N le provoca una aceleración de 5 m/s^2.

6. Encuentre el peso de un cuerpo cuya masa es.

   a) 20 kg   b) 2.4 slugs   c) 36 g.

7. Encuentre la masa de un cuerpo cuyo peso es de.

   a) 19.6 N   b) 48 lb

8. Un objeto pesa 25 N al nivel del mar en donde la gravedad es de 9.8 m/s^2
   ¿Cuál es su peso en el planeta x en donde la aceleración de la gravedad es de 3.5 m/s^2?.

9. Una persona pesa 120 lb. Determina.

   a) su peso en N   b) su masa en kg

10. Un objeto tiene una masa de 200 g . Calcule su peso en newtons y en dinas.

11. Calcular la masa de un cuerpo cuyo peso W es.

    a) 19.6 N   b) 1960 dinas

12. Un objeto que pesa 80 N recibe una aceleración de 2 m/s^2
    ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que actúa sobre el objeto?.

13. Un cuerpo de 2 kg de masa esta sometido a una fuerza de

    a) 6 N   b) 8,000 dinas

    Calcular la aceleración en cada caso.

14. ¿Qué fuerza aplicada a una masa de 6 kg reducirá su velocidad de 20 a 15 m/s en 2 s?.

15. Encuentre la fuerza resultante requerida para que un bloque de 200 lb se acelere a 4 pie/s^2.

16. Una fuerza resultante de 80 N provoca una aceleración de 24 m/s^2 sobre un bloque.
    ¿Cuál es su masa en gramos? ¿En kilogramos?

17. Una fuerza neta de 1,600 lb se aplica sobre un automóvil de 3,000 lb.
    ¿Qué aceleración se logra?

18. La velocidad de un automóvil aumenta de 30 a 60 mi/h en 5 s bajo la acción de una fuerza resultante de 1,150 lb.
    ¿Cuál es la masa del automóvil? ¿Cuál es su peso?

19. Un automóvil que pesa 1,000 N marcha a una velocidad de 90 km/hr. Calcular la fuerza retardadora de los frenos para detenerlo en 70 m sobre una carretera horizontal.

10-7 GRAVITACIÓN

La Tierra y los demás planetas describen una órbita casi circular alrededor del Sol. Newton sugirió que la fuerza centrípeta que mantiene este movimiento planetario es sólo un ejemplo de una fuerza universal denominada *gravitación*, que actúa sobre todas las masas que existen en el universo. Él enunció su tesis en la *ley de gravitación universal:*

> *Toda partícula en el universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.*

Esta proporcionalidad se suele enunciar en forma de una ecuación:

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}} \qquad (10\text{-}15)$$

donde m_1 y m_2 son las masas de cualquiera dos partículas separadas por una distancia r, tal como se ilustra en la figura 10-9.

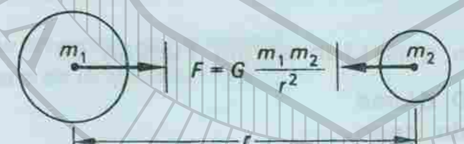


Fig. 10-9 La ley de la gravitación universal.

La constante de proporcionalidad G es una constante universal igual a

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$$
$$= 3.44 \times 10^{-8}\ \text{lb}\cdot\text{pie}^2/\text{slug}^2$$

Ejemplo 10-7 Dos bolas de plomo que pesan 16 y 8 lb, se encuentran a una distancia de 2 pies entre sí. ¿Con qué fuerza se atraerán mutuamente?

Solución Primero debemos calcular las masas a partir de los pesos dados, como sigue:

$$m_1 = \frac{16\ \text{lb}}{32\ \text{pie/s}^2} = 0.5\ \text{slug}$$

$$m_2 = \frac{8\ \text{lb}}{32\ \text{pie/s}^2} = 0.25\ \text{slug}$$

La fuerza de atracción se calcula así:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$
$$= (3.44 \times 10^{-8}\ \text{lb}\cdot\text{pie}^2/\text{slug}^2)\frac{(0.5\ \text{slug})(0.25\ \text{slug})}{(2\ \text{pie})^2}$$
$$= (3.44 \times 10^{-8}\ \text{lb}\cdot\text{pie}^2/\text{slug}^2)(3.12 \times 10^{-2}\ \text{slug}^2/\text{pie}^2)$$
$$= 1.08 \times 10^{-9}\ \text{lb}$$

Puede verse así que las fuerzas gravitacionales son muy débiles. En el caso de la gravedad terrestre, dado que la masa de la Tierra es muy grande comparada con la de los objetos que normalmente se hallan en su superficie, suponemos a menudo que las fuerzas gravitacionales son muy grandes. Sin embargo, si consideramos dos pequeñas canicas muy cerca una de la otra sobre una superficie horizontal, nuestra experiencia nos indica claramente que la atraccion gravitacional entre ellas es muy débil.

Ejemplo 10-8 En la superficie de la Tierra, la aceleración gravitacional es de 9.8 m/s². Si el radio de la Tierra es de 6.38×10^6 m, calcule la masa de la Tierra.

Solución Consideremos una masa m cerca de la superficie de la Tierra. La fuerza gravitacional de atracción que experimenta dicha masa está dada por la siguiente fórmula y es igual a su peso.

$$W = mg = G\frac{mm_e}{r^2}$$

Al despejar m_e nos queda

$$m_e = \frac{gr^2}{G}$$

y de aquí podemos calcular la masa de la Tierra

$$m_e = \frac{(9.8\ \text{m/s}^2)(6.38 \times 10^6\ \text{m})^2}{6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2} = 5.98 \times 10^{24}\ \text{kg}$$

o sea, aproximadamente 6.59×10^{21} toneladas.

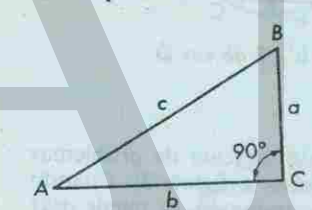
UNIDAD 3 ESTATICA

Objetivo 3.1

ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA ÚTILES AL RESOLVER LOS PROBLEMAS DE FÍSICA

Trigonometría del triángulo rectángulo. De las matemáticas que hemos encontrado en este libro ninguna incluye más que las ecuaciones más sencillas de álgebra y las tres funciones más comunes en trigonometría: *seno, coseno* y *tangente*. Sin embargo, éstas son muy usadas en general y no está fuera de lugar hacer aquí un breve repaso. El seno, el coseno y la tangente se emplean principalmente en problemas donde la solución requiere resolver un triángulo rectángulo.

Como se muestra en la figura 1, las letras minúsculas a, b, c, representan las longitudes de los lados del triángulo y las mayúsculas A, B, C, representan sus correspondientes ángulos opuestos. El ángulo $C = 90°$.



Apendice II. — Fig. 1

Por definición

$$\text{sen} = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}}, \qquad \cos = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}},$$

$$\text{tang} = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{lado opuesto}}$$

(Sería bueno aprender de memoria estas definiciones y con ellas y la figura 1 practicar escribiendo las siguientes ecuaciones:)

(1) $\text{sen}\ A = \frac{a}{c}$ (2) $\cos A = \frac{b}{c}$ (3) $\text{tang}\ A = \frac{a}{b}$

(4) $\text{sen}\ B = \frac{b}{c}$ (5) $\cos B = \frac{a}{c}$ (6) $\text{tang}\ B = \frac{b}{a}$

Cada uno de estas ecuaciones es una relación entre un ángulo y dos lados del triángulo. Por trasposición pueden tomar otra forma útil. Las ecuaciones (1) y (2), por ejemplo, se convierten en

(7) $a = c\ \text{sen}\ A$ (8) $b = c \cos A$

Si se conocen dos de los lados de cualquier triángulo rectángulo, se pueden calcular el otro lado y los dos ángulos agudos con las ecuaciones anteriores. Esto se hace aprovechando los valores trigonométricos del sen, cos y tang dados en la tabla siguiente para todos los ángulos entre 0° y 90°.

Ejemplo: Para un triángulo rectángulo dado, el ángulo $C = 90°$, el lado $a = 6$ cm y el lado $c = 12$ cm. Encontrar el ángulo A, el ángulo B y el lado b.

