LABORATORIO DE MATEMATICAS II

FACULTAD DE CIENCIAS BIOLOGICAS
SCIENTIA NATURAM VINCIT
UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

PROBLEMAS TECNICOS Y CON
APLICACIONES A DISTINTAS RAMAS

COLEGIO DE MATEMATICAS

Lic. Margarita González G.
Lic. Oralia Flores de la C.
Ing. Mayra Thelma Covarrubias Martinez

ACTIVIDADES Y LABORATORIOS DE MATEMATICAS II

INTRODUCCION:

Las matemáticas como ciencias básicas y en particular el Calculo le proporcionará los recursos necesarios para la comprensión y - evaluación de diferentes problemas de la investigación Biologíca

OBJETIVO DEL CURSO:

El alumno al terminar el curso aplicará algunas técnicas del Cálculo Diferencial e Integral para el análisis del comportamiento- de funciones algebráicas y trascendentales así como en la solu-- xión de algunos problemas relacionados con la Biología.

ACTIVIDADES:

El alumno al terminar el curso:

Aplicará los conceptos de las funciones trigonométricas en la -- solución de problemas.

Establecerá la relación entre los sistemas de coordenadas, cartesianas y polares.

Identificará los diferentes tipos de funciones a partir de su -- expresión matemáticas y su representación gráfica.

Calculará el límite de diferentes tipos de funciones y analizará la cantidad de las mismas en un punto dado.

Interpretará graficamente el concepto de derivada de una función y además la calculará.

Aplicará el concepto de derivada de una función para la determinación de los valores máximos y mínimos relativos de un función.

Aplicará el concepto de Integral através de su interpretación - gráfica y de su cálculo en la solución de area bajo una curva.

COLEGIO DE MATEMATICAS.

MATEMATICAS II

TEMA : No. I

INTRODUCCION A LA TRIGONOMETRIA

OBJETIVO:

Al terminar el tema, el alumno aplicará los conceptos de las funciones trigonométricas en la solución de problemas.

ACTIVIDADES:

1.- Memorizará las 6 funciones trigonométicas

2.- Calculará el valor de las demás funciones trigonométricas, dada -- una de ellas,

3.- Sin usar tablas trigonométricas (ni calculadora), calculará el valor de funciones trigonométricas para:

$30°, 45°, 60°, 0°, 90°, 270°, 360°$

$30° + \frac{n\pi}{2}$; $60 + \frac{n\pi}{2}$; $45° + \frac{n\pi}{2}$; donde

$N = 0, 1, 2, 3, 4$ ....

4.- Demostrará algunas identidades trigonométricas.

5.- Explicará los pasos para la demostración de la Ley de los Senos y Cosenos.

6.- Resolverá triángulos no rectangulos, aplicando la Ley de los Senos y Cosenos.

7.- Aplicará los conceptos teoricos a la solución de problemas relacionados co la Biología y otras ramas.

MATEMATICAS II
TEMA INTRODUCCION A LA TRIGONOMETRIA

LABORATORIO

I.- Dada una función trignométrica, hallar el valor de las demás, usando las definiciones para ángulos en general.

a) $\text{Sen } A = \frac{4}{5}$ c) $\text{tg } A = -\frac{4}{3}$ e) $\text{ctg } A = \frac{7}{24}$

b) $\text{Csc } A = -\sqrt{10}$ d) $\text{Sec } A = -\frac{5}{3}$ f) $\text{Cos } A = \frac{-3\sqrt{13}}{14}$

II.- Sin usar tablas, dar los valores de las funciones trigonométricas para los siguientes ángulos.

a) $570°$ c) $-330°$ e) $-480°$ g) $330°$

b) $-210°$ d) $720°$ f) $-135°$ c) $-270°$

III.- Demostrar las siguientes identidades trigonométricas

1) $(\text{Cos }\theta)(\text{Csc }\theta)(\text{tg }\theta) = 1$

2) $\text{Sen}(x)\left[\text{Csc}(x) + \text{Ctg}(x)\right] = 1 + \text{Cos}(x)$

3) $\dfrac{1}{1+\text{Cos}(x)} + \dfrac{1}{1-\text{Cos}(x)} = 2\,\text{Csc}^2(x)$

4) $\text{Cos}^4 x - \text{Sen}^4 x = \text{Cos } 2x$

5) $\dfrac{\text{Sen } x + \text{Sen } 2x}{1 + \text{Cos } x + \text{Cos } 2x} = \text{tg } x$

6) $\dfrac{\text{Sen } 2x}{\text{Sen } x} - \dfrac{\text{Cos } 2x}{\text{Cos } x} = \text{Sec } x$

