UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

COLEGIO CIVIL, ESCUELA PREPARATORIA No. 3
(NOCTURNA PARA TRABAJADORES)

FISICA

3er. SEMESTRE

ING. GREGORIO FARIAS LONGORIA
Rector

ING. JUAN E. MOYA BARBOSA
Director

El contenido académico de este texto cumple con los requerimientos de la Comisión Académica del H. Consejo Universitario con respecto al programa correspondiente al plan de estudio de las escuelas preparatorias de la Universidad Autónoma de Nuevo León.

FISICA

TERCER SEMESTRE

ING. GABRIEL A. FLORES TREVIÑO

PREPARATORIA TRES
SISTEMA DE EDUCACION ABIERTA
Monterrey, N.L. 1991

INDICE

M E N S A J E

El contenido de esta materia, constituye el eslabón con el que has de continuar en tu aprendizaje de la Física; es necesario que lo integres adecuadamente con lo que estudiaste en los dos cursos anteriores, a fin de que cabalmente te sirva para comprender el curso final.

Ya recorriste la mitad del camino de la asignatura de Física, ahora continúa adelante, no tengas prisa, avanza con cuidado viendo paso a paso las dificultades que se te presentan.

El camino no es fácil, analiza los conceptos, las leyes, los principios, las ecuaciones, las aplicaciones y así podrás llegar sin tropiezos a la meta.

¡Adelante! ¡Toma tu tiempo!

PRIMERA UNIDAD

OBJETIVO TERMINAL

Al término de sus estudios de bachillerato, el alumno será capaz de aplicar los conocimientos adquiridos, en la interpretación de fenómenos físicos.

OBJETIVO GENERAL

Al término del semestre, el alumno será capaz de aplicar los conceptos de fricción, trabajo, energía y potencia y leyes de la conservación e hidrostática, en la solución de problemas afines.

PRIMERA UNIDAD

INTRODUCCION

En esta unidad verás las fuerzas que resultan del rozamiento. El rozamiento o fuerza de fricción es muy importante en nuestra vida diaria. Al obrar sola, la fuerza de rozamiento hace que se detenga cualquier eje que esté en rotación. En un automóvil, un porcentaje de la potencia de su motor se consume para contrarrestar las fuerzas de rozamiento. El rozamiento hace que se desgasten o se traben las partes móviles. Por otra parte, sin el rozamiento no podríamos marchar como lo hacemos; no podríamos sostener un lápiz en nuestra mano y si lo hiciéramos, no podríamos escribir; el transporte con ruedas, tal como lo conocemos en la actualidad, no sería posible.

Por otra parte verás también como expresar las fuerzas de rozamiento en función de las propiedades del cuerpo y de su medio ambiente. Consideraremos el deslizamiento de una superficie seca sobre otra.

PRIMERA UNIDAD

FRICCION

OBJETIVO DE UNIDAD

El alumno al terminar la unidad en el tema:

I. FRICCION.

1. Aplicará los principios básicos de fricción, en la solución de problemas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

El alumno por escrito en su cuaderno, sin error en el tema:

I. FRICCION.

1.1 Explicará el término fricción.

1.2 Determinará el valor de la normal, en diferentes condiciones físicas de un cuerpo.

1.3 Diferenciará entre coeficiente de fricción estático y cinético.

1.4 Identificará las unidades que maneja la fricción y el coeficiente de fricción.

1.5 Deducirá la expresión matemática para el coeficiente de fricción, por deslizamiento uniforme.

1.6 Resolverá problemas de planos horizontales, bajo las siguientes condiciones:

a) sin fricción.
b) con fricción.
c) con velocidad constante.
d) con movimiento uniformemente acelerado.

1.7 Ubicará, gráficamente, las fuerzas que inciden sobre un cuerpo en un plano inclinado.

1.8 Resolverá problemas de planos inclinados, bajo las siguientes condiciones:

a) sin fricción.
b) con fricción.
c) con velocidad constante.
d) con movimiento uniformemente acelerado.

I. ROZAMIENTO O FRICCION.

Siempre que un cuerpo se mueve estando en contacto con otro objeto, existen fuerzas de rozamiento que se oponen al movimiento relativo. Estas fuerzas son consecuencia de la adhesión de una superficie a la otra y por la trabazón de las irregularidades en las superficies en roce. Es precisamente este rozamiento lo que mantiene a un clavo dentro de una tabla, la que nos permite caminar y la que hace que los frenos de un automóvil funcionen. En todos estos casos el rozamiento tiene un efecto deseable.

En muchas otras circunstancias, sin embargo, es deseable minimizar el efecto del rozamiento. Por ejemplo, el rozamiento aumenta el trabajo necesario para operar alguna máquina, causa desgaste y genera calor, que en muchos casos provoca a su vez daños adicionales. Los automóviles y los aviones son diseñados aerodinámicamente para reducir el rozamiento con el aire, que resulta ser muy grande a altas velocidades.

Siempre que una superficie se desliza sobre otra, la fuerza de rozamiento ejercida por cada cuerpo sobre el otro es paralela o tangente a las dos superficies y actúa de tal manera que se opone al movimiento relativo de las superficies. Es importante notar que estas fuerzas no sólo existen cuando ocurre un movimiento relativo, sino que también están presentes en cuanto uno de los cuerpos tiende a deslizarse sobre el otro.

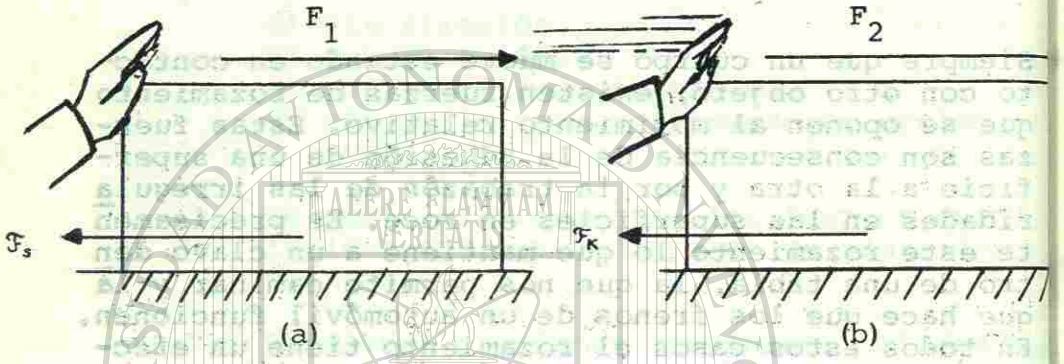


Fig. 1 a) En la fricción estática, el movimiento está impedido; b) en la fricción cinética, las dos superficies están en movimiento relativo.

Supóngase que una fuerza se ejerce sobre un bloque que descansa en reposo sobre una superficie horizontal como se muestra en la figura 1. Al principio el bloque no se moverá debido a la acción de una fuerza llamada fuerza de rozamiento estático $\mathcal{F}_s$. Pero a medida que la fuerza aplicada se aumenta, llega un momento que que se provoca el movimiento del bloque, y la fuerza de rozamiento ejercida por la superficie horizontal mientras el bloque se encuentra en movimiento se denomina fuerza de rozamiento cinético $\mathcal{F}_K$.

Las leyes que gobiernan a las fuerzas de rozamiento se determinan experimentalmente en el laboratorio por medio de un aparato similar al que se ilustra en la figura 2a. Una caja de peso W se coloca sobre una mesa horizontal y un cordel ligero

que está atado a la caja se pasa por una polea con rozamiento despreciable, y se cuelga del otro extremo del cordel una serie de pesas conocidas. Todas las fuerzas que actúan sobre la caja y las pesas se muestran en sus correspondientes diagramas de cuerpo libre (Figs. 2a. y 2b).

Consideremos que el sistema está en equilibrio, para lo cual la caja debe permanecer en reposo o moviéndose con velocidad constante. En cualquiera de los casos podemos aplicar la primera condición de equilibrio. Consideremos el diagrama de fuerzas como se muestra en la figura 2c.

$$\sum F_x = 0 \qquad \mathcal{F} - T = 0$$

o sea

$$\sum F_y = 0 \qquad \mathcal{N} - W = 0$$

$$\mathcal{F} = T \text{ y } \mathcal{N} = W$$

Vemos así que la fuerza de rozamiento es de magnitud igual que la tensión en el cordón y que la fuerza normal ejercida por la mesa sobre la caja es igual al peso de la caja. Nótese que la tensión en el cordón es a su vez igual al peso de las pesas más el peso de su soporte.

Empezamos el experimento colocando gradualmente pesas en el soporte, para aumentar lentamente la tensión del cordel. Al aumentar la tensión, la fuerza de rozamiento estático, que es igual en magnitud pero opuesta en dirección, también aumenta. Si T se aumenta lo suficiente, la caja se empezará a mover, indicando que T ha sobrepasado la máxima fuerza de rozamiento estático $\mathcal{F}_{s\,max}$. Así, aunque la fuerza de rozamiento estático $\mathcal{F}_s$ variará de acuerdo con - los valores de la tensión del cordel, existe un valor máximo único $\mathcal{F}_{s,\,MAX}$. Sólo este valor máximo es útil en la solución de problemas de fricción. Por lo tanto, en este libro $\mathcal{F}_s$ se entenderá que representa a $\mathcal{F}_{s,\,máx}$.

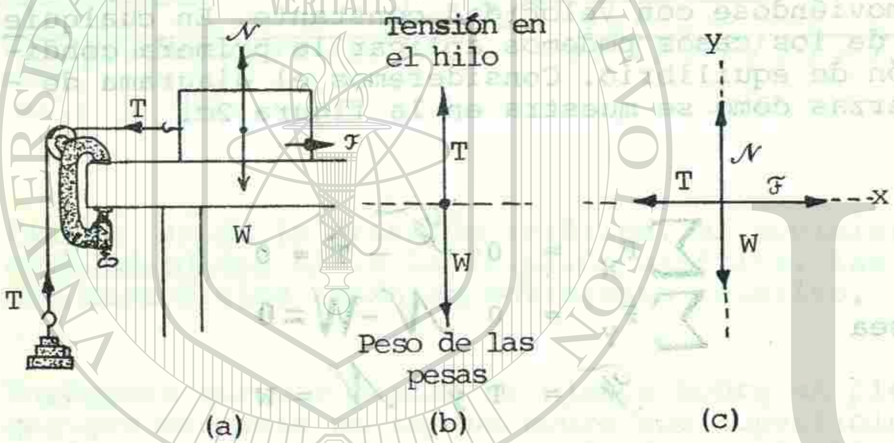


Fig. 2. Experimento para determinar la fuerza de fricción.

Para continuar el experimento, supóngase que -- agregamos peso a la caja, con lo que aumentaríamos la presión normal entre la caja y la mesa. - Nuestra fuerza normal será ahora

$$\mathcal{N} = W + \text{peso agregado.}$$

Al repetir nuestro experimento anterior, veremos que un nuevo valor de T proporcionalmente mayor - será necesario para contrarrestar $\mathcal{F}_s$. En otras palabras, al duplicar la fuerza normal entre las dos superficies, la máxima fuerza de rozamiento - estático que debemos contrarrestar también se duplica. Si $\mathcal{N}$ se triplica, $\mathcal{F}_s$ también se triplica, y así ocurre para los demás factores. Puede - decirse por tanto que la máxima fuerza de rozamiento estático es directamente proporcional a la fuerza normal entre las dos superficies. Esta proporcionalidad puede escribirse como

$$\mathcal{F}_s \propto \mathcal{N}$$

que puede escribirse como ecuación:

$$\boxed{\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N}} \qquad (1\text{-}1)$$

En la que μ_s es una constante de proporcionalidad denominada coeficiente de rozamiento estático. Dado que μ_s es una relación constante entre dos fuerzas, es una cantidad sin - dimensiones.