10-7 GRAVITACIÓN

La Tierra y los demás planetas describen una órbita casi circular alrededor del Sol. Newton sugirió que la fuerza centrípeta que mantiene este movimiento planetario es sólo un ejemplo de una fuerza universal denominada *gravitación*, que actúa sobre todas las masas que existen en el universo. Él enunció su tesis en la *ley de gravitación universal:*

> *Toda partícula en el universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.*

Esta proporcionalidad se suele enunciar en forma de una ecuación:

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}} \qquad (10\text{-}15)$$

donde m_1 y m_2 son las masas de cualquiera dos partículas separadas por una distancia r, tal como se ilustra en la figura 10-9.

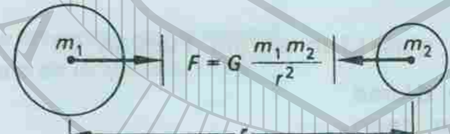


Fig. 10-9 La ley de la gravitación universal.

La constante de proporcionalidad G es una constante universal igual a

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$$
$$= 3.44 \times 10^{-8}\ \text{lb}\cdot\text{pie}^2/\text{slug}^2$$

Ejemplo 10-7 Dos bolas de plomo que pesan 16 y 8 lb, se encuentran a una distancia de 2 pies entre sí. ¿Con qué fuerza se atraerán mutuamente?

Solución Primero debemos calcular las masas a partir de los pesos dados, como sigue:

$$m_1 = \frac{16\ \text{lb}}{32\ \text{pie/s}^2} = 0.5\ \text{slug}$$

$$m_2 = \frac{8\ \text{lb}}{32\ \text{pie/s}^2} = 0.25\ \text{slug}$$

La fuerza de atracción se calcula así:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$
$$= (3.44 \times 10^{-8}\ \text{lb}\cdot\text{pie}^2/\text{slug}^2)\ \frac{(0.5\ \text{slug})(0.25\ \text{slug})}{(2\ \text{pie})^2}$$
$$= (3.44 \times 10^{-8}\ \text{lb}\cdot\text{pie}^2/\text{slug}^2)(3.12 \times 10^{-2}\ \text{slug}^2/\text{pie}^2)$$
$$= 1.08 \times 10^{-9}\ \text{lb}$$

Puede verse así que las fuerzas gravitacionales son muy débiles. En el caso de la gravedad terrestre, dado que la masa de la Tierra es muy grande comparada con la de los objetos que normalmente se hallan en su superficie, suponemos a menudo que las fuerzas gravitacionales son muy grandes. Sin embargo, si consideramos dos pequeñas canicas muy cerca una de la otra sobre una superficie horizontal, nuestra experiencia nos indica claramente que la atraccion gravitacional entre ellas es muy débil.

Ejemplo 10-8 En la superficie de la Tierra, la aceleración gravitacional es de 9.8 m/s². Si el radio de la Tierra es de 6.38×10^6 m, calcule la masa de la Tierra.

Solución Consideremos una masa m cerca de la superficie de la Tierra. La fuerza gravitacional de atracción que experimenta dicha masa está dada por la siguiente fórmula y es igual a su peso.

$$W = mg = G\frac{mm_e}{r^2}$$

Al despejar m_e nos queda

$$m_e = \frac{gr^2}{G}$$

y de aquí podemos calcular la masa de la Tierra

$$m_e = \frac{(9.8\ \text{m/s}^2)(6.38 \times 10^6\ \text{m})^2}{6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2} = 5.98 \times 10^{24}\ \text{kg}$$

o sea, aproximadamente 6.59×10^{21} toneladas.

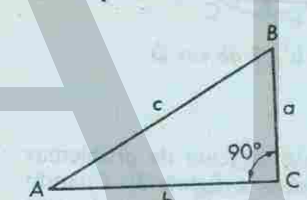
UNIDAD 3 ESTATICA

Objetivo 3.1

Elementos de trigonometría útiles al resolver los problemas de física

Trigonometría del triángulo rectángulo. De las matemáticas que hemos encontrado en este libro ninguna incluye más que las ecuaciones más sencillas de álgebra y las tres funciones más comunes en trigonometría: *seno, coseno* y *tangente*. Sin embargo, éstas son muy usadas en general y no está fuera de lugar hacer aquí un breve repaso. El seno, el coseno y la tangente se emplean principalmente en problemas donde la solución requiere resolver un triángulo rectángulo.

Como se muestra en la figura 1, las letras minúsculas a, b, c, representan las longitudes de los lados del triángulo y las mayúsculas A, B, C, representan sus correspondientes ángulos opuestos. El ángulo $C = 90°$.



Apendice II. — Fig. 1

Por definición

$$\text{sen} = \frac{\text{lado opuesto}}{\text{hipotenusa}}, \qquad \cos = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{hipotenusa}}.$$

$$\text{tang} = \frac{\text{lado adyacente}}{\text{lado opuesto}}$$

(Sería bueno aprender de memoria estas definiciones y con ellas y la figura 1 practicar escribiendo las siguientes ecuaciones:)

$$(1)\ \ \text{sen}\ A = \frac{a}{c} \qquad (2)\ \ \cos A = \frac{b}{c} \qquad (3)\ \ \text{tang}\ A = \frac{a}{b}$$

$$(4)\ \ \text{sen}\ B = \frac{b}{c} \qquad (5)\ \ \cos B = \frac{a}{c} \qquad (6)\ \ \text{tang}\ B = \frac{b}{a}$$

Cada uno de estas ecuaciones es una relación entre un ángulo y dos lados del triángulo. Por trasposición pueden tomar otra forma útil. Las ecuaciones (1) y (2), por ejemplo, se convierten en

$$(7)\ \ a = c\ \text{sen}\ A \qquad\qquad (8)\ \ b = c\cos A$$

Si se conocen dos de los lados de cualquier triángulo rectángulo, se pueden calcular el otro lado y los dos ángulos agudos con las ecuaciones anteriores. Esto se hace aprovechando los valores trigonométricos del sen, cos y tang dados en la tabla siguiente para todos los ángulos entre 0° y 90°.

Ejemplo: Para un triángulo rectángulo dado, el ángulo $C = 90°$, el lado $a = 6$ cm y el lado $c = 12$ cm. Encontrar el ángulo A, el ángulo B y el lado b.

Solución: Usando la ecuación (1) y sustituyendo, sen $A = 6/12 = 0,5$. Buscando en la columna de los senos del Apéndice III, el ángulo que se lee es 30°. Puesto que en cualquier triángulo, la suma de los tres ángulos es 180°,

$$(9)\quad A + B + C = 180°$$

La resta da el ángulo $B = 60°$. Aplicando la ecuación (8), $b = \cos A$, buscamos el cos de 30° en las tablas y encontramos 0,866, sustituyendo, da $b = 12 \times 0,866 = 10,39$ cm.

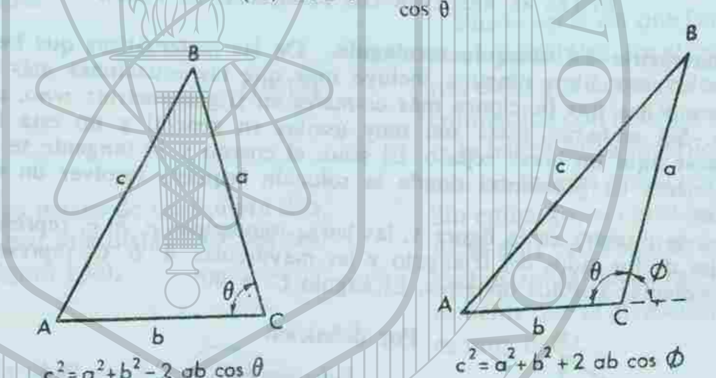
Cuando se conocen dos de los lados de un triángulo rectángulo, el otro lado también se puede calcular por el teorema de que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados.

$$(10)\quad c^2 = a^2 + b^2$$

Cuando en un triángulo rectángulo, uno de los ángulos agudos es conocido, sólo se necesita saber la longitud de uno de los lados para calcular las longitudes de los otros dos lados.

De las definiciones del sen, cos y tang en las ecuaciones (1), (2) y (3), se notará que la tang es igual al sen dividido por el cos.

$$(11)\quad \text{tang}\ \theta = \frac{\text{sen}\ \theta}{\cos\theta}$$



Apendice II. — Fig. 2.