7) $\operatorname{tg}(x+y) = \dfrac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$

8) $\dfrac{1 - \operatorname{Sen} x}{\operatorname{Cos} x} - \dfrac{\operatorname{Cos} x}{1 + \operatorname{Sen} x} = 0$

9) $\dfrac{\operatorname{Sen} x}{\operatorname{Csc} x - \operatorname{ctg} x} = 1 + \operatorname{Cos} x$

10) $\dfrac{\operatorname{Cos}^2 x - 2 \operatorname{Cos}^2 x \cdot \operatorname{Sen}^2 x}{1 - \operatorname{Sen}^2 x} = \operatorname{Cos} 2x$

IV.- Resolver los siguientes triangulos

a) $a = 29$ $b = 47$ $c = 32$

b) $a = 1.93$ $A = 43°$ $B = 29°$

c) $a = 7$ $b = 5$ $C = 18°$

d) $c = 2.3$ $a = 1.2$ $C = 20°$

e) $c = 1.2$ $b = 1.7$ $A = 120°$

f) $a = 35$ $b = 36$ $c = 44$

g) $c = 2$ $a = 2$ $B = 52°$

IDENTIDADES TRIGONOMETRICAS

$\operatorname{Sen} x = \dfrac{1}{\csc x}$ $\operatorname{Ctg} x = \dfrac{1}{\operatorname{tg} x}$ $\operatorname{tg} x = \dfrac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$

$\cos x = \dfrac{1}{\operatorname{Sec} x}$ $\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$ $\operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$

$\operatorname{tg} x = \dfrac{1}{\operatorname{ctg} x}$ $\operatorname{csec} x = \dfrac{1}{\operatorname{sen} x}$

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \; ; \; \sec^2 x = 1 + \operatorname{tg}^2 x \; ; \; \operatorname{csec}^2 x = 1 + \operatorname{ctg}^2 x$$

$$\operatorname{sen}(x+y) = \operatorname{sen} x \cos y + \cos x \operatorname{sen} y .$$

$$\operatorname{sen}(x-y) = \operatorname{sen} x \cos y - \cos x \operatorname{sen} y .$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y .$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y .$$

$$\operatorname{sen} 2x = 2 \operatorname{sen} x \cos x$$

$$\cos 2x = \begin{cases} = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x \\ = 2\cos^2 x - 1 \\ = 1 - 2\operatorname{sen}^2 x \end{cases}$$

Ley de los cosenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Ley de los senos

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

$$\frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

MATEMATICAS II

TEMA : INTRODUCCION A LAS COORDENADAS POLARES

TEMA II

OBJETIVO:

Al terminar el tema el alumno será capaz de establecer la relación entre el sistema de coordenadas rectangular y polar.

ACTIVIDADES:

1.- Distinguir en que sistema está representando un punto

2.- Deducirá las ecuaciones que relacionan el sistema rectangular-(cartesiano) y polar

3.- Transformará un punto del sistema rectangular polar

4.- Transformará un punto del sistema polar al rectangular

5.- Aplicará los conceptos teoricos a la solución de problemas relacionados con la Biología y otras ramas.

MATEMATICAS II

TEMA II

INTRODUCCION A LAS COORDENADAS POLARES

LABORATORIO

I.- Graficará los siguientes puntos y transformarlos a su forma polar correspondiente (dar por lo menos 2 representaciones polares de cada uno de ellos)

1) $P(8\sqrt{3}, -8)$

2) $P(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

3) $P(0, 5)$

4) $P(-7, 7\sqrt{3})$

5) $P(4, -4)$

6) $P(\sqrt{3}, -1)$

7) $P(3\sqrt{2}, 0)$

8) $P(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

II.- Graficará el punto dado y transformarlo a su forma rectangular correspondiente