En el experimento que precede debe notarse que - una vez que T ha superado en magnitud a $\mathcal{F}_s$ la -- caja aumentará su velocidad, o se acelerará, hasta topar con la polea. Esto indica que un valor menor que T bastaría para mantener a la caja moviéndose con velocidad constante. Por tanto, la fuerza de - rozamiento cinético $\mathcal{F}_k$ debe ser menor que $\mathcal{F}_s$ -- para las mismas superficies. En otras palabras, se requiere de más fuerza para iniciar el movimiento de un bloque que para mantenerlo moviéndose a velo cidad constante. En este último caso la primera condición de equilibrio también se satisface; así, el mismo razonamiento que nos llevó a derivar la ecuación (1-1) para el rozamiento estático, nos dará la siguiente proporcionalidad para el rozamiento cinético:

$$\mathcal{F}_k \propto \mathcal{N}$$

que puede también expresarse como una ecuación, como antes:

$$\boxed{\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}} \qquad (1\text{-}2)$$

donde μ_s es una constante de proporcionalidad llamada coeficiente de rozamiento cinético.

Se puede demostrar que los coeficientes de proporcionalidad μ_s y μ_k dependen de la rugosidad de las superficies pero no del área de contacto entre las superficies. Puede verse de las ecuaciones anteriores que μ depende tan sólo de la fuerza de rozamiento $\mathcal{F}$ y de la fuerza normal $\mathcal{N}$ entre las superficies. Desde luego que debemos aceptar que las ecuaciones (1-1) y (1-2) no son fundamentalmente rigurosas como otras ecuaciones físicas. Existen muchas variables que interfieren con la aplicación general de estas fórmulas. Nadie que haya tenido algo de experiencia en carreras de autos, por ejemplo, podrá creer que la fuerza de rozamiento sea completamente independientemente al área de

contacto. Pero aún así las ecuaciones son herramientas útiles para determinar en forma estimativa las fuerzas de resistencia en casos específicos.

La tabla I muestra algunos valores representativos de los coeficientes de rozamiento estático para diferentes tipos de superficies. Estos valores son aproximados y dependen de las condiciones en que se encuentren las superficies.

TABLA I COEFICIENTES DE FRICCION APROXIMADOS

Material	μ_s	μ_k
Madera sobre madera	0.7	0.4
Acero sobre acero	0.15	0.09
Metal sobre cuero	0.6	0.5
Madera sobre cuero	0.5	0.4
Hule sobre concreto, seco	0.9	0.7
húmedo	0.7	0.57

Los problemas que incluyen fricción se resuelven como otros problemas de fuerzas, excepto que se deben considerar los siguientes puntos:

1. Las fuerzas de rozamiento son paralelas a las superficies y se oponen directamente al movimiento relativo de las superficies entre sí.

2. La fuerza de rozamiento estático es mayor que la fuerza de rozamiento cinético para los mismos materiales.

3. Al dibujar diagramas de cuerpo libre, generalmente resulta más expeditivo elegir el eje x paralelo al plano del movimiento y el eje y normal al plano del movimiento.

4. Se puede aplicar la primera condición del equilibrio para obtener dos ecuaciones que representan las fuerzas a lo largo del plano de movimiento y normales a él. (Los problemas más complicados en los que se incluye una fuerza resultante serán estudiados posteriormente.)

5. Las relaciones $\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N}$ y $\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$ se pueden aplicar para obtener la cantidad deseada.

EJEMPLO 1-1.

Un bloque de 50 lb descansa sobre una superficie horizontal. Se requiere una fuerza horizontal de 10 lb para iniciar el movimiento del bloque. Una vez en movimiento, sólo se necesita una fuerza de 5 lb para mantener una velocidad constante. Encuéntrense los coeficientes de fricción estática y cinética.

Solución

Las palabras clave que deben ser reconocidas son para iniciar el movimiento y movimiento con velocidad constante. Las primeras implican fricción estática, mientras que las últimas se refieren a fricción cinética. En cada caso existe una condición

de equilibrio. Los diagramas de cuerpo libre correctos se ilustran en las figuras 3a y 3b. Consideremos la fuerza que contrarresta la fricción estática. Al aplicar la primera condición del equilibrio en la figura 3-a obtenemos

$$\sum Fx = 0 \qquad 10lb - \mathcal{F}_s = 0$$

$$\sum F_x = 0 \qquad \mathcal{N} - 50lb = 0$$

de lo que podemos observar que

$$\mathcal{F}_s = 10lb \quad \mathcal{N} = 50lb$$

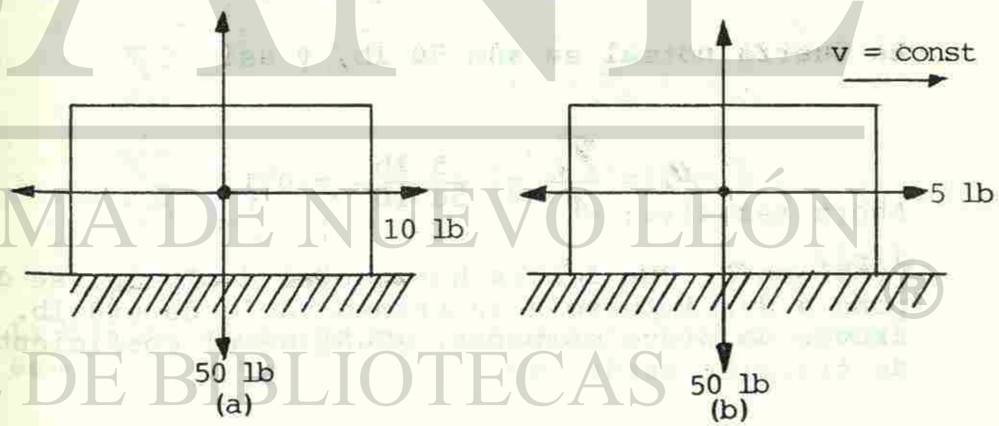


Fig. 3 a) Se requiere una fuerza de 10 lb para contrarrestar la fuerza máxima de fricción estática. b) Se requiere una fuerza de solamente 5 lb para mover el bloque con velocidad constante.

De este modo podemos calcular el coeficiente de fricción estática a partir de la ecuación (1-1).

$$\mu_s = \frac{\mathcal{F}_s}{\mathcal{N}} = \frac{10\ \text{lb}}{50\ \text{lb}} = 0.2$$

La fuerza que contrarresta la fricción cinética es de 5 lb. De aquí que la suma de las fuerzas a lo largo del eje x resulte.

$$5\ \text{lb} - \mathcal{F}_k = 0$$

o sea

$$\mathcal{F}_k = 5\ \text{lb}$$

La fuerza normal es aún 50 lb, y así

$$\mu_k = \frac{\mathcal{F}_k}{\mathcal{N}} = \frac{5\ \text{lb}}{50\ \text{lb}} = 0.1$$

Ahora resuelve:

Problema 1. Una fuerza horizontal de 70 lb. se dispone a dar impulso a un trineo vacío de 600 lb. a través de nieve compacta. ¿Cuál es el coeficiente de fricción estático?

PRIMERA UNIDAD

Problema 2. El trineo del problema anterior, una vez que empieza a moverse requiere una fuerza de 30 lb para mantenerlo en movimiento. ¿Cuál es el coeficiente de fricción en deslizamiento?

Ejemplo 1-2

¿Qué fuerza T con ángulo de 30° sobre la horizontal se requiere para arrastrar un bloque de 40 lb hacia la derecha a velocidad constante si $\mu_k = 0.2$?

Solución.-

Dibujemos primero un bosquejo del problema y tracemos después el diagrama de cuerpo libre tal como se muestra en la figura 4. Al aplicar la primera condición del equilibrio obtenemos

$$\sum F_x = 0 \qquad T_x - \mathcal{F}_k = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad \mathcal{N} + T_y - 40\ \text{lb} = 0$$

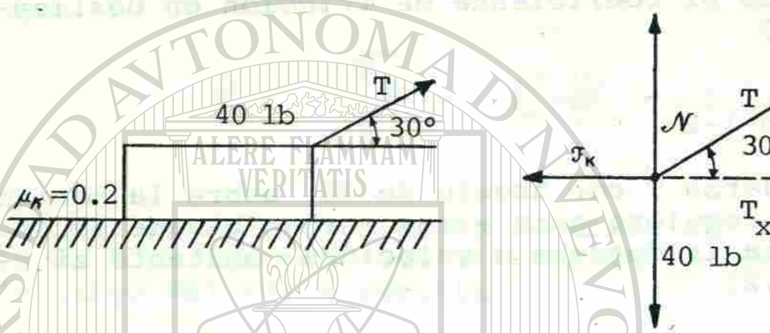
(1-3)

La última ecuación muestra que la fuerza normal es

$$\mathcal{N} = 40\ \text{lb} - T_y$$

(1-4)

Fig. 4 La fuerza T con un ángulo sobre la horizontal reduce la fuerza normal, resultando en una fuerza de fricción menor.



Nótese que la fuerza normal está disminuida por la componente y de T. Sustituyendo $\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$ en la ecuación (1-3) nos da

$$T_x - \mu_k \mathcal{N} = 0$$

Pero $\mathcal{N} = 40 \text{ lb} - T_y$ de acuerdo con la ecuación (1-3), con lo que

$$T_x - \mu_K (40 \text{ lb} - T_y) = 0 \tag{1-5}$$

Del diagrama de cuerpo libre podemos notar que

$$T_x = T \cos 30° = 0.866T$$

y

$$T_y = T \text{ sen } 30° = 0.5T$$

De aquí, y recordando que $\mu_k = 0.2$, podemos escribir la ecuación (1-5) como

$$0.866T - (0.2)(40 \text{ lb} - 0.5T) = 0$$

De la que podemos resolver T como sigue:

$$0.866T - 8 \text{ lb} + 0.1T = 0$$

$$0.966T - 8 \text{ lb} = 0$$

$$0.966T = 8 \text{ lb}$$

$$T = \frac{8 \text{ lb}}{0.966} = 8.3 \text{ lb}$$

Por lo tanto se necesita una fuerza de 8.3 lb para arrastrar el bloque a velocidad constante si la cuerda hace un ángulo de 30° sobre la horizontal.

Ahora resuelve:

Problema 3. Un bloque de hielo se desliza con velocidad constante sobre un piso de madera cuando una fuerza horizontal de 10 lb es aplicada. ¿Cuál es el peso del bloque de hielo si $\mu_k = .15$?

Problema 4. Una caja de 150 lb descansa sobre un plano horizontal. Se le aplica una fuerza de 70 lb a un ángulo de 35° sobre la horizontal para que empiece a moverse
¿Cuál es el coeficiente de fricción estático?

Ejemplo 1-3

Un bloque de 100 lb descansa sobre un plano incli- nado de 30°. Si μ_k = 0.1, ¿qué empuje P paralelo al plano y dirigido hacia arriba se requerirá par que el bloque se mueva a) hacia arriba a velocida constante y b) hacia abajo a velocidad constante?