Solución de cualquier triángulo. Muchas veces, en la solución de problemas de física, es necesario resolver un triángulo oblicuo (vease la figura 2). Cuando se conocen dos lados y el ángulo comprendido de dicho triángulo, se puede usar la *ley de los cosenos* para calcular el otro lado

$$(12)\quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta$$

Si el ángulo comprendido es menor de 90° como se ve en el diagrama (a), los valores de a, b y $\cos\theta$ se sustituyen directamente en la ecuación (12) y se calcula el valor del lado c. Si el ángulo θ es mayor de 90°, como en el diagrama (b), se encuentra el ángulo suplementario φ y se usa la ecuación (13)

$$(13)\quad c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\varphi$$

En realidad, las ecuaciones (12) y (13) son la misma ecuación, puesto que $\varphi = 180 - \theta$. En el caso especial de que $\theta = 90°$, el coseno se convierte en cero, puesto que $\cos 90° = 0$, y ambas fórmulas se reducen a la ecuación (10).

En palabras, la ley de los cosenos estipula: *el cuadrado de cualquier lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos su doble producto multiplicado por el coseno del ángulo comprendido.*

Cuando son conocidos los tres lados de un triángulo, todos los ángulos se pueden determinar por la ecuación (12). Al trasponer todos los términos menos el cos θ a un lado de la ecuación.

$$(14)\quad \cos\theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Con esta fórmula general para el ángulo θ, se pueden escribir ecuaciones similares para los tres ángulos de cualquier triángulo.

$$(15)\quad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \qquad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

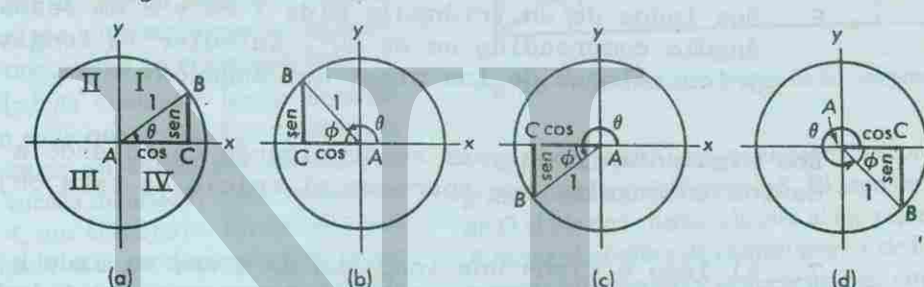
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Un valor negativo para el coseno calculado con estas ecuaciones, significa que el ángulo es mayor que 90°. Se puede encontrar su valor buscando en las tablas el ángulo cuyo seno tiene el mismo valor positivo y luego agregarle 90°. Por ejemplo, supongamos, $\cos A = -0,5$. Buscando el ángulo cuyo seno es $+0,500$, encontramos 30°. Por lo tanto, el ángulo A es $30° + 90° = 120°$.

Si se conocen dos ángulos y el lado comprendido de un triángulo oblicuo, fácilmente se pueden calcular los otros dos lados por la bien conocida *ley de los senos.*

$$(16)\quad \frac{a}{\text{sen}\ A} = \frac{b}{\text{sen}\ B} = \frac{c}{\text{sen}\ C}$$

Dos términos cualesquiera de estas igualdades dan una ecuación con sólo una incógnita.



Apéndice II. — Fig. 3

Las funciones trigonométricas sen, cos y tang, no sólo se aplican a los ángulos entre 0° y 90° sino también a los ángulos mayores. En la figura 3 se ilustra cómo se aplican en cuatro círculos de radio unidad. El esquema (a) muestra un triángulo rectángulo ABC con el ángulo de 90° en el primer cuadrante. Por las definiciones del sen y cos dadas en las ecuaciones (1) y (2), se deduce

$$\text{sen}\ \theta = BC/AB \qquad \text{y} \qquad \cos\theta = AC/AB$$

Puesto que $AB = 1$, el sen θ es igual a la longitud de la recta BC. De la ecuación (11), la tang $\theta = BC/AC$.

Todos los ángulos entre 90° y 180° están en el segundo cuadrante, y se representan po θ en el esquema (b). Análogamente, los ángulos entre 180 y 270° quedan en el tercer cuadrante, como se ilustra en el esquema (c) y los ángulos entre 270° y 360° se encuentran en el cuarto cuadrante, como se indica en el diagrama (d). En todos los cuadrantes, la longitud de la recta $AC = \cos\theta$, y la relación $BC/AC = \text{tang}\ \theta$.

Para encontrar los valores numéricos de las funciones de todos los ángulos mayores de 90°, primero se determina el ángulo φ al encontrar la diferencia entre θ y 180° y/ó 360°, según el caso. Los valores del sen φ, cos φ y tang φ, se leen en la tabla del Apéndice III. En el segundo cuadrante, el sen, estando en la dirección $+x$, es positivo, mientras que el cos, estando en la dirección $-x$ es negativo. En el tercer cuadrante, el sen y el cos son ambos negativos, mientras que en el cuarto cuadrante el sen es negativo y el cos positivo.

Ejemplos: Sea $\theta = 150°$. Encontrar sen θ, cos θ y tang θ. Restando de 180° da $\varphi = 30°$. De las tablas del Apéndice III, sen 30° = 0,500, cos 30° = 0,866 y tang 30° = 0,577, dando sen 150° = 0,500, cos 150° = −0,865 y tang 150° = −0,577.

1. Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es 33° y el lado más corto es de 5 m de largo. Encuentrar las longitudes de los otros dos lados y del ángulo restante.

2. Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo es 48° y la hipotenusa es de 6 m de largo. Encontrar el otro ángulo y las longitudes de los lados que faltan.

3. Un triángulo rectángulo tiene lados de longitudes, 3m, 4m y 5m. Calcular los ángulos agudos internos.

4. Dos lados de un triángulo tienen 24.8 y 32.6 m, respectivamente y el ángulo comprendido es de 35°. Encontrar la longitud del otro lado y los valores de los otros dos ángulos.

5. Dos lados de un triángulo tienen 5.7 m y 8.4 m, respectivamente, y el ángulo comprendido es de 115°. Encontrar la longitud del otro lado y los valores de los dos ángulos.

6. Dos lados de un triángulo mide 7 cm y 8 cm respectivamente y el ángulo comprendido es de 60°. Calcular la longitud del otro lado y los valores de los otros dos ángulos.

Los siguientes problemas se resolverán de acuerdo a la nomenclatura de los triángulos que aparecen al inicio de este objetivo.

7. El lado a tiene una longitud de 8 cm, el lado b es de 10 cm y el ángulo C es de 120°. Calcule la longitud del lado C y el valor de los ángulos A y B.

8. La longitud del lado a es de 7 cm y la del lado b es de 8 cm. Si el ángulo A mide 53°. calcule el valor del ángulo B.

9. Los tres ángulos interiores de un triángulo son los siguientes: A = 55°, B = 55° y C = 70°. Si la longitud del lado c mide 20 cm, ¿Cuáles son las de los lados a y b?

Objetivo 3.2

LA FUERZA Y SU REPRESENTACIÓN VECTORIAL

A la acción de empujar o tirar de un cuerpo se le llama *fuerza*. Un resorte estirado ejerce fuerzas sobre los dos objetos a los que sus extremos están unidos; el aire comprimido ejerce una fuerza sobre las paredes del recipiente que lo contiene; y una locomotora ejerce una fuerza sobre los vagones que arrastra. Es probable que la fuerza que nos es más familiar sea la de la atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre cada cuerpo. A esta fuerza se le llama *peso* del cuerpo. Una fuerza bien definida existe aunque no haya contacto entre la Tierra y los cuerpos que atrae. El SI de unidades tiene al *newton* (N) como unidad de fuerza. Su relación con la unidad del sbg, la libra (lb), es:

1 lb = 4.45 N   1 N = 0.225 lb

Dos de los efectos producidos por fuerzas y que se pueden medir son:

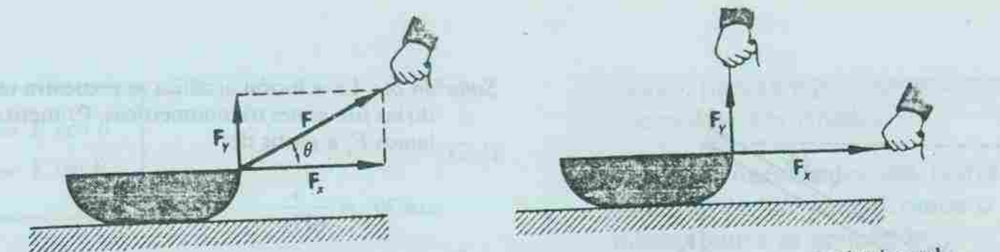


Fig. 2-4 La fuerza **F** ejercida a un ángulo, puede ser reemplazada por sus componentes horizontal y vertical.