1) $P(4\sqrt{2}, 240°)$

2) $P(8, 270°)$

3) $P(2, 150°)$

4) $P(\sqrt{3}, -120°)$

5) $P(5, 390°)$

6) $P(5\sqrt{3}, -225°)$

7) $P(2, -150°)$

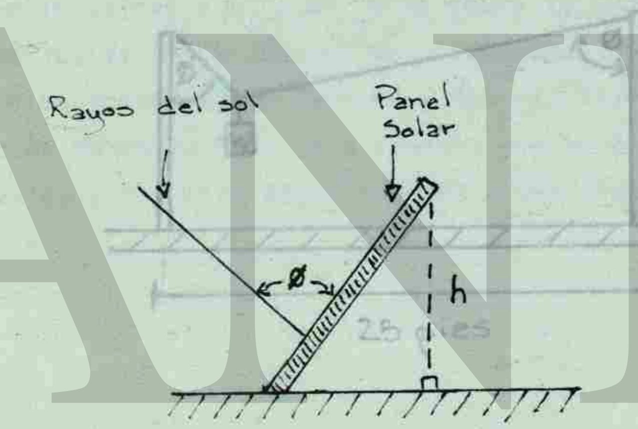
8) $P(3, -480°)$

1.- Un hombre de 6 pies, proywcta una sombra de 4 pies. Encuentre la tangente del ángulo que forman los rayos del sol con la horizontal.

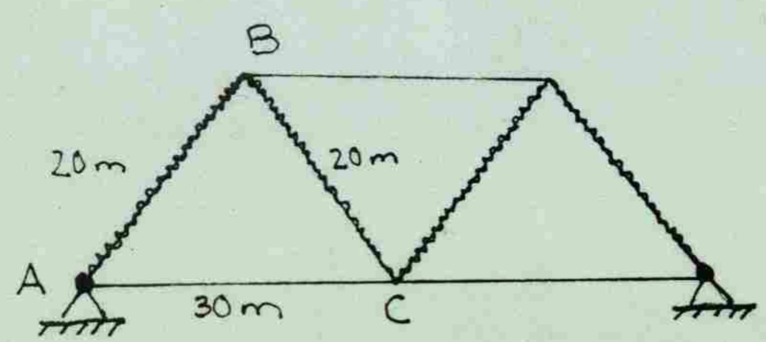
2.- Se usa un alambre de 30 pies de longitud para amarrar una asta de bandera. Si el alambre está atado al asta a 25 pies sobre el nivel del suelo. ¿ Cuál es el consenso del ángulo formado por el amabre con el suelo ?

3.- Un hombre sobre un acantilado de 225 m. mira hacia abajo un bote de menos que se sabe está a 75 m. de la base del acantilado. ¿ cuál es el seno del ángulo de depresión? (El ángulo de depresión se define como el ángulo entre la horizontal y la línea de observación, cuando ve un objeto hacia -- abajo).

4.- Va a inclinarse un panel solar (como se muestra en la figura) de modo que el ángulo Ø = 100 °cuando el ángulo de elevación del sol sea de 27° Encuentre h, si la longitud del panel es 6.4 m.



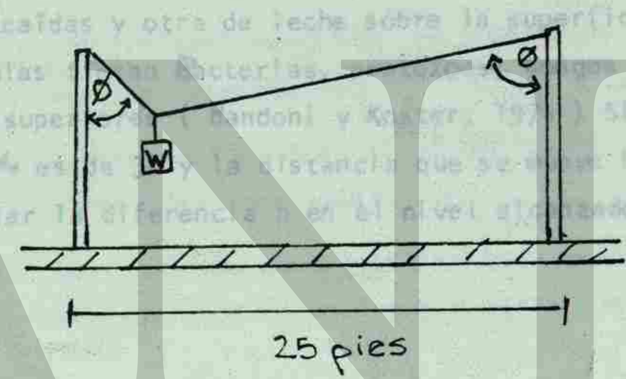
5.- En un puente de acero, una parte del armazón es de la forma de un triángulo iscoceles como la muestra la figura. ¿ Con que ángulo se juntan los lados - del armazón.



6 .- En un lote triángular ABC, la estaca que marcaba la esquina C, se ha perdido consultando sus escrituras la dueña encuentra que AB = 80 pies, BC = 50 pies y CA = 40 pies, ¿ con que ángulo deberá tirar una linea de modo que recorrien do 40 pies a la largo de esta línea pueda ella localizar la esquina C .?

7 .- Un barco es rastreado por dos estaciones de radio A y B que estan en línea norte - sur y distantes una de otra 6500 m. La estación A lo localiza en -- la dirección N-E 34°y la B lo localiza en la dirección N-E 48°¿ A que distan cia está el barco de la estación B ?

8 .- Una pesa es atada a dos postes verticales como se muestra en la figura. ¿ Que tan lejos del poste de la izquierda está la pesa. Si θ = 41°y Ø = 75°



9.- Una abeja exploradora descubre mial al mediodia la miel está situada a 850 m. al este y 1200 m. al sur de la colmena ¿ Qué coordenadas polares señalará la abeja ?.