Solución a)

El problema general se ha bosquejado en la figura 5a. Para el movimiento hacia arriba, la fuerza de fricción apunta hacia abajo del plano como se ilu tra en la figura 5b. Aplicando la primera condici del equilibrio obtenemos

$$\sum F_x = 0 \qquad P - \mathcal{F}_k - W_x = 0 \qquad (1\text{-}6)$$

$$\sum F_y = 0 \qquad \mathcal{N} - W_y = 0 \qquad (1\text{-}7)$$

De la figura vemos que los componentes x y y del peso son

$$W_x = (100 \text{ lb})(\text{sen } 30°) = 50 \text{ lb}$$

$$W_y = (100 \text{ lb})(\cos 30°) = 86.6 \text{ lb}$$

Sustituyendo la última ecuación en la 1-7 nos per mite obtener la fuerza normal, que es

$$\mathcal{N} - 86.6 \text{ lb} = 0$$

$$\mathcal{N} = 86.6 \text{ lb}$$

De la ecuación 1-6, el empuje requerido para mover el bloque hacia arriba es

$$P = \mathcal{F}_k + W_x$$

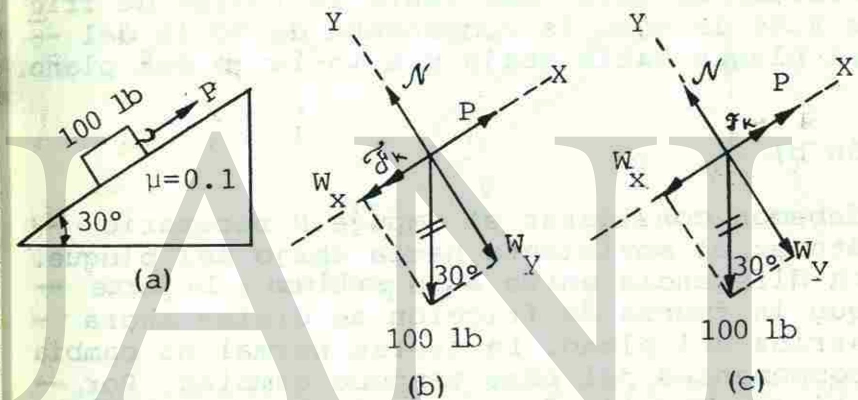


Fig. 5 Fricción en el plano inclinado.

Pero $F_k = \mu_k N$, por lo que

$$P = \mu_k N + W_x$$

Sustituyendo los valores conocidos de μ_k, N, y W_x, obtenemos

$$P = (0.1)\ 986.6\ \text{lb}) + 50\ \text{lb}$$

$$= 58.7\ \text{lb}$$

Nótese que el empuje hacia arriba del plano debe contrarrestar en este caso tanto la fuerza de fricción de 8.66 lb como la componente de 50 lb del peso del bloque hacia abajo y a lo largo del plano.

Solución b)

Ahora debemos considerar el empuje P necesario para detener el movimiento hacia abajo del bloque. La única diferencia entre este problema y la parte a) es que la fuerza de fricción se dirige ahora hacia arriba del plano. La fuerza normal no cambia y los componentes del peso tampoco cambian. Por tanto, si sumamos las fuerzas a lo largo del eje x de la figura 5c tenemos

$$\sum F_x = 0 \qquad P + \mathcal{F}_k - W_x = 0$$

de la cual

$$P = W_x - \mathcal{F}_k$$

o

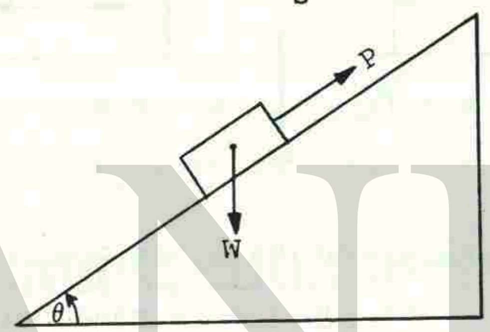
$$P = 50\ \text{lb} - 8.66\ \text{lb}$$

$$= 41.3\ \text{lb}$$

La fuerza de 41.3 lb está dirigida hacia arriba del plano inclinado y detiene el movimiento hacia abajo del bloque de tal manera que su velocidad sea constante. Si esta fuerza P no se ejerciera, el bloque se aceleraría hacia abajo del plano por su propio peso.

Ahora resuelve:

Problema 5.- En la siguiente figura considérese que W = 350 N, $\theta = 35°$, $\mu_s = 0.2$

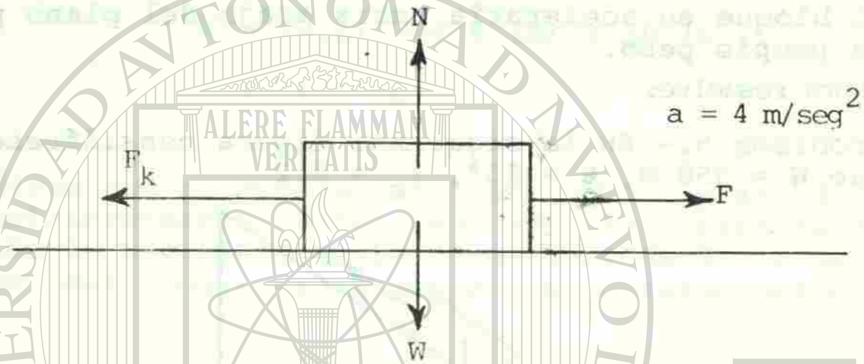


¿Qué empuje P dirigido hacia arriba del plano se requiere para que el bloque empiece a moverse hacia arriba?

Ejemplo 1-4 Un bloque de 150 N peso descansa sobre un plano horizontal. Encontrar la magnitud de la fuerza "F" para comunicarle una aceleración de 4 m/seg². El coeficiente de fricción cinético μ_k = 0.25.

Solución del problema.

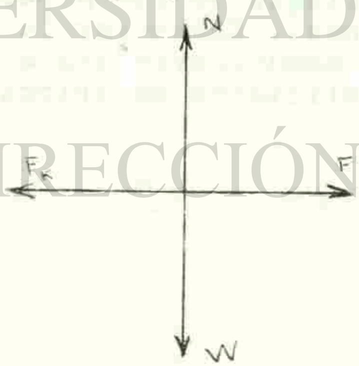
Lo primero que debemos hacer es dibujar el bloque y las fuerzas que actúan en él



En este caso el bloque va a ser acelerado y por eso la sumatoria de las fuerzas que actúan en el eje "x" se van a hacer igual a la masa por la aceleración.

$$\sum F_x = ma$$

Después hay que aislar el cuerpo haciendo el diagrama de cuerpo libre para que así las fuerzas queden sobre los ejes "x" y "y".



$F_x = ma$

$F - F_k = ma$

Para calcular la masa del cuerpo hay que dividir el peso entre la gravedad.

$m = \frac{w}{g}$ $\quad$ $m = \frac{150\ N}{9.8\ m/seg^2}$ $\quad$ $m = 15.3\ Kg$

Como no hay movimiento vertical al sumar las fuerzas en el eje de los "Y" éstas se hacen igual a cero.

$F_y = 0$ $\quad$ $N - W = 0$ $\quad$ $N = W = 150\ Kg$

y $F_k = \mu_k N$ $\quad$ $F_k = (0.25)\ (150)$ $\quad$ $F_k = 37.5\ N$

y tomando la ecuación anterior tenemos:

$F = ma + F_k$

$F = (15.3\ Kg)\ (4\ m/seg^2) + 37.5\ N$

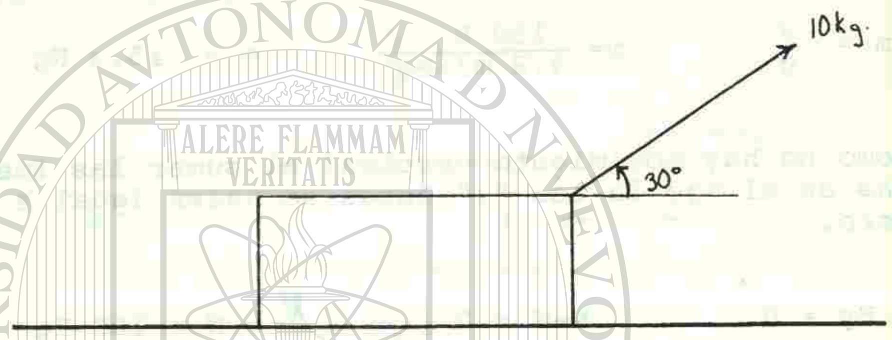
$F = 98.7\ N$

que es el valor de la fuerza que le comunica la aceleración al bloque.

Ahora resuelve:

Problema 6. Un bloque de 50 Kg de peso descansa sobre un plano horizontal. Si se aplica una fuerza de 10 Kg como se representa en la figura. Suponiendo que el coeficiente de rozamiento cinético $\mu_k = 0.20$

Calcular la aceleración para el bloque.



Problema 7. Una masa de 100 Kg descansa sobre un - plano inclinado 37°. El coeficiente de fricción cinética es 0.2. Se aplica un empuje P paralelo al - plano y dirigido hacia arriba para hacer que la masa se acelere $3 m/seg^2$.

a) ¿Cuál es la fuerza resultante hacia arriba del plano?

b) ¿Cuál es la magnitud del empuje P?

RESUMEN

La fricción es una fuerza que se opone al movimiento relativo siempre que un cuerpo se mueve estando en contacto con otro.

La normal es la fuerza ejercida por una superficie sobre un objeto y que es igual al peso del objeto.

Cuando una fuerza se ejerce sobre un objeto que -- descansa, en reposo, sobre una superficie horizontal, Al principio el objeto no se moverá debido a la acción de una fuerza llamada fuerza de rozamiento estático y la fuerza de rozamiento ejercida por la superficie horizontal mientras el bloque se encuentra en movimiento se denomina fuerza de rozamiento cinético.

Las unidades que se manejan en las fuerzas de fricción son la libra o el kilogramo fuerza.

El coeficiente de fricción es una constante de -- proporcionalidad; es una relación constante entre dos fuerzas, es una constante sin dimensiones. El coeficiente de fricción depende de la rugosidad de las superficies, pero no del área de contacto entre las superficies.

Existe fricción estática entre dos superficies -- cuando el movimiento es inminente; la fricción cinética ocurre cuando las dos superficies están en movimiento relativo. En ambos casos las fuerzas de fricción son proporcionales a la normal. Estas -- fuerzas están dadas por:

$$\mathcal{F}_s = \mu_s \mathcal{N} \qquad \mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N}$$

Estas fuerzas deben considerarse con frecuencia en los problemas de equilibrio.

GLOSARIO

FRICCION:	Fuerza que se opone al desplazamiento de un cuerpo sobre otro debido a las rugosidades en las superficies ásperas.
FRICCION NORMAL:	Fuerza que ejerce cualquiera de los dos cuerpos sobre el otro perpendicularmente a la cara de contacto mutuo que es de igual magnitud que el peso del objeto.
COEFICIENTE DE FRICCION:	Es el cociente entre la fuerza de rozamiento y la normal.
COEFICIENTE DE FRICCION ESTATICO:	Es igual a la tangente del ángulo que forma un plano inclinado con la horizontal justo en el instante en que empieza a deslizarse sobre el cuerpo.

AUTOEVALUACION

I. INSTRUCCIONES: Subraya la opción que consideres contesta correctamente cada cuestión.

1. Son el tipo de fuerzas que se oponen al movimiento relativo de las superficies de los cuerpos entre sí.

   a) Contacto.
   b) Equilibradas.
   c) Campo.
   d) Fricción.

2. Así se llama la fuerza de fricción cuando dos superficies se encuentran en movimiento relativo.

   a) Estática.
   b) Dinámica
   c) Cinética.
   d) Mecánica

3. Esta fuerza de rozamiento es menor que la fuerza de rozamiento estático para los mismos materiales.

   a) Cinético.
   b) Mecánico.
   c) Dinámico
   d) Fricción.

4. Así es la fuerza de rozamiento ejercida sobre las superficies de un cuerpo sobre otro.

   a) Tangente.
   b) Normal
   c) Perpendicular
   d) Cinética.