1. Cambiar las dimensiones o forma de un cuerpo
2. Cambiar el movimiento del cuerpo

Dado que en el primer caso no existe desplazamiento resultante del cuerpo, la fuerza que causa el cambio de forma se denomina *fuerza estática*. Si una fuerza cambia el movimiento del cuerpo, recibe el nombre de *fuerza dinámica*. Ambos tipos de fuerzas son convenientemente representadas por vectores, como en el ejemplo 2-4.

La efectividad de cualquier fuerza depende de la dirección en la que actúa. Por ejemplo, es más fácil arrastrar un trineo por el piso por medio de una cuerda inclinada, como se muestra en la figura 2-4, que empujarlo. En ambos casos la fuerza aplicada está produciendo más de un efecto simple. Es decir, la fuerza ejercida sobre la cuerda (acción de tirar) está a la vez levantando el trineo y moviéndolo hacia adelante. Similarmente, al empujar el trineo se produce el efecto de añadir peso al trineo a la vez que se le empuja. Llegamos así a la idea de los *componentes de una fuerza*, es decir, los valores efectivos de la fuerza en otras direcciones diferentes a la de la fuerza misma. En la figura 2-4, la fuerza **F** puede ser reemplazada por sus componentes horizontal y vertical $\mathbf{F}_x$ y $\mathbf{F}_y$.

Si una fuerza es representada gráficamente en términos de sus coordenadas polares (R, θ), sus componentes a lo largo de las direcciones x y y pueden ser encontradas analíticamente al determinar sus correspondientes coordenadas rectangulares (x,y). Una fuerza **F** que actúa a un ángulo

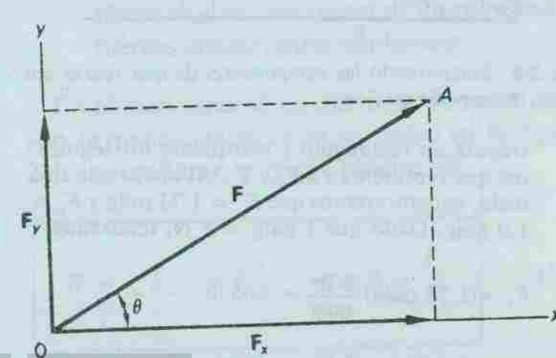


Fig. 2-5 Representación gráfica de las componentes.

sobre la horizontal, se encuentra representado gráficamente en la figura 2-5. El segmento que va de O al pie de la perpendicular al eje x que parte de A recibe el nombre de *componente x de* **F**. (o componente horizontal) y se suele marcar como $\mathbf{F}_x$. El segmento que va de O al pie de la perpendicular al eje y que parte de A se denomina *componente y de* **F** (o componente vertical) y se suele marcar $\mathbf{F}_y$. Cualquiera de los dos triángulos así formados pueden ser usados para determinar las componentes rectangulares de **F**. Las dos componentes, al actuar simultáneamente, tienen el mismo efecto neto que la fuerza original **F**.

Ejemplo 2-5 Una fuerza de 10 N actúa en una dirección a 30° sobre la horizontal. Encuentre sus componentes x y y *a)* gráficamente y *b)* analíticamente.

Solución a) Escójase una escala arbitraria tal como 1 pulg = 5 N; dibújese entonces un diagrama a escala, como se muestra en la figura 2-6. Cons-

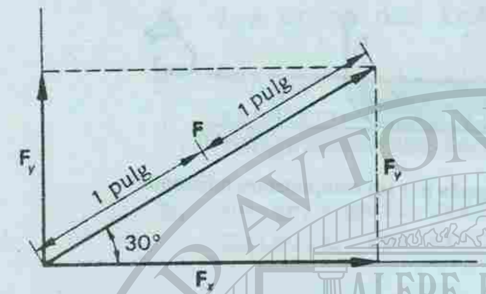


Fig. 2-6 Encontrando las componentes de una fuerza por medio del método gráfico.

trúyase un rectángulo y márquense los segmentos que representan a F_x y F_y. Al medir con una regla, encontraremos que F_x = 1.73 pulg y F_y = 1.0 pulg. Dado que 1 pulg = 5 N, tendremos

$$F_x = (1.73 \cancel{\text{pulg}})\frac{5\ \text{lb}}{\cancel{\text{pulg}}} = 8.65\ \text{lb}$$

$$F_y = (1.0 \cancel{\text{pulg}})\frac{5\ \text{lb}}{\cancel{\text{pulg}}} = 5.0\ \text{lb}$$

Solución b) La solución analítica se encuentra utilizando las funciones trigonométricas. Primero calculamos F_x a partir de

$$\cos 30^\circ = \frac{F_x}{10\ \text{N}}$$

o sea

$$F_x = (10\ \text{N})(\cos 30^\circ) = 8.66\ \text{N}$$

Similarmente, calculamos F_y a partir de

$$\text{sen}\ 30^\circ = \frac{F_y}{10\ \text{N}}$$

o sea

$$F_y = (10\ \text{N})(\text{sen} 30^\circ) = 5\ \text{N}$$

Cuando tanto la componente x como la y de un vector se expresan en términos del ángulo θ entre el vector y el eje x positivo.

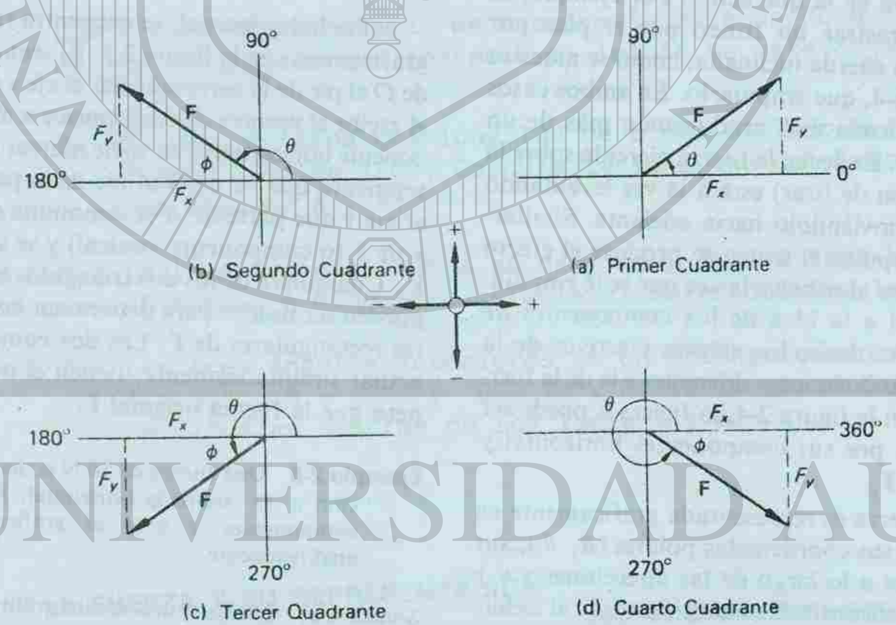


Fig. 2-7 *a)* En el primer cuadrante, el ángulo θ está entre 0° y 90°; tanto F_x como F_y son positivas. *b)* En el segundo cuadrante, el ángulo θ está entre 90° y 180°; F_x es negativa y F_y es positiva. *c)* En el tercer cuadrante, el ángulo θ está entre 180° y 270°; tanto F_x como F_y son negativas. *d)* En el cuarto cuadrante, el ángulo θ está entre 270° y 360°; F_x es positiva y F_y es negativa.

$$\boxed{\begin{aligned} F_x &= F\cos\theta \\ F_y &= F\ \text{sen}\ \theta \end{aligned}} \qquad (2\text{-}1)$$

El signo de una componente dada puede ser determinado de un diagrama de vectores. Las cuatro posibilidades se muestran en la figura 2-7. La magnitud de la componente puede ser hallada al utilizar el ángulo agudo ϕ cuando el ángulo polar θ de la ecuación 2-1 sea mayor de 90°.

Ejemplo 2-6 Encuentre el valor de las componentes x y y de una fuerza de 400 N que actúa a un ángulo de 220° a partir del eje x positivo.