10.- Consideramos un experimento sobre orientación y navegación, en que fuerón soltadas algunas palomas a 72 km. de su palomar. Si consideramos el palomar como centro de un sistema de coordenadas polares, el punto de suleta tiene un azimut de 24°(azimut: ángulo medio en la dirección de las agujas de un reloj desde la dirección norte al punto de suelta).

¿ A cuantos kilometros al sur y al oeste del palomar está el punto de suelta ?

11.- Durante la época húmeda se encuentra una fina capa de agua sobre las hojas caídas y otra de leche sobre la superficie del suelo. En estas peliculas flotan Bacterias, protozoos, hongos y esporas sobre los niveles superiores (Bandoni y Koster, 1974) Si el ángulo de inclinación α es de 30°y la distancia que se mueve hacia arriba, d en 5 cm. calcular la diferencia h en el nivel alcanzado por los microorganismos.

MATEMATICAS II

TEMA No. III

GRAFICAS DE FUNCIONES

OBJETIVO:

Al terminar el tema el alumno será capaz de distinguir los diferentes tipos de funciones a partir de su expresión matemática y de sus representacion gráfica.

ACTIVIDADES:

1.- Definirá el concepto de función

2.- Identificará funciones de 1o., 2o., y 3er. grado

3.- Graficará funciones de primero, segundo y tercer grado.

4.- Identificará funciones trigométricas (seno y coseno), logaritmicas y exponenciales.

5.- Graficará funciones trigonométricas (seno y coseno), logarítmicas y exponenciales.

6.- Aplicará los conceptos teoricos a la solución de problemas relacionados con la Biología y otras ramas.

MATEMATICAS II

TEMA III

GRAFICAS DE FUNCIONES

LABORATORIO

1.- Graficar las siguientes funciones

1) $3x + 4y = -1$

2) $Y = -3x^2 + 4x - 2$

3) $Y = x^2 - 6x$

4) $Y = \frac{1}{4} \cos(2x)$

5) $Y = 2x - 3$

6) $y = x^3 + x^2 - 2x$

7) $y = 4 \operatorname{Sen}(\frac{1}{3}x)$

8) $y = 2x^2 - x + 1$

9) $y = 2 \operatorname{Sen}(5x)$

10) $y = 6 \cos(\frac{1}{5}x)$

11) $y = 2^x$

12) $y = e^{0.5x}$

13) $y = \frac{1}{3}x$

14) $y = e^{2x}$

15) $y = 3 \log_{10} 5x$

16) $y = \frac{1}{4} \ln 3x$

17) $Y = -x^3 + 4x$

18) $y = 6x^2$

GRAFICA DE FUNCIONES

1.- Un polucinante importante producido al quemarcombustible fósiles es el Dixido sulfuroso (SO_2). Una investigación en Oslo, Noruega, mostró que el número N de muestras por semana, es una función lineal de la consentración media C de SO_2 media un Mg/m^3

La función empínica es : $N = 94 + (0.0331) C$

El dominio es: $\{ C/ \ 400 \quad C \quad 700 \}$

2.- Los biológos han hallado que la velocidad de la sangre en una arteria - es una función de la distancia de la sangre al eje central de la arteria. De acuerdo con la Ley de Poiseville, la velocidad (en cm, por segundos) de la sangre está a r centímetros del eje central de una arteria viene - dada por la función $v(r) = C (R^2 - r^2)$ donde C es una constante y R es el radio de la arteria. Supongamos que para una cierta arteria $C=1.76 \times 10^5$ cm. y $R = 1.2 \times 10^{-2}$ cm.

a) Calcule la velocidad de la sangre en el eje central de esta arteria

b) Dar la representación gráfica de la función.

3.- El número de bacterias presentes en un cultivo es un tiempo t está dada por $Y = 2 e^{3t}$

a) ¿ Cuál es el número de bacterias en 3 horas ?

b) Representar graficamente la relación entre el tiempo t y el número de - bacterias en el intervalo de 0 a 7 horas.

4.- El espermatozoide consiste en una cabeza y un talle cilíndrico. Si asuminos que su movimiento es un un plano, entonces en cualquier tiempo t el talle - toma la forma de una onda sinusoidal llamada onda de desplazamiento inateral En un tiempo dado t el punto (x, y) en el talle están descritos por la - - ecuación.

$$Y = a \text{ sen } K \ (x + ct) \quad \text{donde } a, k, y \ c$$

son constantes. Una función de la posición x horizontal y del tiempo t. Supongamos que cuando han transcurrido 30 minutos la función de posición toma la forma de: $Y = 3 \text{ sen } (X + \pi/3)$

Grafique dicha función tomando X como ángulo.