5. Es la fuerza de rozamiento que al principio evita el movimiento de un bloque que descansa en reposo cuando se le aplica una fuerza.

   a) Estático.
   b) Cinético.
   c) Magnético.
   d) Fricción.

6. Es un efecto deseable del rozamiento o fricción.

   a) Hace que funcionen los frenos de un automóvil.
   b) Desgaste de las piezas de una máquina.
   c) Genere calor.
   d) Disminuya la velocidad de los automóviles.

7. Es el cociente de la fuerza de fricción por la normal.

   a) Coeficiente de fricción.
   b) Fricción cinética.
   c) Fricción estática.
   d) Normal.

8. Son las unidades del coeficiente de fricción.

   a) Newtons
   b) Libras
   c) Sin dimensiones
   d) Slugs

9. Son las unidades de las fuerzas de fricción.

   a) Libras o kilogramos fuerza.
   b) Slugs
   c) Sin dimensiones
   d) Libras o kilogramos masa.

10. Así es la fuerza normal ejercida por la superfi cie sobre el objeto.

    a) Tangente.
    b) Paralela
    c) Oblicua
    d) Perpendicular

11. Un vagón de 80N con ruedas sin fricción es empu jado hacia arriba en un plano de 35° ¿Cuál es - el empuje mínimo P en N paralelo al plano que s requiere para subir el vagón?

    a) 54.2
    b) 45.9
    c) 71.8
    d) 52.4

12. Un bloque de 45 lb descansa sobre una superfici horizontal de madera. El coeficiente de fricció es 0.4 ¿Qué fuerza en libras se necesita para - que el bloque empiece a moverse.?

    a) 21
    b) 18
    c) 12
    d) 22.5

13. Un refrigerador de 180 lb se coloca sobre una - manta y es arrastrado sobre un piso de mosaicos Si $\mu_s = 0.4$ y $\mu_k = 0.2$ ¿Qué fuerza hará moverse el refrigerador con una velocidad constante?

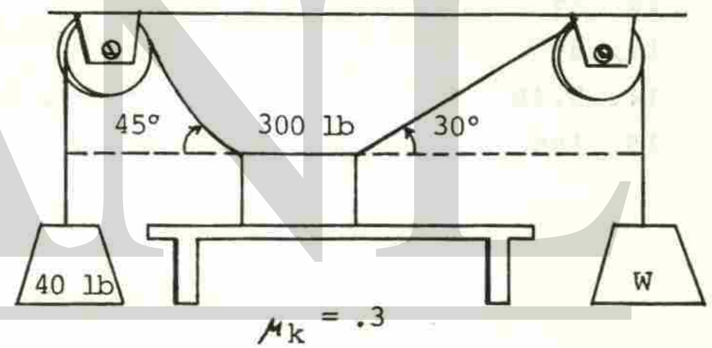
    a) 72
    b) 180
    c) 36
    d) 90

14. Un trineo de 50 N tiene una estaca amarrada a - él formando un ángulo de 30° sobre la horizon-- tal. Si $\mu_k = 0.1$, encuéntrese la fuerza reque- rida para tirar el trineo con velocidad cons-- tante.

    a) 42.25
    b) 54.6
    c) 5.46
    d) 48.6

15. Dos pesas están colocadas de dos poleas sin -- fricción, como se muestra en la figura. ¿Qué peso W causará que el bloque empiece a mo- verse hacia la derecha?

    a) 109 lb
    b) 108 lb
    c) 208 lb
    d) 123 lb



RESPUESTAS A LA AUTOEVALUACION

1. d)
2. c)
3. a)
4. a)
5. a)
6. a)
7. a)
8. c)
9. a)
10. d)
11. 45.9
12. 18
13. 36
14. 5.46
15. 108

ANEXO: Respuestas a los problemas propuestos.

1. .1167
2. .05
3. 6.67 lb
4. .56
5. 143.38 N
6. .39 m/seg^2
7. a) 300 N

   b) 1045.4 N.

SEGUNDA UNIDAD

INTRODUCCION

Esta unidad contiene tres temas básicos íntimamente relacionados: energía, trabajo y potencia.

Estudiarás las formas de energía; la que contiene un cuerpo en virtud de su posición o de su movimiento; la energía definida te permitirá asociarla con el trabajo mecánico, trabajo que en el vocabulario de la física tiene un significado muy preciso.

Una fuerza que actúa a través de una distancia se da en casos como en una grúa que levanta un coche, una máquina de ferrocarril moviendo una fila de vagones, etc.En estos casos hablaremos de trabajo mecánico.

El ritmo o la rapidez con el cual se lleva a cabo dicho trabajo será definido como potencia. Así la rapidez se vuelve un factor de ingeniería muy importante en el sentido de que el trabajo puede realizarse de una manera más eficiente.

Estudiarás los diferentes aspectos involucrados en estos conceptos, cómo se miden y cuáles son sus unidades.

Es esencial que comprendas firmemente estos conceptos.

SEGUNDA UNIDAD

TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA

OBJETIVO DE UNIDAD

El alumno, al terminar la unidad en el tema:

I. TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA.

1. Aplicará los conceptos y ecuaciones de trabajo, energía y potencia, en la solución de problemas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

El alumno, por escrito en su cuaderno, sin error, en el tema:

I. TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA.

2.1. Definirá el concepto de energía.

2.2. Citará los diferentes tipos de energía.

2.3. Distinguirá los conceptos de trabajo, energía y potencia.

2.4. Diferenciará entre energía cinética y energía potencial.

2.5. Identificará las unidades de trabajo, energía mecánica y potencia.

2.6. Utilizará los conceptos básicos sobre trabajo, energía, potencia, y las unidades en que se expresan, para la resolución de problemas.

SEGUNDA UNIDAD

I.- TRABAJO, ENERGIA Y POTENCIA.

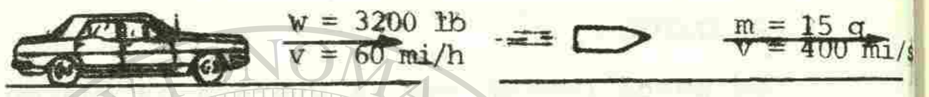
A. ENERGIA.

Se puede pensar que la energía es cualquier cosa que pueda ser convertida en trabajo. Cuando decimos que un objeto tiene energía, queremos dar a entender que es capaz de ejercer una fuerza sobre otro objeto para realizar trabajo sobre él. Y viceversa; si realizamos trabajo sobre algún objeto, le hemos añadido una cantidad de energía igual al trabajo realizado. Las unidades de la energía son las mismas que las del trabajo: el joule y la libra-pie.

En mecánica nos interesan dos clases de energía:

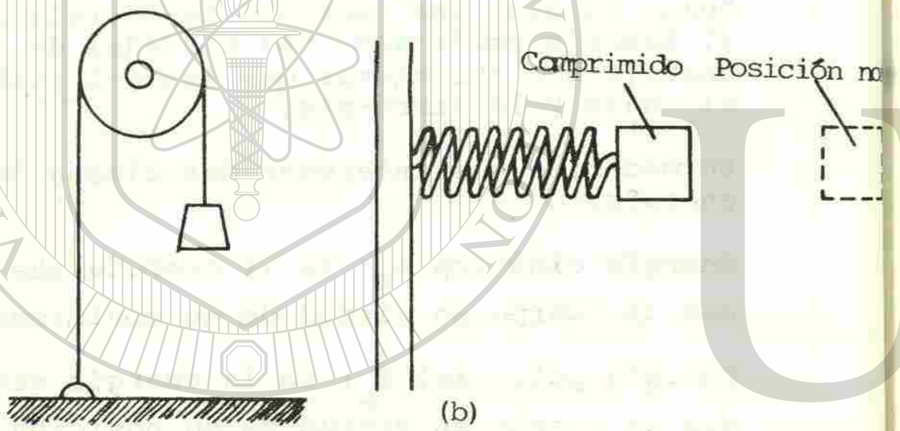
Energía cinética E_k: Es la energía que posee un cuerpo en virtud de su movimiento.

Energía potencial E_p: Es la energía que posee un cuerpo en virtud de su posición o condición.



(a)

Fig. 1 Ejemplos de:
a) Energía cinética y b) Energía potencial.



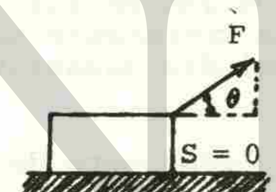
(b)

Se puede pensar fácilmente en muchos ejemplo de cada clase de energía. Por ejemplo, un au tomóvil en movimiento, una bala en movimient y un volante que da vueltas tiene la capaci- dad de realizar trabajo debido a su movimien to. De manera similar, con un objeto levanta do, un resorte comprimido o un rifle cargado existe el potencial para realizar trabajo de bido a su posición. Se dan algunos ejemplos en la figura 1.

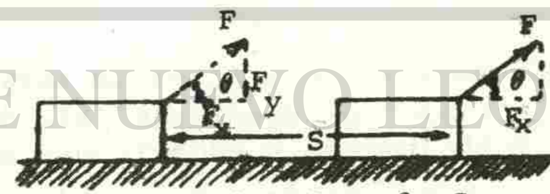
B. TRABAJO.

Cuando tratamos de arrastrar un bloque por medio de una cuerda, como se muestra en la figura 2a, no pasa nada. Estamos ejerciendo una fuerza, pero el bloque no se ha movido. Por otra parte, si continuáramos incrementando nuestra fuerza, el bloque se movería al

Fig. 2. El trabajo realizado por una fuerza F provoca un desplazamiento S.



a) Trabajo = 0



b) Trabajo = F cos θ . S

fin. En este caso hemos logrado algo real a cambio de nuestro esfuerzo. Este logro se define en Física como trabajo. Este trabajo tiene una definición explícita, cuantitativa y operacional. Para que se realice trabajo, son necesarias tres cosas:

1. Debe haber una fuerza aplicada.

2. La fuerza debe actuar a lo largo de cierta distancia, llamada desplazamiento.

3. La fuerza debe tener una componente a lo largo del desplazamiento.

Si se dan las tres condiciones, estamos preparados para dar una definición formal de trabajo:

El trabajo es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

Trabajo = Componente de la fuerza X desplazamiento.

$$\boxed{\text{Trabajo} = F_x s} \quad (2\text{-}1)$$

En esta ecuación, F_x es la componente de F a lo largo del desplazamiento S. En la figura 2, solamente F_x contribuye al trabajo. Su magnitud puede encontrarse por trigonometría, y el trabajo puede expresarse en términos del ángulo θ entre F y s.

$$\text{Trabajo} = (F \cos \theta)\ S \quad (2\text{-}2)$$

Con frecuencia, la fuerza que origina el trabajo está dirigida enteramente a lo largo del desplazamiento. Esto pasa cuando se levanta un peso verticalmente o cuando una fuerza horizontal arrastra un objeto a lo largo del suelo. En estos casos simples $F_x = F$, y el trabajo es el producto simple de la fuerza y el desplazamiento:

$$\text{Trabajo} = FS \quad (2\text{-}3)$$

Otro caso especial ocurre cuando la fuerza aplicada es perpendicular a la dirección del desplazamiento ($\cos 90° = 0$). En este caso el trabajo siempre es igual a cero. Un ejemplo de esto es el movimiento paralelo a la superficie de la Tierra, donde la fuerza gravitacional actúa verticalmente hacia abajo y es perpendicular a todos los desplazamientos horizontales. Entonces la fuerza de gravedad no funciona.