Solución Refiérase a la figura 2-7*c*, que describe este problema para θ = 220°. El ángulo agudo ϕ es

$$\phi = 220^\circ - 180^\circ = 40^\circ$$

De la figura, ambos componentes x y y son negativas. Por lo que,

$$F_x = -|F\cos\phi| = -(400\ \text{N})(\cos 40^\circ)$$
$$= -(400\ \text{N})(0.766) = -306\ \text{N}$$
$$F_y = -|F\ \text{sen}\ \phi| = -(400\ \text{N})(\text{sen}\ 40^\circ)$$
$$= -(400\ \text{N})(0.643) = -257\ \text{N}$$

Nótese que los signos fueron determinados a partir de la figura. Si cuenta usted con una calculadora que realice funciones trigonométricas, podrá encontrar tanto la magnitud como el signo directamente de la ecuación 2-1.

RESULTANTE O VECTOR SUMA POR EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN RECTANGULAR

Generalmente varias fuerzas de magnitud, dirección y punto de aplicación diferentes actúan en forma simultánea sobre un cuerpo. Esta sección estudia el efecto único producido por dos o más fuerzas simultáneas. Primero definamos algunos términos.

Fuerzas coplanares son cualesquiera fuerzas que actúan en el mismo plano y, por lo mismo, pueden especificarse completamente con dos coordenadas

Fuerzas Concurrentes son fuerzas que intersectan en un punto común o tienen el mismo punto de aplicación.

Fuerza resultante es una fuerza única cuyo efecto es el mismo que el de un conjunto de fuerzas concurrentes coplanares.

En el caso especial en que dos fuerzas F_x y F_y son perpendiculares entre sí, como en la figura 2-4, la resultante se puede obtener de

$$\boxed{R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \qquad \tan\theta = \frac{F_y}{F_x}} \qquad (2\text{-}2)$$

La primera de estas ecuaciones es especialmente útil si se cuenta con una calculadora electrónica con función de raíz cuadrada. De otra manera, quizá sea más fácil encontrar el ángulo primero y después calcular el valor de la magnitud **R** de triángulos rectángulos usando trigonometría.

Si F_x o F_y son negativos, generalmente es más fácil determinar el ángulo agudo ϕ como se describe en la figura 2-7. El signo de las fuerzas F_x y F_y determina el cuadrante que se ha de usar, y la ecuación 2-2 se convierte en

$$\tan\phi = \left|\frac{F_y}{F_x}\right|$$

Solamente se necesitan los valores absolutos de F_x y F_y. Si se desea, se puede calcular el ángulo θ que parte del eje x positivo al conocer el ángulo agudo ϕ. En cualquiera de los casos se deberá identificar claramente la dirección.

Ejemplo 2-7 ¿Cuál es la resultante de una fuerza de 5 N dirigida horizontalmente a la derecha y una fuerza de 12 N dirigida verticalmente hacia abajo?

Solución Márquense las dos fuerzas $F_x = 5$ N y $F_y = -12$ N. Dibújese un diagrama de la situación descrita en la figura *2-7d*. La magnitud de la resultante se obtiene de la ecuación 2-2:

$$R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5\ \text{N})^2 + (-12\ \text{N})^2}$$
$$R = \sqrt{25\ \text{N}^2 + 144\ \text{N}^2} = \sqrt{169\ \text{N}^2}$$
$$\mathbf{R} = 13\ \text{N}$$

Para calcular la dirección, encuéntrese primero el ángulo ϕ:

$$\tan\phi = \left|\frac{-12\ \text{N}}{5\ \text{N}}\right| = 2.4$$

$\phi = 67.4°$ hacia abajo del eje x

El ángulo θ medido contra las manecillas del reloj a partir del eje x positivo es

$$\theta = 360° - 67.4° = 292.6°$$

Si usted no cuenta con una calculadora con función de raíz cuadrada, la magnitud de **R** en el ejemplo anterior puede calcularse a partir de

$$R = \frac{F_y}{\text{sen}\ \phi} \quad \text{o} \quad R = \frac{F_x}{\cos\phi} \tag{2-3}$$

Si lo desea puede comprobar sus resultados por este método.

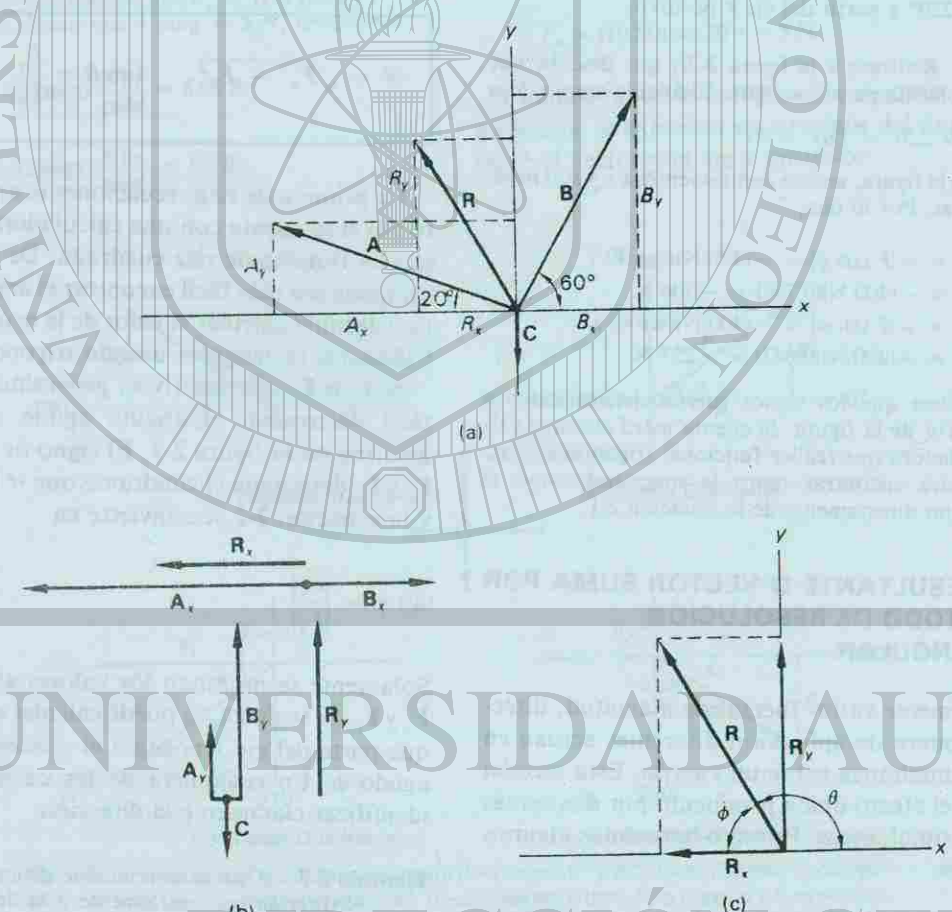


Fig. 2-8 El metodo de la resolución rectangular.

Para el caso más general en que no todos los vectores se especifican completamente a lo largo de un eje coordenado particular, el método de adición de vectores por componentes podrá ser usado. Por ejemplo, considere los vectores **A**, **B** y **C** de la figura 2-8*a*. El siguiente procedimiento se deberá usar para encontrar la resultante:

1. Dibuje todos los vectores a partir del origen en un sistema de ejes coordenados (figura 2-8*a*).
2. Resuelva todos los vectores en sus componentes x y y. (Quizá le convenga desarrollar una tabla de componentes como en el ejemplo 2-8).
3. Encuentre la componente x de la resultante sumando las componentes en x de todos los vectores.

$$R_x = A_x + B_x + C_x$$

Encuentre la componente y de la resultante sumando las componentes en y de todos los vectores.

$$R_y = A_y + B_y + C_y$$

4. Obtenga la magnitud y la dirección de la resultante a partir de los dos vectores perpendiculares $\mathbf{R}_x$ y $\mathbf{R}_y$.

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} \qquad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Los pasos 3 y 4 se muestran gráficamente en las figuras 2-8*b* y 2-8*c*.