5.- La absorción total (X unidades cúbicas) de cierto gas por otro compuesto - químico varió con el tiempo (t unidades) según la siguiente tabla

X	0	1	2	3
Y	0	3	12	26

a) Colocar los datos de la gráfica en una tabla

b) Interpretar por medio de la gráfica, la relación entre las dos variables

6 .- Suponga t horas después de la medinoche la temperatura en Miami era de $C (t) = - 1/6 \;^{2} + 4 t + 10$ grados celsius.

a) ¿ Cuál es la temperatura a las 2.00 P.M.

b) Cuanto creció o decreció la temperatura entre las 6:00 y las 9:00 P.M.

c) grafique la función

MATEMATICAS II

TEMA IV

LIMITES Y CONTINUIDAD

OBJETIVO:

Al terminar el tema el alumno calculará el limite de diferentes tipos de funciones y demostrará si son continuas o no en un punto dado.

ACTIVIDADES:

1.- Interpretará geometricamente el límite de una función

2.- Calculará, usando los teoremas respectivos, el límite de funciones algebraicas y trigonométricas

3.- Calculará usando los teoremas los límites infinitos y los -- límites al infinito.

4.- Definirá el concepto de continuidad

5.- Interpretará eñ concepto de continuidad

6.- Demostrará si una función es continua o no, en un punto dado

MATEMATICAS II

TEMA . IV

LIMITES Y CONTINUIDAD

LABORATORIO

I.- Encontrar los límites de las siguientes funciones

1) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$

2) $\lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{2x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{3x^3 + 2x^2}$

3) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4\,\mathrm{sen}^3 x - 3x^4 - \mathrm{sen}^4 x}{x^3}$

4) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x - 1}{2 - \sqrt{x+3}}$

5) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{8x^4 - 3x^3 + 7x^2}{x^2}$

6) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{2x+5} - \sqrt{5}}{x}$

7) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 3x + 2}$

8) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{6x^3}{\mathrm{Sen}^3\, 3x}$

9) $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{1}{2+x} - \dfrac{1}{2} \right)$

10) $\lim\limits_{x \to \frac{5}{8}} \dfrac{8x^2 - 5x}{8x^2 + 3x - 5}$

11) $\lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{2x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 - x^3 + 1}$

12) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{6x^3 - 2}{x^2 - 1}$

13) $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \dfrac{2x - 1}{3 - \sqrt{2x+8}}$

14) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\mathrm{Sen}\, 4x}{\mathrm{sen}\, 8x}$

15) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3\, \mathrm{tg}\, 2x}{\mathrm{Sec}\, 2x}$

I.- Utilizar la difinición de continuidad para decir si la función dada es continua o no en el punto indicado

1) $F(x) = \dfrac{4x^2-1}{2x+1}$; en $x = -\dfrac{1}{2}$

2) $F(x) = 5x^3-2x+1$; en $x = 2$

3) $F(x) = \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$; $x = -2$

4) $F(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+3x+2}{x^2-2x+1} \; ; & \text{si } x \neq 1 \\ 4 \; ; & \text{si } x = 1 \end{cases}$

5) $F(x) = \begin{cases} \dfrac{2x^2-7x+6}{x-2} \; ; & \text{si } x \neq \dfrac{3}{2} \\ 0 \; ; & \text{si } x = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

II.- Expresar los valores de " X " para los cuáles la funciones dada sea discontinua

1) $F(x) = \dfrac{8x}{(2x-1)^2}$

2) $F(x) = \dfrac{3x^2+5x-2}{x+2}$

3) $F(x) = \dfrac{x-1}{x^3+3x^2+2x}$

4) $F(x) = \dfrac{x}{3-\sqrt{2+10}}$

5) $F(x) = \dfrac{9}{2x^2-x-4}$

MATEMATICAS II

TEMA V

DERIVADAS

OBJETIVO:

Al terminar el tema, el alumno será capaz de interpretar geometricamente el concepto de derivada de una función y calcular la derivada de diferentes tipo de funciones.

ACTIVIDADES:

1.- Expresará verbalmente el concepto de derivada

2.- Representará graficamente el concepto de derivada

3.- Calculará la derivada de algunas funciones algebraicas por definición.

4.- Calculará por los teoremas la derivada de funciones algebraicas, trigonometricas, exponenciales y logarítmicas.

5.- Defina el concepto de derivada implicita

6.- Derivará funciones en las que "Y" implisitamente.

7.- Defina el concepto de diferenciales

8.- Ultilizará las formulas de diferenciales

9.- Definirá la antiderivadas de una función.