C. POTENCIA.

En nuestra definición de trabajo no se incluyó el factor tiempo de manera alguna. Se realiza la misma cantidad de trabajo si el evento dura una hora o un año. Si se le diera suficiente tiempo, aún el más débil de los motores podría ser capaz de levantar las pirámides de Egipto. Sin embargo, si deseamos llevar a cabo algo de manera eficiente, la rapidez con la que se efectúa un trabajo se vuelve un factor de ingeniería muy importante:

Potencia es la rapidez con la que se realiza un trabajo.

$$\boxed{P = \frac{\text{trabajo}}{t}} \quad \text{ft . lb/s o J/s} \quad (2\text{-}4)$$

En las unidades del sbg, la unidad de la potencia es la libra-pie por segundo. La unidad correspondiente en el SI tiene un nombre especial, el watt (W) y se define como

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

El watt y la libra-pie por segundo son unidades demasiado pequeñas para su uso conveniente en la mayor parte de las aplicaciones industriales. Por lo tanto, se han definido el kilowatt (kW) y el caballo de fuerza (hp) como sigue:

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$$

$$1 \text{ hp} = 550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

En Estados Unidos, el watt y el kilowatt se han reservado para su uso casi exclusivo en cuanto a potencia eléctrica; el caballo de fuerza se ha destinado así a potencia mecánica. Esta práctica es una simple convención pero no es necesaria.

EJEMPLO 2-1

¿Qué trabajo es desempeñado por una fuerza

de 60 N al arrastrar el bloque de la figura 2 a una distancia de 50 m, cuando la fuerza es transmitida por una cuerda con un ángulo de 30° con la horizontal?

Solución

Se debe determinar primero la componente F_x de la fuerza F de 60 N. Sólo esta componente contribuye al trabajo. Gráficamente, -- esto se hace al dibujar el vector de 60 N a escala con un ángulo de 30°. Si se mide F_x y se convierte en newtons da

$$F_x = 52.0 \text{ N}$$

Con trignometría, se podría realizar el -- mismo cálculo al usar la función coseno.

$$F_x = (60\text{N})(\cos 30°) = 52.0 \text{ N}$$

Ahora, al aplicar la ecuación (2-1) se obtiene el trabajo

$$\text{Trabajo} = F_x \cdot s = (52.0 \text{ N})(50 \text{ m})$$

$$= 2600 \text{ N . m}$$

Nótese que las unidades del trabajo son unidades de fuerza por distancia. Así, en el SI la unidad del trabajo es el newton-metro (N . m), que recibe el nombre de joule (J). En el SI, 1 J es igual al trabajo realizado por una fuerza de 1 N para mover un objeto la distancia de 1 m paralela a la fuerza.

De manera similar, la unidad de trabajo en el sbg es la libra-pie (ft . lb). No existe algún nombre especial para esta unidad; 1 ft . lb es igual al trabajo realizado por una fuerza de 1 lb para mover un cuerpo en una distancia de 1 ft, paralela a la fuerza.

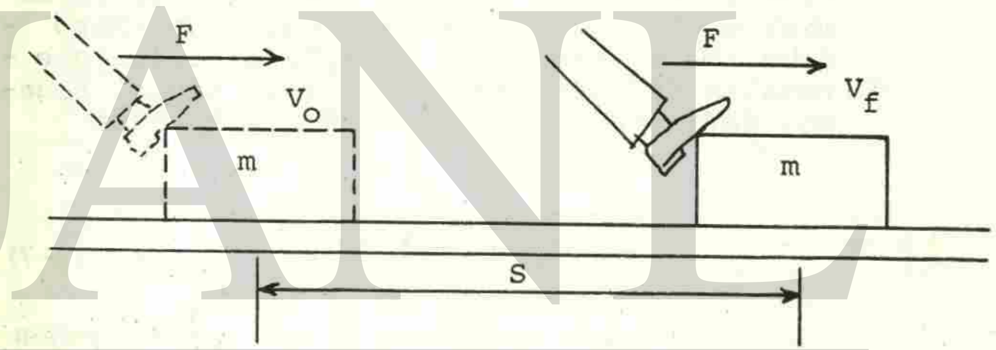
D. TRABAJO Y ENERGIA CINETICA.

Se ha definido la energía cinética como la capacidad de realizar trabajo como un resultado del movimiento de un cuerpo. Para ver la relación entre el movimiento y el trabajo, considérese una fuerza constante F que actúa sobre el bloque de la figura 3. Considérese que el bloque tiene una velocidad inicial υ_0 y que la fuerza F actúa a través de una distancia S lo que provoca que la velocidad se incremente a un valor final υ_f. Si el cuerpo tiene una masa m, la segunda ley de Newton dice que aumentará su velocidad, o acelerará a un ritmo dado por

$$a = \frac{F}{m} \qquad (2\text{-}5)$$

Fig. 3 El trabajo realizado por la fuerza F produce una modificación en la energía cinética de la masa m.

$$a = \frac{F}{m}$$



hasta que alcance una velocidad final υ_f recordemos que

$$2as = \upsilon_f^2 - \upsilon_0^2$$

de la cual obtenemos

$$a = \frac{\upsilon_f^2 - \upsilon_0^2}{2s}$$

Al sustituir estas ecuaciones en la ecuación (2-5) obtenemos

$$\frac{F}{m} = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2s}$$

de la que se puede despejar el producto Fs - para tener

$$Fs = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad (2\text{-}6)$$

La cantidad en el primer miembro de la ecuación (2-6) es el trabajo realizado sobre la masa m. La cantidad en el segundo miembro - debe ser el cambio de energía cinética que - resulta de este trabajo. Por lo tanto, podemos definir la energía cinética E_k como

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2}mv^2} \qquad (2\text{-}7)$$

Siguiendo esta notación, $\frac{1}{2}mv_f^2$ y $\frac{1}{2}mv_0^2$ deben representar los valores final e inicial de - la energía cinética, respectivamente. Este - importante resultado se puede enunciar como sigue:

*El trabajo que realiza una fuerza resultante externa sobre un objeto es igual al - - cambio en la energía cinética del objeto.

Un examen minucioso de la ecuación (2-6) nos indicará que un aumento de la energía cinética $(v_f > v_0)$ ocurre como resultado de un trabajo positivo, mientras que una disminución de la - energía cinética $(v_f < v_0)$ viene a resultar de - un trabajo negativo. En el caso especial en -- que el trabajo sobre un cuerpo sea igual a -- cero, la energía cinética permanece constante y está dada por la ecuación (2-7).

ENERGIA POTENCIAL.

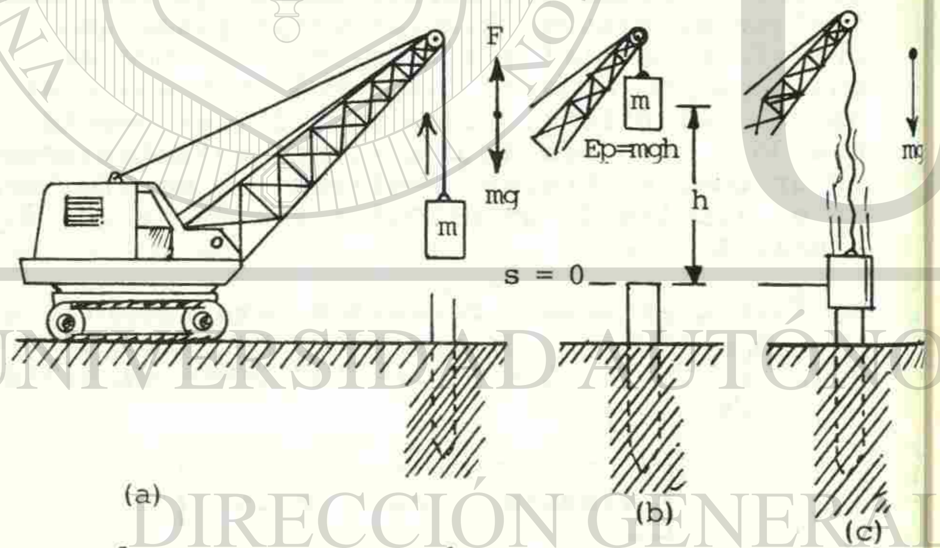
La energía que un sistema posee en virtud de - su posición o condiciones recibe el nombre de energía potencial. Ya que la energía se expresa a sí misma en términos de trabajo, la energía potencial implica que debe haber alguna capacidad para realizar el trabajo. Por ejemplo, supongamos que el martinete en la figura 4 es -- utilizado para izar un cuerpo de peso W a una altura h arriba del pilote sobre tierra. Decimos que el sistema tierra-cuerpo posee una -- energía potencial gravitacional. Cuando se -- suelta dicho objeto, realizará un trabajo al - golpear el pilote. Si es lo suficientemente - pesado y ha caído de una altura suficientemente grande, el trabajo realizado se manifestará en el impulso de un pilote a través de una distancia s.

La fuerza externa F requerida para levantar el cuerpo deberá ser cuando menos igual al peso W. Así, el trabajo que se realiza sobre el sistema es dado por

$$\boxed{\text{Trabajo} = Wh = mg.h}$$

Esta misma cantidad de trabajo también puede - ser realizado por el cuerpo al caer la distancia h. Así el cuerpo tiene una energía potencial igual en magnitud al trabajo externo requerido para levantarlo. Esta energía no proviene del sistema Tierra-cuerpo, sino que resulta de un trabajo realizado sobre el sistema por un agente externo. Sólo fuerzas externas como F en la figura 4, o la fricción --

Fig. 4.
a) Levantar una masa m hasta una altura h requiere el esfuerzo mgh, b) El sistema -- cuerpo-tierra tiene, por lo tanto, una energía potencial E_p = mgh, c) Cuando la masa es liberada, ésta tiene capacidad para realizar el trabajo mgh sobre el pilote.



pueden agregar energía o extraerla del sistema conformado por el cuerpo y la Tierra.

Nótese en el análisis precedente que la energía potencial E_p se puede encontrar por

$$\boxed{E_p = Wh = mgh} \quad \text{Energía potencial} \qquad (2\text{-}8)$$

donde W y m son el peso y la masa de un objeto localizado a una distancia h sobre un punto de referencia.

Debe notarse que la energía potencial depende - de nuestra elección de un nivel de referencia - específico. La energía potencial gravitacional que posee un avión es muy diferente si se mide con respecto a la cima de una montaña, un rascacielos o el nivel del mar. La capacidad de realizar un trabajo es mayor si el avión cae hasta el nivel del mar. La energía potencial solamente tiene significado físico cuando se establece un nivel de referencia.

EJEMPLO 2-2

Calcúlese la energía cinética de un marro de 4 Kg en el instante en que su velocidad es de -- 24 m/s.

Solución: Si se aplica la ecuación (2-7) se obtiene

$$E_k = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(4\text{kg})(24\ \text{m/s})^2$$

$$= 1152\ \text{N . m} = 1152\ \text{J}$$

Ahora resuelve

Problema 1.-

Un péndulo constituido por una esfera de 10 kg de peso y un hilo de .75m de longitud. Calcular su velocidad cuando pasa por su punto más bajo.

EJEMPLO 2-3

Calcúlese la energía cinética de un automóvil de 3 200 lb que se mueve con una velocidad constante de 60 mi/h (88 ft/s).

Solución:

Hacemos el mismo cálculo del ejemplo anterior, excepto que debemos calcular la masa a partir del peso.

$$E_k = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{W}{g}\right)\upsilon^2$$

Al sustituir los valores dados para W y υ, tenemos

$$E_k = \frac{1}{2}\left(\frac{3200 \text{ lb}}{32 \text{ ft/s}^2}\right)(88 \text{ ft/s})^2$$

$$= 3.87 \times 10^5 \text{ ft -lb}$$

EJEMPLO 2-4

¿Qué fuerza media F se requerirá para detener una bala de 16 g que viaja a una velocidad de 260 m/s y penetra una distancia de 12 cm en un bloque de madera?

Solución.