Ejemplo 2-8 Un entrenador sostiene las riendas de cinco caballos.
Las fuerzas que ejercen sobre el entrenador pueden ser representadas por los cinco vectores:

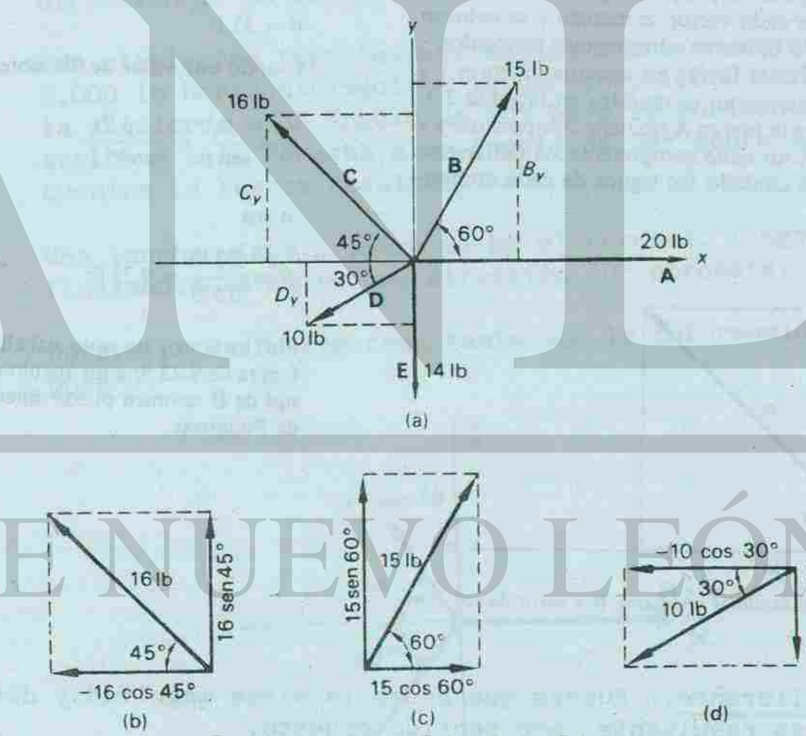


Fig. 2-9 Resolución de todos los vectores en sus componentes x y y.

Tabla 2-3

Fuerza	θ_x	Componente x	componente y
A = 20 lb	0°	A_x = 20 lb	A_y = 0
B = 15 lb	60	B_x = (15 lb)(cos 60) = 7.5 lb	B_y = (15 lb)(sen 60) = 13.0 lb
C = 16 lb	45	C_x = (− 16 lb)(cos 45) = 11.3 lb	C_y = (16 lb)(sen45) = 11.3 lb
D = 10 lb	30	D_x = (− 10 lb)(cos 30) = − 8.66 lb	D_y = (− 10 lb)(sen 30) = − 5 lb
E = 14 lb	90	E_x = 0	E_y = − 14 lb
		$R_x = \sum F_x$ = 7.54 lb	$R_y = \sum F_y$ = 5.3 lb

A = (20 lb, 0°), **B** = (15 lb, 60°), **C** = (16 lb, 135°), **D** = (10 lb, 210°), y **E** = (14 lb, 270°). ¿En qué dirección y con qué fuerza deberá tirar un solo caballo para poder tener el mismo efecto sobre el entrenador?

Solución Síganse los pasos descritos anteriormente.

1. Dibújese un diagrama que represente todas las fuerzas (Fig. 2-9). Dos cosas deben notarse de la figura: (1) todos los ángulos se miden a partir del eje x, y (2) las componentes de cada vector se marcan y se colocan adyacentes u opuestas a los ángulos conocidos.
2. Resuélvase cada fuerza en sus componentes x y y y tabúlense como se muestra en la tabla 2-3. (Nótese que la fuerza **A** no tiene componente y y la fuerza **E** no tiene componente x.) Obténgase con mucho cuidado los signos de cada componente a partir de la figura. Por ejemplo, C_x, D_x, D_y y E_y son todos negativos y sus valores deben ser precedidos de un signo negativo.
3. Súmense las componentes x y y separadamente para obtener R_x y R_y.

Dado que R_x y R_y ya se conocen, de la figura 2-10 obtenemos

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{5.3 \text{ lb}}{7.54 \text{ lb}} = 0.703$$

o sea

$$\theta = 35.1$$

Usando este valor de θ, obtenemos

$$R = \frac{R_y}{\text{sen } \theta} = \frac{5.3 \text{ lb}}{\text{sen } 35.1}$$

o sea

$$R = \frac{5.3 \text{ lb}}{0.575} = 9.22 \text{ lb}$$

Por lo tanto, un solo caballo debe ejercer una fuerza de 9.22 lb a un ángulo de 35.1°. La magnitud de **R** también puede obtenerse por el teorema de Pitágoras.

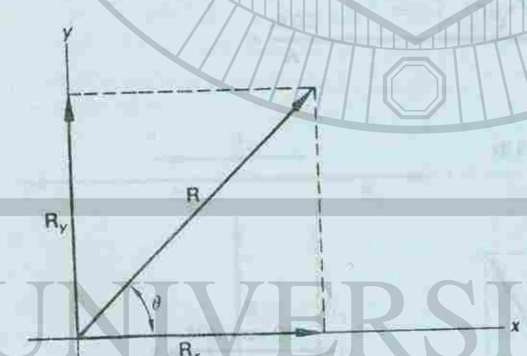


Fig. 2-10 Encontrando la resultante **R** a partir de sus componentes.

Fuerza Equilibrante. Fuerza que posee la misma magnitud y dirección que la fuerza resultante pero sentido opuesto.

Resuelve los siguientes problemas:

1. Encuentre los componentes horizontal y vertical de las siguientes fuerzas:

   a) F_1 = (260 lb, 60°) b) F_2 = (320 lb, 210°)

2. Encuentre las componentes x y y del vector. R = 670 m, 330°.

3. Un cable arrastra un carro de mina con una fuerza de 120 N en una dirección de 37° sobre la horizontal. Encuentre las componentes - horizontal y vertical de esta fuerza.

4. Un aeroplano vuela 60 km en una dirección 40° noreste. ¿Cuál es la componente hacia el este del desplazamiento del avión? ¿Cuál es su componente hacia el norte?

5. Un automóvil viaja 16 m al este y después 24 m al norte. Encuentra la magnitud y dirección del desplazamiento resultante desde el punto de partida.

6. Una fuerza de 610 N y otra de 220 N, perpendiculares entre sí, actúa simultaneamente sobre el mismo objeto.
   a) ¿Cuál es la fuerza resultante?
   b) ¿Qué ángulo forma la fuerza resultante con la fuerza de 610 N?

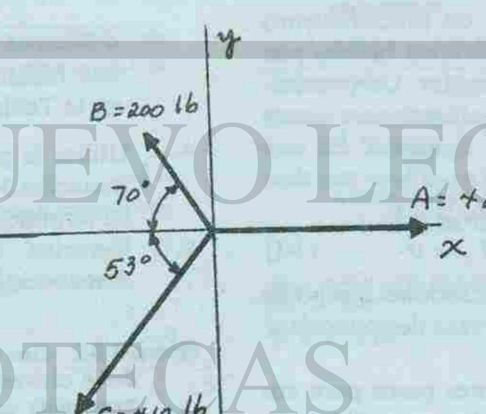
7. Un empuje de 200 lb hacia el norte y otro empuje de 500 lb hacia el oeste actúan sobre un objeto. Determine la magnitud y direc-- ción de la fuerza resultante.

8. Las siguientes dos fuerzas actúan sobre un objeto pequeño: 100 N horizontalmente hacia la izquierda y 200 N hacia la derecha a un ángulo de 37° sobre la horizontal. Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza resultante por resolución rectangular.

9. Las siguientes tres fuerzas actúan sobre un objeto: 2,000 lb horizontalmente a la derecha, 1,500 lb hacia abajo y a la izquierda a un ángulo de 30° bajo la horizontal, y 500 lb hacia arriba y a la derecha a un ángulo de 53° sobre la horizontal. Encuentre la fuerza resultante.

10. Una lancha viaja primero 26 km al noreste, luego 22 km al sur y finalmente 18 km en una dirección 30° noroeste.

11. Determine la fuerza resultante por la información dada en la figura



12. Una mesa de fuerzas es un dispositivo de laboratorio que consiste en una carátula circular graduada en grados del cero al 360. Los pesos A, B y C se suspenden de poleas que forman diferentes ángulos sobre el borde de la mesa Calcule la ΣF_x, ΣF_y, R, y θ para cada uno de los siguientes pasos.

a)	A = 10N a 0°	B = 30N a 120°	C = 20N a 323°
b)	A = 20N a 0°	B = 30N a 225°	C = 10N a 300°
c)	A = 20N a 0°	B = 10N a 127°	C = 30N a 225°
d)	A = 20N a 0°	B = 30N a 150°	C = 15N a 233°

Objetivo 3.3 Estático. Parte de la **Dinámica** que estudia los cuerpos en equilibrio.

Objetivo 3.4 Equilibrio Estático. Lo posee un cuerpo cuando permanece en reposo y no muestra la tendencia a moverse (F = 0).