10.- Calculará la antiderivada de una función usando las formulas

11.- Aplicará los conceptos teoricos a las solución de problemas relacionados con la Biología y otras ramas

MATEMATICAS II

TEMA V

DERIVADAS

LABORATORIO

1.- Derivar las siguientes funciones aplicando la definición

1) $F(x) = 6x - 2x^2 + 1$

2) $F(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

3) $F(x) = \dfrac{1}{x^2} + x$

4) $F(x) = \sqrt{5x^2 - x}$

5) $F(x) = \dfrac{4}{2 - x}$

6) $F(x) = \sqrt{3 - x^2}$

7) $F(x) = 7 - x^2$

8) $F(x) = 3x - x^3$

II.- Derivar las siguientes funciones aplicando los teoremas de derivadas

1) $F(x) = 5 - 2x + 8x^2 - 3x^3 + x^4 - 9x^5$

2) $F(x) = \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3}$

3) $F(x) = \frac{4}{x^{1/2}} - \frac{6}{x^{2/3}} + \frac{1}{x^{1/6}} - \frac{4}{x^{3/4}}$

4) $F(x) = \sqrt[3]{5x^2} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

5) $F(x) = (x^2 - 2x + 1)^3 (x^3 - x^2)$

6) $F(x) = \frac{x^2}{\sqrt{2 - x^3}}$

7) $F(x) = \left(\frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}\right)^5$

8) $F(x) = \frac{6x^4 - x^3 + 1}{(5x^2 + 2)^2}$

9) $F(x) = \frac{(7x^2 + x + 2)^3}{(x^3 - 1)^2}$

10) $F(x) = \sqrt[6]{(9x^3 - x^2 + x)^5}$

11) $F(x) = \frac{\sqrt{x+1}\ \sqrt{x-1}}{\sqrt{1-x}\ \sqrt{x+1}}$

12) $F(x) = (5x^5 - x^3 + 2x)^4 (x^2 + 2)^3$

13) $F(x) = (\sqrt{x^4 - 3x})^5 + 5x^2 - 8$

14) $F(x) = (x+1) \cdot \sqrt[3]{2x^2-1}$

15) $F(x) = \dfrac{(8x^5 - x^4 + 6x - 1)^2}{3x^2+1}$

III.- Derivar las siguientes funciones trigonometricas, exponenciales y logaritmos

1) $F(x) = \text{Sen}^4 (3x^3 - x^2 + 1)$

2) $F(x) = e^{7x^2 + 2x} \cdot \text{Cos}\,(7x^2 + 2x)$

3) $F(x) = \dfrac{\ln (5x^4 - x + 2)}{e^{3x^2}}$

4) $F(x) = \sqrt[4]{\text{tg}\,(9x^5 - x^4 + 3x}$

5) $F(x) = \dfrac{\text{Sen}\,(8x^2 + 3x)}{(8x^2 + 3x)^3}$

6) $F(x) = (1 + e^{5x^3})^5$

7) $F(x) = \text{Sen}^2 (7x - x^2) + \text{Cos}^2 (7x - x^2)$

8) $F(x) = \text{Ctg}\,(3x^3 - x) + \ln (3x^3 - x)$

9) $F(x) = \ln \left(\dfrac{8x^4 - x^3 + 2}{3x^2 - x} \right)$

10) $F(x) = e^{\text{tg}\,6x^3} \cdot \text{Csc}\,6x^3$

11) $F(x) = \ln \sqrt{(7x^4 - x^2)(5x^3 + x + 1)}$

12) $F(x) = \dfrac{e^{3x^4 - 1}}{\sqrt{e^{3x^4} - 1}}$

13) $F(x) = \ln [\text{Sen}\,(x^4 - 5x)]$

14) $F(x) = \text{Sec}^3 (x^5 - 4x^2) \cdot \ln (x^5 - 4x^2)$

15) $F(x) = e^{9x^2 + x} - \text{Sen}\,(9x^2 + x) + \text{tg}^2 (9x^2 + x)$

IV.- Derivar impícitamente las siguientes expresiones

1) $4x^2 - 8y^3 = y^2 + 3x$

2) $7x^2y^4 - 3x^2 + 9y = 8y^2$

3) $\text{Sen}\,(x^2+1) + 3y^5 = e^{y^2+1}$

4) $(3x^2+y)^2 + (x+y)^{1/2} = x$

5) $\text{tg}\,(x^2+y) = 5 + \text{ctg}\,y^3$

6) $\sqrt[3]{8xy^2 - x^2 + y^2} = 3x^5$

7) $\dfrac{3x}{y^2-1} = 5$

8) $(x^2+y^2)(5x^3) = 6y^2$

1.- Cuando se sintetizó una proteína en una célula, la masa "M" de proteina como función de tiempo aumentó de acuerdo a la fórmula.

$$M = p + qt + r\,t^2 \quad (\text{ donde } p, q \text{ y } r \text{ son contantes })$$

Hallar la razón instantanea de reacción como función de " t", donde la reacción es la razón con que cambia la masa.