El trabajo total requerido para detener la bala deberá ser igual al cambio en la energía cinética (Véase la Fig. 3). Dado que la bala es detenida, $\upsilon_f = 0$, por lo que la ecuación (2-5) queda así

$$Fs = -\tfrac{1}{2}m\upsilon_0^2$$

Al sustituir obtenemos

$$F(0.12 \text{ m}) = -\frac{1}{2}(0.016 \text{ kg})(260 \text{ m/s})^2$$

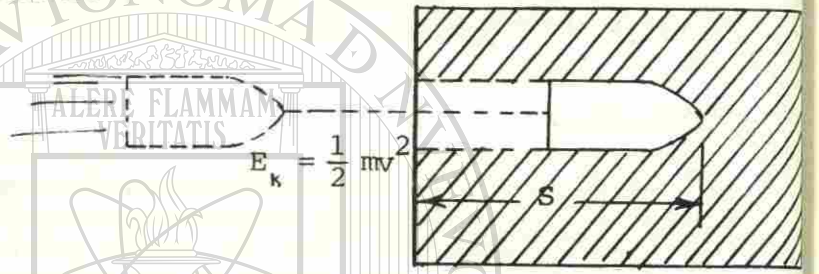
Dividiendo entre 0.12 m tenemos

$$F = \frac{-(0.016) \text{ kg})(260 \text{ m/s})^2}{(2)(0.12 \text{ m})}$$

$$= -4510 \text{ N}$$

El signo negativo del resultado nos indica que la fuerza tiene una dirección opuesta al desplazamiento. Nótese que esta fuerza resultó ser 30 000 veces más grande que el peso de la bala.

Fig. 5. El trabajo realizado para detener una bala es igual a la energía cinética inicial de la bala.



EJEMPLO 2-5

Un carburador de 250 g se mantiene a 200 mm sobre un banco de trabajo que está a 1 m del suelo. Calcúlese la energía potencial relativa a: a) la parte superior del banco y b) al piso.

Solución a)

La altura h del carburador sobre el banco es de 200 mm (o 0.2 m), y la masa es de 250 g o (0.25 kg). Entonces, la energía potencial relativa al banco es

$$E_p = mgh = (0.25\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)\ (0.2\ \text{m})$$

$$= 0.49\ \text{J}$$

Nótese que kilogramos, metros y segundos son las únicas unidades de masa, longitud y tiempo que concuerdan con la definición de un joule.

Solución b)

La energía potencial con respecto al piso es

$$E_p = mgh = (0.25\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(1.2\text{m})$$

$$= 2.94\ \text{J}$$

EJEMPLO 2-6

Una unidad de aire acondicionado comercial de 800 lb es levantada por un montacargas hasta que alcanza 22 ft por encima del piso ¿Cuál es la energía potencial relativa al piso?

Solución

Si se aplica la ecuación (2-8) se obtiene:

$$E_p = Wh = (800\ \text{lb})(22\ \text{ft}) \simeq 17{,}600\ \text{ft} \cdot \text{lb}$$

Se ha establecido que el potencial para realizar trabajo es una función sólo del peso y de la altura h por encima de un punto de referencia. La energía potencial en una posición particular no depende de la trayectoria tomada para llegar a tal posición. Esto se debe a que el mismo trabajo debe hacerse contra la gravedad, con independencia de la trayectoria. En el ejemplo 2-6 se requirió un trabajo de 17 600 ft · lb para levantar el acondicionador de aire a través de una distancia vertical de 22 ft. Si se escoge ejercer una fuerza menor -

subiéndolo por un plano inclinado, se requerirá una distancia mayor. En ambos casos el trabajo hecho contra la gravedad es de 17 600 ft .lb, porque el resultado final es la colocación de un peso de 800 lb a una altura de 22 ft.

Ahora resuelve

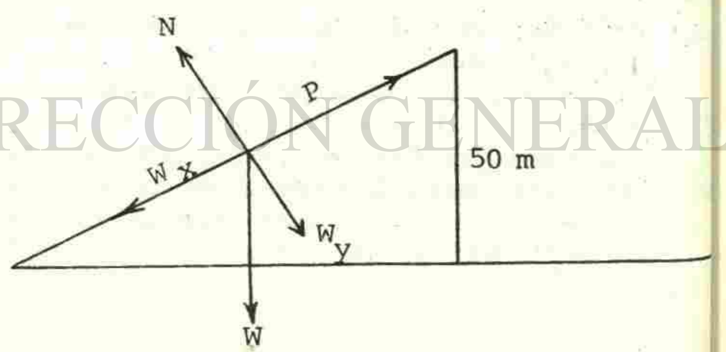
Problema 2.-

El trabajo que realiza una masa de 4 kg. al caer sobre un pilote es de 1152 J. Calcular la altura desde la cual se deja caer dicha masa.

EJEMPLO 2-7

Se empuja un trineo de 25 N por una pendiente de 34° hasta alcanzar una altura vertical de 50 m sobre su posición inicial. ¿Cuánto trabajo realiza la fuerza P requerida para poder subir el trineo?

Solución.- Trazamos el sistema de fuerzas que se presentan en el problema



Calculamos el valor de W_x con trigonometría al usar la función seno.

$$Wx = W \text{ sen } 34° = 25N\ (.559) = 13.9 \text{ N}$$

Ahora, aplicamos la sumatoria de las fuerzas en X

$$Ex = P - Wx = 0$$

$$Ex = P - 13.9 = 0$$

$P = 13.91$ N que es la fuerza requerida para poder subir el trineo.

Aplicando con trignometría la función seno calculamos la longitud del plano.

$$\text{Sen } 34° = \frac{\text{altura del plano}}{\text{longitud del plano}}$$

Al despejar tenemos

$$\text{Long. del plano} = \frac{\text{altura del plano}}{\text{Sen } 34°} = \frac{50}{.559} = 89.4 \text{ m}$$

Long. = 89.4 m

Aplicando la ecuación de trabajo se tiene T = FS = 13.9 Kg (89.4 m) = 1242.7 J.

Ahora resuelve:

Problema 3.-

Un bloque de 500 lb se arrastra por una supe ficie que forma un ángulo de 37° con la hori zontal. Se recorre así una distancia de 200 y el coef. de fricción cinética es 0.3. La t sión de la cuerda es de 500 lb.
¿Cuál es el trabajo neto o resultante?

Problema 4.-

Se aplica una fuerza de 120 N transmitida po una cuerda con un ángulo de 40° y el trabajo realizado es de 3217 J. En qué distancia se aplicó la fuerza?

RESUMEN

Los conceptos de trabajo, energía y potencia se han analizado en esta unidad. A continuación se resumen los puntos más importantes por recordar.

El trabajo hecho por una fuerza F que actúa a través de una distancia S se encuentra por medio de las siguientes ecuaciones. Véase Fig. 2.

$$\text{Trabajo} = F \times S \qquad \text{Trabajo} = (F\cos\theta)\,S$$

En el SI la unidad de trabajo es Newton-metro (N.m), que recibe el nombre de joule (J). De manera similar, en el SUEU es la libra-pie (ft.lb), no existe algún nombre especial para esta unidad.

La energía cinética, E_k es la capacidad de realizar trabajo como resultado del movimiento. Tiene las mismas unidades que el trabajo y se encuentra de:

$$E_k = \tfrac{1}{2} mv^2 \qquad E_k = \tfrac{1}{2}\left(\frac{W}{g}\right)v^2$$

La energía potencial gravitacional es la energía que resulta de la posición de un objeto con respecto a la Tierra. La energía potencial E_p tiene las mismas unidades que el trabajo y se encuentra de:

$$E_p = wh \qquad E_p = mgh$$

donde w o mg es el peso del objeto y h es la altu
ra sobre alguna posición de referencia.

El trabajo neto es igual al cambio en la energía cinética.

$$FS = \frac{1}{2} m_f^2 - \frac{1}{2} m_0^2$$

La conservación de la energía mecánica bajo la acción de una fuerza de disipación F:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + Fs \qquad \text{Inicial } E_p = \text{final } E_k + \text{trabajo}$$

La potencia es la razón o rapidez con que se hace el trabajo:

$$P = \frac{\text{trabajo}}{t} \qquad P = \frac{Fs}{t} \qquad P = Fv$$

En el SI la unidad de potencia es el watt (w), ki lowatt = 10^3w, el caballo de fuerza (hp) 1 hp = 550 ft.lb/s.

De manera similar, en el SUEU la unidad de potencia es la pie-libra por segundo (ft.lb/s).

GLOSARIO

TRABAJO	Cantidad escalar igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.
POTENCIA	Rapidez con que se realiza un trabajo.
ENERGIA	Cualquier cosa que puede ser convertida en trabajo.
JOULE	Trabajo realizado por una fuerza de 1 N para mover un objeto la distancia de 1m paralela a la fuerza.
ENERGIA CINETICA	Capacidad de realizar trabajo como un resultado del movimiento de un cuerpo.
ENERGIA POTENCIAL	Energía que posee un sistema en virtud de su posición o condiciones.
CABALLO DE FUERZA	Unidad de potencia mecánica equivalente a 550 ft.lb/s.
WATT (unidad)	Unidad de potencia en aplicaciones industriales, equivalente al trabajo de 1J en un tiempo de un segundo.

SEGUNDA UNIDAD

AUTOEVALUACION

I. INSTRUCCIONES.- Subraya la opción que consid res conteste correctamente cada cuestión.

1. Es cualquier cosa que puede ser convertida e trabajo.

   a) Potencia.
   b) Energía.
   c) Aceleración.
   d) Fuerza.

2. Sus unidades de medida son las mismas unidades de medida de la energía.

   a) Fuerza.
   b) Trabajo.
   c) Potencia.
   d) Empuje.

3. Es la energía que posee un cuerpo en virtud de su movimiento.

   a) Cinética.
   b) Dinámica.
   c) Potencial.
   d) Mecánica.

4. Como condición para que se realice un trabaj es necesaria una:

   a) Componente de la fuerza a lo largo del des plazamiento.
   b) Aceleración uniforme.
   c) Superficie horizontal.
   d) Velocidad constante.

5. Es una cantidad escalar igual al producto de las magnitudes del desplazamiento y de la - componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento.

   a) Aceleración.
   b) Fuerza.
   c) Trabajo.
   d) Potencia.

6. Es la rapidez con que se realiza un trabajo.

   a) Fuerza.
   b) Energía cinética.
   c) Energía potencial.
   d) Potencia.

7. Así es el trabajo cuando la fuerza resultante está en la misma dirección del desplazamiento.

   a) Nulo.
   b) Negativo.
   c) Positivo.
   d) Relativo.

8. Es la ecuación que puede definir a la energía cinética.

   a) $\frac{1}{2}$ mv
   b) mv^2
   c) mgh
   d) $\frac{1}{2} mv^2$

9. Es una unidad de energía así como lo es la -- libra-pie.

   a) Kilogramo.
   b) Newton.
   c) Joule.
   d) Watt.

10. Es la energía que posee un cuerpo en virtud
su posición o condición.

a) Potencial.
b) Cinética.
c) Mecánica.
d) Dinámica.

11. Es condición necesaria para que se realice u
trabajo, una:

a) Distancia en Y.
b) Fuerza aplicada.
c) Velocidad constante.
d) Aceleración constante.