Equilibrio Dinámico. Lo posee un cuerpo cuando se mueve a velocidad constante (F = 0).

Equilibrio Estable. Un sistema estará en equilibrio estable si, al ser perturbado, las fuerzas o momentos de torsión hacen que regrese al estado original.

Equilibrio Inestable. Un sistema estara en equilibrio inestable si, al ser perturbado, las fuerzas o momentos de torción hacen que se aporte de su estado original.

Equilibrio Indiferente. Un sistema se encontrará en equilibrio indiferente si, al ser perturbado, no se generan fuerzas ni momentos de torsión adicionales.

Objetivo 3.8 Fuerzas Concurrentes. Fuerzas que intersectan en un punto común o tienen el mismo punto de aplicación.

Objetivo 3.9 Primera Condición de Equilibrio. Un cuerpo se encuentra en estado de equilibrio traslacional si y solo si la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre él es igual a cero.

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE EQUILIBRIO

En el capítulo 2 estudiamos un procedimiento para calcular la resultante de varias fuerzas por medio de la resolución rectangular. Un procedimiento muy similar puede ser utilizado para sumar fuerzas que se encuentran en equilibrio. En este caso la primera condición del equilibrio nos dice que la resultante debe ser cero, o sea

$$R_x = \sum F_x = 0 \qquad R_y = \sum F_y = 0 \tag{3-1}$$

De esta manera tenemos dos ecuaciones que podemos usar para calcular las fuerzas desconocidas.

Se deben seguir los siguientes pasos para encontrar las fuerzas desconocidas en equilibrio:

1. Dibújense y márquense las condiciones del problema.
2. Trácese un diagrama de cuerpo libre
3. Resuélvanse todas las fuerzas en sus componentes x y y aun cuando puedan contener factores desconocidos, tal como A cos 30° o B sen 45°. (Quizá usted prefiera construir una tabla de fuerzas como la que aparece en la Tabla 2-3).
4. Utilice la primera condición del equilibrio [ecuación 3-1] para plantear dos ecuaciones en términos de las fuerzas desconocidas.
5. Resuelva algebraicamente los factores desconocidos.

Ejemplo 3-2 Una pelota de 100 lb suspendida del cordel A es tirada hacia un lado por otro cordel B y mantenida de tal forma que el cordel A forme un ángulo de 30° con la pared vertical. (véase la figura 3-7). Encuentre las tensiones de los cordeles A y B.

Solución Resolvemos siguiendo los pasos anteriormente descritos y que se ilustran en la figura 3-7.

1. Dibújese un bosquejo. (Figura 3-7*a*.)
2. Dibújese un diagrama de cuerpo libre. (Figura 3-7b.)

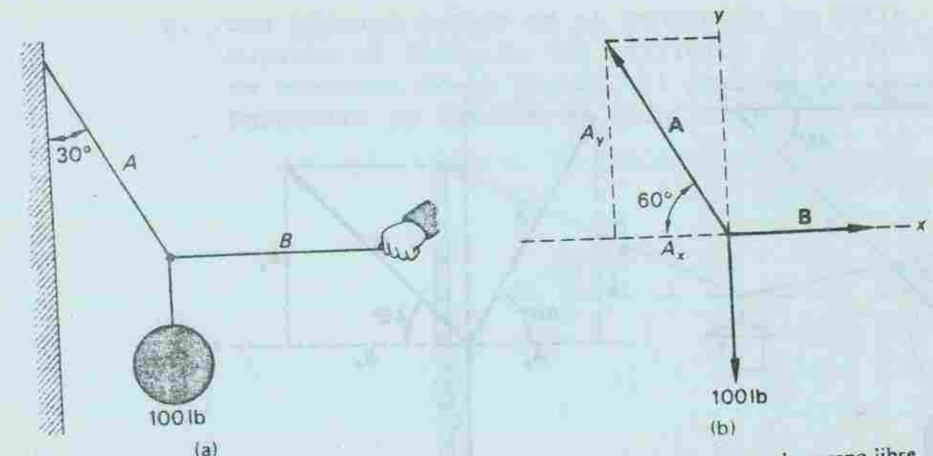


Fig. 3-7 Las fuerzas que actúan sobre el nudo se representan en el diagrama de cuerpo libre.

Tabla 3-1

Fuerza	θ_x	componente en x	componente en y
A	60°	$A_x = -A\cos 60$	$A_y = A\,\mathrm{sen}\,60°$
B	0°	$B_x = B$	$B_y = 0$
W	−90°	$W_x = 0$	$W_y = -100$ lb
		$\sum F_x = B - A\cos 60$	$\sum F_y = A\,\mathrm{sen}\,60 - 100$ lb

3. Resuélvanse todas las fuerzas en sus componentes (tabla 3-1). Nótese en la figura que A_x y W_y son negativos.
4. Aplíquese ahora la primera condición de equilibrio. La suma de fuerzas en el eje x resulta en

$$\sum F_x = B - A\cos 60° = 0$$

de lo que obtenemos

$$B = A\cos 60° = 0.5A \tag{3-2}$$

y que cos 60° = 0.5. La segunda ecuación resulta de sumar las componentes en y.

$$\sum F_y = A\,\mathrm{sen}\,60° - 100\text{ lb} = 0$$

de lo cual

$$A\,\mathrm{sen}\,60° = 100\text{ lb} \tag{3-3}$$

5. Finalmente, resuélvanse las fuerzas desconocidas. Dado que sen 60° = 0.866, de la ecuación 3-3 obtenemos

$$0.866A = 100\text{ lb}$$

o sea

$$A = \frac{100\text{ lb}}{0.866} = 115\text{ lb}$$

Ahora que se conoce el valor de A, B se puede obtener a partir de la ecuación 3-2 como sigue:

$$B = 0.5A = (0.5)(115\text{ lb})$$

$$B = 57.5\text{ lb}$$

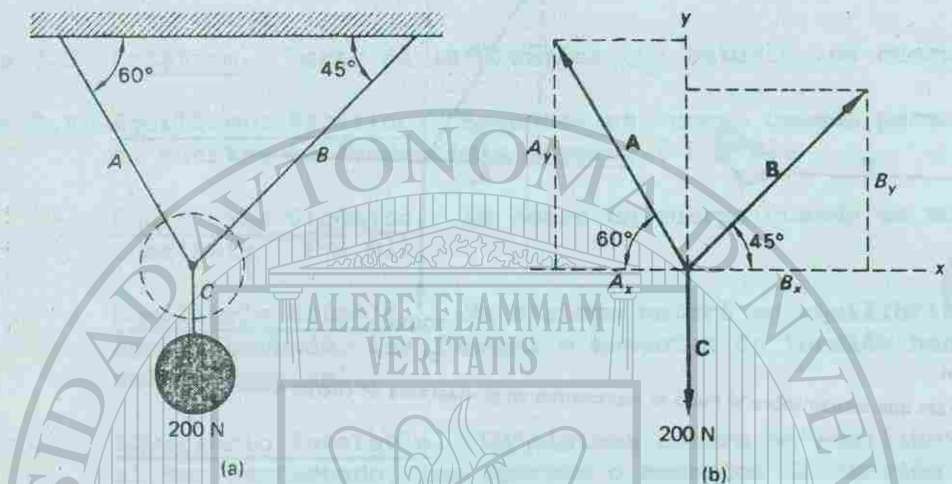


Fig. 3-8

Ejemplo 3-3 Una pelota de 200 N cuelga de un cordel anudado a otros dos cordeles, como se muestra en la figura 3-8. Encuentre las tensiones en los cordeles *A*, *B* y *C*.