(utilizar la definición de derivada como razón de cambio instántanea)

2.- Una masa de aire frío se aproximo a una universidad. La temperatura es de "t" grados," t" horas después de la media noche, y dicha variables estan relacionadas mediante la siguiente función.

$$T = 0.1\,(400 - 40\,t + t^2) \quad 0 \leq t \leq 12$$

Calcular la razón instántanea de cambio de " T " con respecto a t a las horas:

a) 0 horas

b) 5 horas A.M.

c) 12 horas P.M

3.- Supongamos que una proteina (masa "M" en gr.) se disgrega en aminoacidos -- según la fórmula :

$$M = \frac{28}{t} + 2$$

Donde el tiempo está medido en horas. Hallar la razón de cambio instantánea para un tiempo . $t = \frac{1}{2}$ h.

4.- El gasto de energía de algunos pájaros al volar se puede medir. Para el periquito australiano (Melopittacus udulatus) al gasto de energía en Cal. g^{-1} Km^{-1} (caloría por gramo a la inversa y por kilogramos a la menos uno), se puede describir mediante la fórmula:

$$E = \frac{1}{V} \left\{ 0.074\,(V - 35)^2 + 22 \right\}$$

donde la "V" es la velocidad del pájaro en Km. $hr.^{-1}$ (la velocidad del viento no se considera).

5.- Se proyecta qye dentro de " X " meses, la población de una cierta ciudad será:

$$P(X) = 2x + 4X^{3/2} + 500$$

¿ A que rítmo estará cambiando la población dentro de 9 meses? (

(derivada = ritmo de cambio)

6.- El tamaño de un cultivo de bacterias que cruce lentamente está dado aproximadamente por:

$$N = No + 52t + 2\,t^2 \quad (\text{ tiempo de horas })$$

Hallar la razón instantanea de crecimiento en:

$t = 5$ horas.

MATEMATICAS II

TEMA : VI

APLICACIONES DE LA DERIVADA.

OBJETIVO:

Al terminar el tema, el alumno será capaz de aplicar la derivada de una función, para obtener los maximos y mínimos y puntos de - inflexión de una función.

ACTIVIDADES:

1.- Definir el concepto de máximos y mínimos relativo a una función.

2.- Definir el concepto de máximo y mínimo **absoluto** a una función.

3.- Definir el concepto de punto critico

4.- Enunciará el criterio de la primera derivada

5.- Calculará máximos y mínimos de una función usando el criterio de la primera derivada.

6.- Enunciará el criterio de la segunda derivada

7.- Calculará máximos y mínmos de una función usando el criterio - de la segunda derivada

8.- Aplicará los conceptos teoricos a la solución de problemas aplica dos con la Biología y -otrasramas.

MATEMATICAS II

TEMA VI APLICACIONES DE LA DERIVADA

LABORATORIO

1.- Encontrar los puntos donde las siguientes funciones tengan máximos y mínimos

1) $F(x) = x^2 - x + 3$

2) $F(x) = 2x - 3x^2 + 2$

3) $F(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x$

4) $F(x) = 2x^3 - 2x^2 - 16x - 1$

5) $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1$

6) $F(x) = -x^4 + 2x^3 + 1$

7) $F(x) = x^2(x-1)^2$

8) $F(x) = x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 - \frac{4}{3}$

9) $F(x) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2$

10) $F(x) = -3x^3 + 6$

APLICACION DE LA DERIVADA

1.- La Ley de Poiseville afirma que la velocidad de la sangre que esta a $\underline{r}$ centímetros del eje central de una arteria de radio $\underline{R}$ es

$$S(r) = C(R^2 - r^2)$$ donde C es una constante positiva

Donde es mayor la velocidad de la sangre?

2.- Un pez nada contra corriente a una velocidad constante $\underline{V}$ relativa al agua. El agua tiene una velocidad V , con respecto al suelo . El pez intenta alcanzar un punto a una distancia $\underline{S}$ agua, arriba. La energía requerida está esencialmente determinada por la fricción en el agua y por el tiempo t necesario para alcanzar el objetivo.