12. Es el trabajo que se realiza en joules cuand
se levanta una masa de 12 kg a una altura de
9 m.

a) 108.
b) 1058.4.
c) 117.6.
d) 823.2

13. Es la energía cinética en Joules de una bala
de 15g cuando sale del cañón de un rifle con
una velocidad de 1750 m/seg.

a) 45937
b) 13.1
c) 22968.7
d) 2968

14. Es la potencia en kw que desarrolla el mecan
mo elevador de un ascensor de 350 kg que sub
una distancia de 75m en 2 minutos a velocida
constante.

a) 2143.7
b) 128.6
c) 2.1
d) 22.3

15. Es la fuerza media F requerida para detener -
una bala de 20 gramos que viaja a una veloci--
dad de 1500 m/s y penetra una distancia de 12
cm en un bloque de madera.

a) 125 000 N
b) 1875 N
c) 187 500 N
d) 125 N

16. Encuéntrese el trabajo que se requiere para su-
bir una caja de 4 kg por un plano inclinado de
20 m de largo y 16 m de alto si el coeficiente
de fricción cinética es de 0.3.

a) 38.3 J
b) 766 J
c) 861 J
d) 1096 J

SEGUNDA UNIDAD

RESPUESTAS A LA AUTOEVALUACION

1. b
2. b
3. a
4. a
5. c
6. d
7. c
8. d
9. c
10. a
11. b
12. b
13. c
14. a
15. c
16. b

SEGUNDA UNIDAD

ANEXO

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

1. 1.2 m/seg.
2. .29 m
3. 16300 ft.lb
4. 35 m

INTRODUCCION

En esta unidad aprenderás conceptos que te permi
tirán conocer la fuerza con que un beisbolista
batea una pelota, las raquetas golpean una bola
de tenis, los tacos golpean las bolas de billar
la fuerza con que es lanzado un balón por un pu
tapié, etc.

En estos casos la Ley de la Conservación de la
energía describe sólo la relación entre los est
dos inicial y final del movimiento; pero no nos
dice nada acerca de la distribución de las ener
gías. Los conceptos de impulso y cantidad de mo
vimiento son necesarios para saber cómo se dist
buye la energía total entre cada cuerpo del sis
ma cuando se presenta una colisión o la direcci
de éstos después del choque.

Impulso y cantidad de movimiento vienen a añadi
una descripción vectorial a nuestro estudio de
energía y el movimiento.

¡Adelante!

TERCERA UNIDAD

TERCERA UNIDAD

LEYES DE CONSERVACION

OBJETIVO DE UNIDAD

El alumno, al terminar la unidad en el tema:

I. LEYES DE CONSERVACION.

1. Aplicará las leyes de la Conservación de la cantidad de movimiento y de la energía, en la solución de problemas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

El alumno, por escrito en su cuaderno, sin error, en el tema:

I. LEYES DE CONSERVACION.

1.1. Definirá cantidad de movimiento e impulso.

1.2. Deducirá las unidades de cantidad de movimiento e impulso.

1.3. Enunciará la ley de la conservación de la energía.

1.4. Expresará ejemplos que muestren la validez de la ley de la conservación de la energía.

1.5. Enunciará la ley de la conservación de la cantidad de movimiento.

1.6. Utilizará las leyes de la conservación de la energía y de la conservación de la cantidad de movimiento, en la resolución de problemas en una sola dimensión.

I. LEYES DE CONSERVACION.

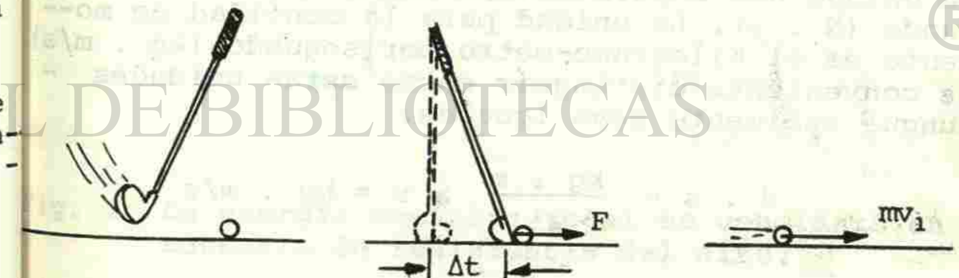
A. IMPULSO Y MOMENTO.

Cuando se golpea una pelota de golf, como se muestra en la figura 1, una fuerza promedio F muy grande actúa sobre la pelota durante un intervalo Δt muy corto, provocando en la pelota una aceleración que cambia su estado de reposo a una velocidad final v_1. Sería muy difícil lograr medir tanto la fuerza como la duración de su acción, pero su producto $F\Delta t$ puede calcularse a partir del cambio de velocidad de la pelota que resultó. Por la segunda ley de Newton tenemos que

$$F = ma = m\,\frac{v_f - v_0}{\Delta t}$$

Fig. 1.

Cuando un palo de golf golpea la pelota, una fuerza F que actúa durante un intervalo de tiempo Δt provoca un cambio en su momento.



Al multiplicar por Δt queda

$$F \Delta t = m (v_f - v_0)$$

o sea

$$\boxed{F \Delta t = mv_f - mv_0} \qquad (3\text{-}1)$$

Esta ecuación resulta de tanta utilidad para resolver problemas de colisiones, que se le han dado nombres especiales a cada término.

El impulso $F \Delta t$ es una cantidad vectorial igual en magnitud al producto de la fuerza por el intervalo de tiempo en que actúa. Su dirección es la misma que la de la fuerza.

El momento p de una partícula es una cantidad vectorial igual en magnitud al producto de su masa por su velocidad v.

$$\boxed{p = mv}$$

Por tanto, la ecuación (3-1) puede ser enunciada verbalmente:

Impulso $(F \Delta T)$ = cambio del momento $(mv_f - mv_0)$

La unidad del impulso en el SI es el newton-segundo (N . s). La unidad para la cantidad de momento es el kilogramo-metro por segundo (kg . m/s). Es conveniente distinguir entre estas unidades aunque realmente sean iguales:

$$N \cdot s = \frac{kg \cdot m}{s^2} \times s = kg \cdot m/s$$

Las correspondientes unidades del sbg son la libra-segundo (lb-s) y el slug-pie por segundo (slug .ft/s).

B. CONSERVACION DE LA ENERGIA.

Muy a menudo, a velocidades bajas, tiene lugar un intercambio entre las energías cinética y potencial. Por ejemplo, supóngase que una masa m es izada a una altura h y se deja caer, como se indica en la figura 2. Una fuerza externa ha in-

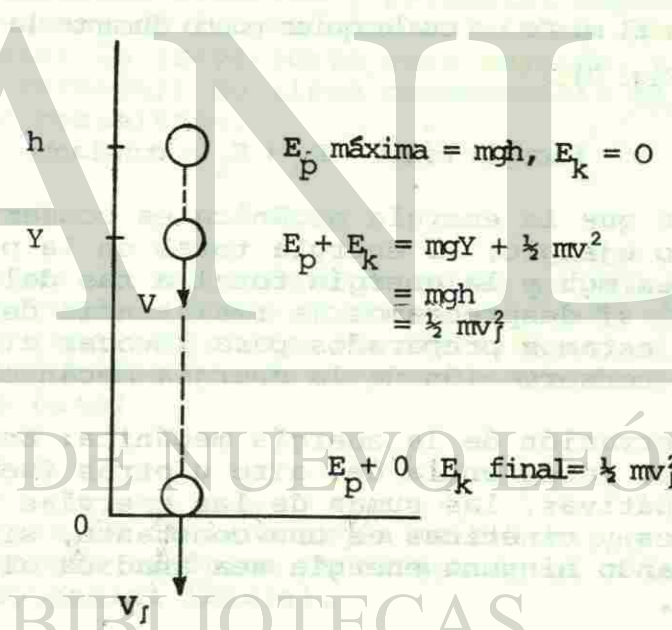


Fig. 2. La energía mecánica total es constante en ausencia de resistencia del aire.

crementado la energía del sistema dándole una energía potencial $E_p = mgh$ en su punto más elevado. Esta es la energía para el sistema, y no puede modificarse salvo que se tope con una fuerza resistiva. A medida que la masa cae, su energía potencial disminuye debido a que su altura sobre el nivel del suelo se ha reducido. La energía potencial perdida se recupera en forma de movimiento de energía cinética. En ausencia de resistencia del aire, la energía total ($E_p + E_k$) permanece igual. La energía potencial continúa siendo convertida en energía cinética hasta que la masa llegue al suelo ($h = 0$). En esta posición final, la energía cinética es igual a la energía total, y la energía potencial es cero. El punto importante que puede lograrse es que la suma de E_p y E_k sea el mismo en cualesquier punto durante la caída (véase Fig. 2).

$$\text{Energía total} = E_p + E_k = \text{constante}$$

Decimos que la energía mecánica es conservada. En nuestro ejemplo, la energía total en la parte más eleva es mgh y la energía total a ras del suelo es $\frac{1}{2}m\upsilon^2$ si despreciamos la resistencia del aire. Ahora, estamos preparados para invocar el principio de conservación de la energía mecánica.

Conservación de la energía mecánica: En ausencia de resistencia del aire u otras fuerzas disipativas, las sumas de las energías potenciales y cinéticas es una constante, siempre y cuando ninguna energía sea añadida al sistema.

Bajo estas condiciones, la energía cinética final de una masa m que se deja caer desde una altura h es

$$\frac{1}{2}m\upsilon_f^2 = mgh \qquad (3\text{-}2)$$

Resolviendo esta relación para υ_f se obtiene una ecuación útil para determinar la velocidad final a partir de la energía:

$$\upsilon_f = \sqrt{2gh} \qquad (3\text{-}3)$$

La gran ventaja de calcular la velocidad a partir de consideraciones energéticas consiste en que las energías cinética y potencial dependen exclusivamente de los estados inicial y final, sin importar la trayectoria real seguida. La trayectoria verdadera no tiene consecuencia en ausencia de rozamiento.

EJEMPLO 3-1.

En la figura 3, una esfera de 40 kg es impulsada hasta que queda a 1.6 m sobre su posición más baja. Sin tomar en cuenta la fricción. ¿cuál será su velocidad cuando regrese a través del punto más bajo?

Solución:

La conservación de la energía mecánica requiere que la energía cinética final sea igual a la energía potencial inicial.

$$\frac{1}{2}m\upsilon_f^2 = mgh$$

Fig. 3.

$$\frac{1}{2} mv_f^2 = mgh$$

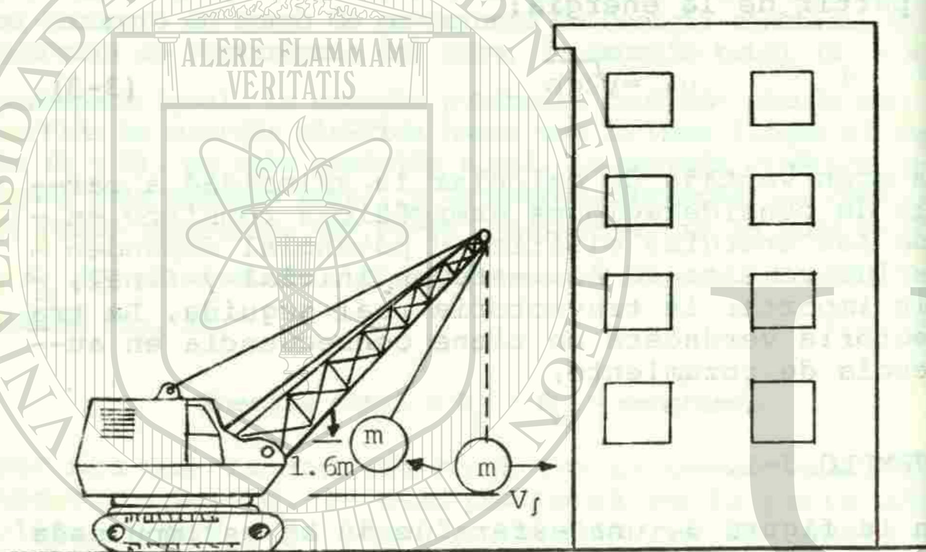


Fig. 3 La velocidad de una masa suspendida al pasar por su punto más bajo se puede encontrar a partir de consideraciones energéticas.