Solución Dado que ya se nos proporciona el bosquejo, el primer paso es trazar el diagrama de cuerpo libre, como se hizo en la figura 3-8b. Las componentes *x* y *y* de cada vector calculadas a partir de la figura son las siguientes:

componente en x	componente en y
$A_x = -A\cos 60^\circ$	$A_y = A \operatorname{sen} 60$
$B_x = B\cos 45^\circ$	$B_y = B \operatorname{sen} 45^\circ$
$C_x = 0$	$C_y = -200\text{ N}$

Sumando todas las fuerzas a lo largo del eje *x*, obtenemos

$$\sum F_x = -A\cos 60^\circ + B\cos 45^\circ = 0$$

que puede ser simplificada por sustitución de funciones trigonométricas conocidas. Así,

$$-0.5A + 0.707B = 0 \qquad (3\text{-}4)$$

Se requiere más información para resolver esta ecuación. Obtenemos una segunda ecuación al sumar las fuerzas a lo largo del eje *y*, resultando

$$\sum F_y = A \operatorname{sen} 60^\circ + B \operatorname{sen} 45^\circ - 200\text{ N} = 0$$

la cual se simplifica para tener

$$0.866A + 0.707B = 200\text{ N} \qquad (3\text{-}5)$$

Resolvemos ahora el sistema de ecuaciones 3-4 y 3-5 para obtener *A* y *B*. Al multiplicar la primera por -1, podemos usar el método de suma y resta para

$$\begin{array}{rr} -1 \times \text{Ec. (3-4)} & 0.5A - 0.707B = 0 \\ \text{Ec. (3-5)} & 0.866A + 0.707B = 200\text{ N} \\ \hline \text{Addition:} & (0.5 + 0.866)A = 200\text{ N} \end{array}$$

de lo cual

$$1.37A = 200\text{ N}$$

o sea

$$A = \frac{200\text{ N}}{1.37} = 146\text{ N}$$

Sustituyendo $A = 146$ N en la ecuación 3-4, obtenemos

$$(-0.5)(146\text{ N}) + 0.707B = 0$$

al trasponer tenemos

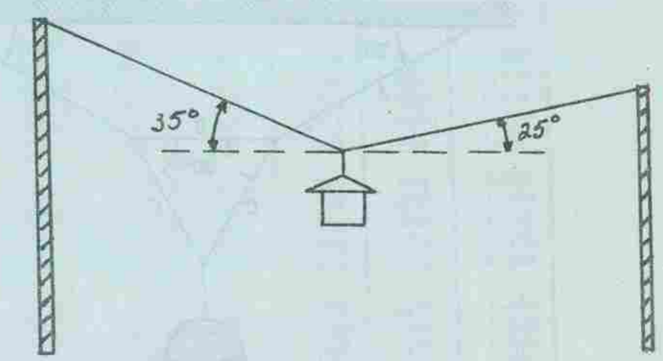
$$0.707B = (0.5)(146\text{ N})$$

Y dividiendo entre 0.707 resulta

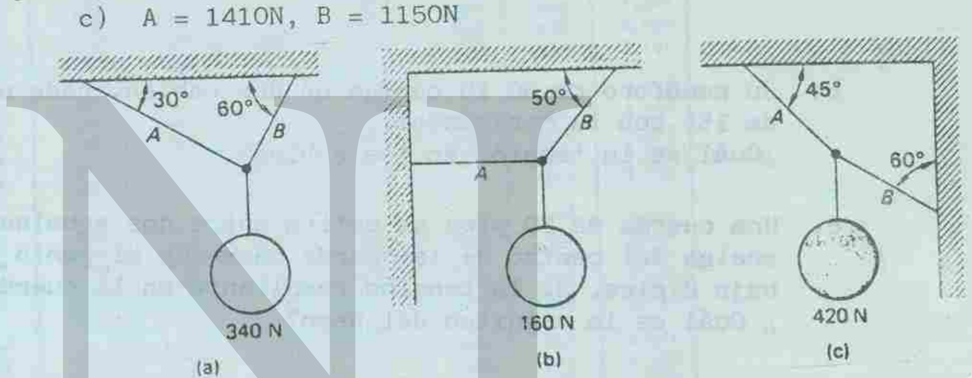
$$B = \frac{(0.5)(146\text{ N})}{0.707} = 103\text{ N}$$

Objetivo 3.9

1. Una lámpara cuelga en el centro de la calle, sostenida por cables sujetos al techo de dos edificios de altura diferente; los ángulos se muestran en la figura. El peso de la lámpara es de 500N. Encuentre la tensión en cada cable.

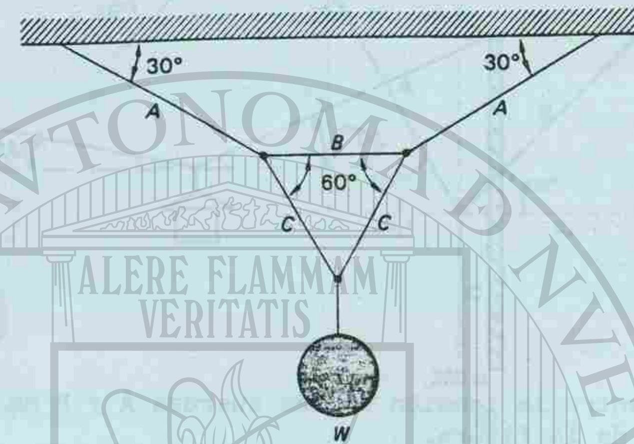


2. Encuentre la tensión en las cuerdas A y B de cada uno de los ejemplos de la figura.
Resp. a) A = 170N, B = 294; b) A = 134N, B = 209N;
c) A = 1410N, B = 1150N



3. Encuentre la tensión T del cable y la fuerza F que ejerce el pivote sobre el puntal en cada uno de losarreglos de la figura. Considere que el peso del puntal es despreciable.

4. Encuentre la tensión en cada uno de las cuerdas de la figura si el peso del cuerpo que cuelga es de 476 N.
Resp. A = 476N, B= c = 275N.



5. Un semáforo de 80 lb cuelga de dos cables, cada uno con un ángulo de 15° con la horizontal.
¿Cuál es la tensión en los cables?.

6. Una cuerda de 20 pies se estira entre dos arboles. Un peso W que - cuelga del centro de la cuerda hace que el punto medio de la misma baje 2 pies. Si la tensión resultante en la cuerda es de 200 lb, ¿ Cuál es la magnitud del peso?

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS *(Naturales)*

Angulo	Seno	Coseno	Tangente	Angulo	Seno	Coseno	Tangente
0°	0,000	1,000	0,000				
1°	,018	1,000	,018	46°	,719	,695	1,036
2°	,035	0,999	,035	47°	,731	,682	1,072
3°	,052	,999	,052	48°	,743	,669	1,111
4°	,070	,998	,070	49°	,755	,656	1,150
5°	,087	,996	,088	50°	,766	,643	1,192
6°	,105	,995	,105	51°	,777	,629	1,235
7°	,122	,993	,123	52°	,788	,616	1,280
8°	,139	,990	,141	53°	,799	,602	1,327
9°	,156	,988	,158	54°	,809	,588	1,376
10°	,174	,985	,176	55°	,819	,574	1,428
11°	,191	,982	,194	56°	,829	,559	1,483
12°	,208	,978	,213	57°	,839	,545	1,540
13°	,225	,974	,231	58°	,848	,530	1,600
14°	,242	,970	,249	59°	,857	,515	1,664
15°	,259	,966	,268	60°	,866	,500	1,732
16°	,276	,961	,287	61°	,875	,485	1,804
17°	,292	,956	,306	62°	,883	,470	1,881
18°	,309	,951	,325	63°	,891	,454	1,963
19°	,326	,946	,344	64°	,899	,438	2,050
20°	,342	,940	,364	65°	,906	,423	2,145
21°	,358	,934	,384	66°	,914	,407	2,246
22°	,375	,927	,404	67°	,921	,391	2,356
23°	,391	,921	.425	68°	,927	,375	2,475
24°	,407	,914	,445	69°	,934	,358	2,605
25°	,423	,906	,466	70°	,940	,342	2,747
26°	,438	,899	,488	71°	,946	,326	2,904
27°	,454	,891	,510	72°	,951	,309	3,078
28°	,470	,883	,532	73°	,956	,292	3,271
29°	,485	,875	,554	74°	,961	,276	3,487
30°	,500	,866	,577	75°	,966	,259	3,732
31°	,515	,857	,601	76°	,970	,242	4,011
32°	,530	,848	,625	77°	,974	,225	4,331
33°	,545	,839	,649	78°	,978	,208	4,705
34°	,559	,829	,675	79°	,982	,191	5,145
35°	,574	,819	,700	80°	,985	,174	5,671
36°	,588	,809	,727	81°	,988	,156	6,314
37°	,602	,799	,754	82°	,990	,139	7,115
38°	,616	,788	,781	83°	,993	,122	8,144
39°	,629	,777	,810	84°	,995	,105	9,514
40°	,643	,766	,839	85°	,996	,087	11,43
41°	,656	,755	,869	86°	,998	,070	14,30
42°	,669	,743	,900	87°	,999	,052	19,08
43°	,682	,731	,933	88°	,999	,035	28,64
44°	,695	,719	,966	89°	1,000	,018	57,29
45°	,707	,707	1,000	90°	1,000	,000	∞

Velloc no editor