Los experimentos han demostrado que está energía es $E = CV^k t$ donde $C > 0$ y $K > 2$, son ciertas constantes (k depende de la forma pez).

Dados los siguientes datos, que velocidad minimiza la energía ?

$$t = \frac{S}{v - v_1} \quad ; \quad K = 3 \quad ; \quad v1 = 3.6 \text{ m/seg.}$$

3.- Una pulga que salta en dirección vertical alcanza la siguiente altura h (en metros) como función del tiempo t (en seg.)

$$h = (44)t - (4.9)t^2$$

Hallar la velocidad en el tiempo t = o y la máxima altura alcanzada.

4.- En una reacción autocatalitica, una sustancia se convierte en otra nueva sustancia llamada producto, de modo que el producto cataliza su propia formación. Supongamos que la reacción $\underline{d}$ es proporcional a la cantidad $\underline{X}$ del producto en el tiempo $\underline{t}$, y tambien proporcional a la cantidad todavía utilizable de la sustancia original.

Si $\underline{a}$ denota la cantidad original de la sustancia decrece a - x en el tiempo t. por tanto.

$$\frac{dx}{dt} = kx(a = x)$$ (K es una constante positiva)

Hallar el valor particular de x que maximiza la razón de reacción $\frac{dx}{dt}$

MATEMATICAS II
TEMA No. VII
INTEGRALES

OBJETIVO:

Al terminar el tema el alumno, interpretará geometricamente el concepto de integral de una función y lo aplicará para calcular el área bajo curvas.

ACTIVIDADES:

1.- Enunciará el concepto de integral indefinida
2.- Enunciará el concepto de integral definida
3.- Interpretará geometricamente el concepto de integral definida
4.- Calculará integrales indefinidas a partir de formulas
5.- Enunciará el teorema fundamental del cálculo
6.- Calculará integrales definidas a partir del teo. fundamental - del calculo .
7.- Calculará el área limitada por varias funciones
8.- Aplicará los conceptos teoricos a la solución de problemas - - relacionados con la Biología y otras ramas

TEMA VII

INTEGRALES

LABORATORIO

I.- Calcular las siguiente integrales indefinidas

1) $\int (8x-5)(4x^2-5x+2)^2 \, dx$

2) $\int \dfrac{x^2-8x}{\sqrt[3]{x^3-12x^2+1}} \, dx$

3) $\int \dfrac{x-2}{x^2-4x+2} \, dx$

4) $\int \dfrac{7x^4-8x^2+9}{\sqrt[3]{x}} \, dx$

5) $\int \dfrac{2x-5}{\sqrt{(x^2-5x+2)^3}} \, dx$

6) $\int (x+1) \, \mathrm{Sec}(2x^2+4x) \, \mathrm{tg}(2x^2+4x) \, dx$

7) $\int 2x^2 \, \mathrm{Csc}^2(4x^3-2) \, dx$

8) $\int (3x^2+4x) \, e^{x^3+2x^2+1}$

9) $\int e^{8x-1} \, dx$

10) $\int \mathrm{Cos}^3 2x \cdot \mathrm{Sen}\, 2x \, dx$

11) $\int \dfrac{\mathrm{Sen}\, 4x}{1+\mathrm{Cos}\, 4x} \, dx$

12) $\int \mathrm{Sen}\, 2x \, (\mathrm{Cos}^2 x + 1)^3 \, dx$

13) $\int (x^2-1)(x^3-3x)^{4/3} \, dx$

14) $\int \dfrac{x^4-8x^2+2}{\sqrt{x}} \, dx$

15) $\int \dfrac{x^3+x}{x^4+2x^2+2} \, dx$

16) $\int x^2 \, \mathrm{Sen}^5\, 3x^3 \, \mathrm{Cos}\, 3x^3 \, dx$

17) $\int (x+1) \, \mathrm{Cos}(x^2+2x+17) \, dx$

II.- Determinar el área de la región limitada por la gráfica de las ecuaciones dadas. En cada caso dibuje la figura e indique claramente la región cuya área se pide.

1) $y = x^2$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 2$

2) $y = 2x - x^2$; $y = -x$

3) $y = x^2$; $y = 8 - x^2$

4) $y = x^2 + 6x - 5$; $y = 0$

5) $y = 4x - x^2$; $y = 0$

6) $y = x^2 + 4x + 2$; $y = 2x + 5$

7) $y = x^3 + x^2 - 2x$; $y = 0$

8) $y = 4x - x^2$; $y = x^2 + 2x$

9) $y = x^3 - 12x$; $y = 4x$

10) $y = x^3 - x$; $y = 0$