Así, la ecuación (3-3) se aplica y solamente se resuelve para v_f.

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.8\ m/s^2)(1.6\ m)}$$

$$= 5.60\ m/s$$

Como un ejercicio adicional, demuéstrese que la energía total del sistema es de 627 J.

Consideremos ahora el caso más general en el que alguna energía mecánica se pierde en razón de alguna fuerza disipadora como el rozamiento. El cambio en la energía mecánica que resulta de tal fuerza será siempre igual al trabajo negativo realizado por la fuerza disipadora. La energía cinética final se verá reducida debido a que parte de la energía total disponible inicialmente se perderá debido al esfuerzo contra el rozamiento. Por el rozamiento debemos escribir este hecho como sigue:

Energía cinética final	=	Energía potencial inicial	-	Esfuerzo contra el rozamiento

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgh - Fs \qquad (3\text{-}4)$$

Quizás una mejor forma de escribir esta declaración sería expresarla en términos de la energía total disponible inicialmente.

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 + Fs \qquad (3\text{-}5)$$

Esta ecuación es un enunciado matemático del principio de conservación de la energía, el cual puede ahora ser reexpresado como sigue:

Conservación de la energía: La energía total de un sistema es siempre constante, aunque pueden ocurrir transformaciones de energía de una forma a otra dentro del sistema.

EJEMPLO 3-2.

Un bloque de 64 lb cae sobre un plano inclinado de 300 ft de longitud y 30° de incilinación, como se ilustra en la figura 4. Si $\mu_k = 0.1$, encuéntrese la velocidad del bloque al pie del plano inclinado a partir de consideraciones energéticas.

Solución.

Comencemos por calcular la energía potencia en la parte superior del plano inclinado.

$$E_p = Wh = (64\ \text{lb})\ (300\ \text{ft})\ (\text{sen } 30°)$$

$$= 9600\ \text{ft.lb}$$

Esta es la energía total disponible inicialmente. Para determinar cuánta energía se perderá al realizar trabajo contra el rozamiento, debemos primero calcular la fuerza normal ejercida por el plano contra el bloque. De la figura 4

$$\mathcal{N} = W_y = (64\ \text{lb})\ (\cos 30°) = 55.4\ \text{lb}$$

y por tanto, la fuerza de rozamiento debe ser

$$\mathcal{F}_k = \mu_k \mathcal{N} = (0.1)(55.4\ \text{lb}) = 5.54\ \text{lb}$$

El trabajo así realizado por la fuerza de rozamiento es

$$\mathcal{F}_k S = (5.54\ \text{lb})(300\ \text{ft}) = 1660\ \text{ft.lb}$$

Ahora, de acuerdo con la ecuación (4), la energía cinética final debe ser igual a la energía potencial inicial menos la pérdida de energía sufrida durante la realización del trabajo contra el rozamiento. Así,

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 = 9600\ \text{ft . lb} - 1660\ \text{ft . lb}$$

$$= 7940\ \text{ft . lb}$$

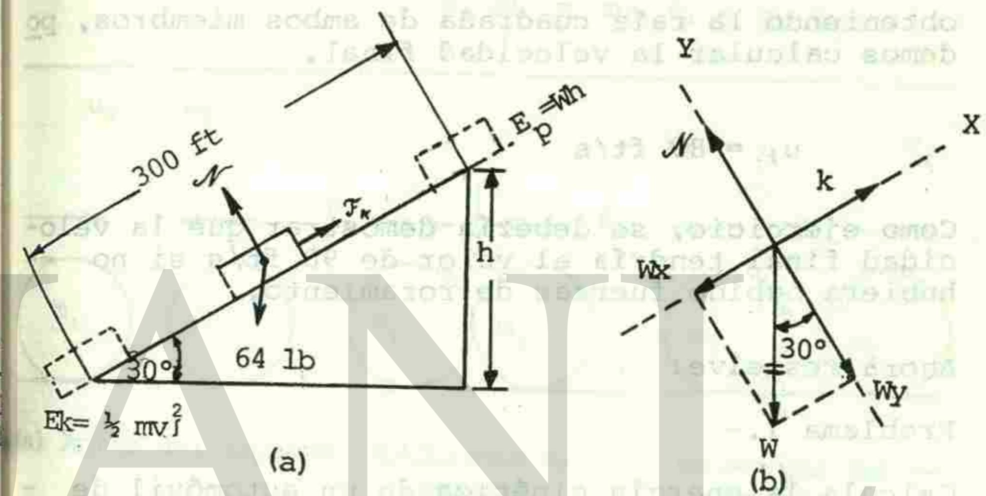


Fig. 4. Una parte de la energía potencial inicial que tenía el cuerpo en la parte alta del plano inclinado se pierde cuando se desliza hacia abajo, al realizar trabajo contra el rozamiento.

Dado que la masa del bloque es

$$m = \frac{W}{g} = \frac{64\ \text{lb}}{32\ \text{ft/s}^2} = 2\ \text{slugs}$$

Al sustituir obtenemos

$$\tfrac{1}{2}(2\ \text{slugs})v_f^2 = 7940\ \text{ft . lb}$$

de lo cual

$$v_f^2 = 7940 \text{ ft.lb/slug} = 7940 \text{ ft}^2/\text{s}^2$$

obteniendo la raíz cuadrada de ambos miembros, podemos calcular la velocidad final.

$$v_f = 89 \text{ ft/s}$$

Como ejercicio, se debería demostrar que la velocidad final tendría el valor de 98 ft/s si no hubiera habido fuerzas de rozamiento.

Ahora resuelve:

Problema 1.-

Calcula la energía cinética de un automóvil de 3200 lb que se mueve hacia el norte a 60 mi/h.

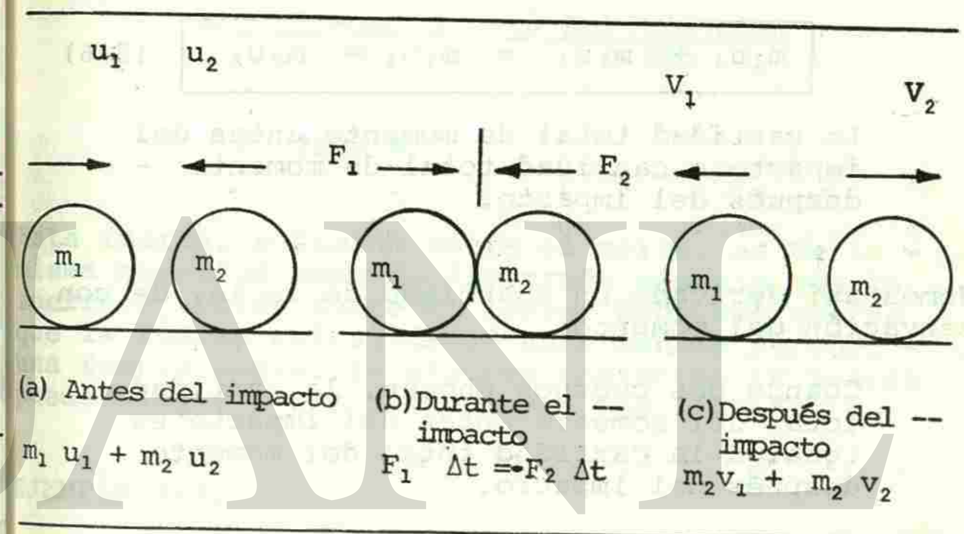
C. La Ley de Conservación del momento.

Consideremos la colisión de frente de las masas m_1 y m_2 que se ilustra en la figura 5. Representamos sus velocidades antes del impacto por los símbolos u_1 y u_2 y después del choque por v_1 y v_2. El impulso de la fuerza F_1 que actúa sobre la masa de la derecha es

$$F_1 \, \Delta t = m_1 \, v_1 - m_1 u_1$$

Fig. 5 Colisión de frente entre dos masas.

$$F_1 \, \Delta t = m_1 \, v_1 - m_1 \, u_1$$



De manera similar, el impulso de la fuerza F_2 sobre la masa de la izquierda es

$$F_2 \, \Delta t = m_2 v_2 - m_2 u_2$$

Durante el lapso Δt, $F_1 = -F_2$, de tal manera que

$$F_1 \, \Delta t = - F_2 \, \Delta t$$

o sea

$$m_1 \upsilon_1 - m_1 u_1 = -(m_2 \upsilon_2 - m_2 u_2)$$

y después de ordenar términos, tenemos

$$\boxed{m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2} \quad (3\text{-}6)$$

La cantidad total de momento antes del impacto = cantidad total de momento - después del impacto.

Hemos así derivado un enunciado de la ley de conservación del momento:

Cuando dos cuerpos chocan, la cantidad total del momento antes del impacto es igual a la cantidad total del momento después del impacto.

EJEMPLO 3-3.

Un marro de 3 kg tiene una velocidad de 14 m/s en el momento de golpear un perno de acero y es detenido en 0.02 s. Determínese la fuerza media que actúa sobre el perno.

Solución:

Dado que $\upsilon_f = 0$, de la ecuación 3-1 tenemos

$$F\,\Delta t = -\,m\upsilon_0$$

Si consideramos que el marro se mueve hacia abajo, sustituimos $\upsilon_0 = -14$ m/s, para tener

$$F = \frac{-\,m\upsilon_0}{\Delta t} = \frac{-(3\text{ kg})(-14\text{ m/s})}{0.02\text{s}}$$

$$= 2100\text{ N}$$

Esta fuerza, ejercida sobre el marro, es de la - misma magnitud pero de dirección opuesta que la fuerza ejercida sobre el perno. Debe subrayarse que la fuerza calculada de esta manera es sólo - una fuerza media. En algunos instantes la fuerza puede llegar a ser mucho mayor que 2100 N.

EJEMPLO 3-4.

Una pelota de beisbol de 0.6 lb se mueve hacia - el bateador a una velocidad de 44 ft/s y al ser golpeada sale en dirección contraria con una velocidad de 88 ft/s. (Véase la Fig. 6). Encuéntrese el impulso y la fuerza media ejercida sobre - la pelota si el bat estuvo en contacto con la pelota un lapso de 0.01 s.

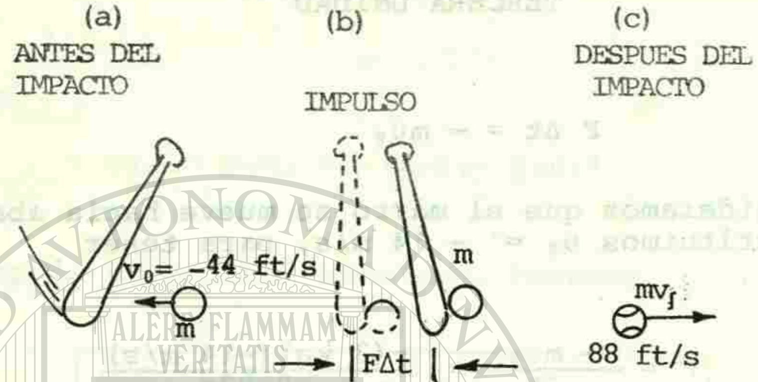


Fig. 6 Impacto de un bat contra una pelota de - beisbol.

Solución:

Consideremos la dirección final del movimiento - como positiva. Aplicando la ecuación (3-1) pode-- mos encontrar el impulso como sigue:

$$F\ \Delta t = m\upsilon_f - m\upsilon_0 = m(\upsilon_f - \upsilon_0)$$

y dado que

$$m = \frac{W}{g} = \frac{0.6\ \text{lb}}{32\ \text{ft/s}} = 0.0188\ \text{slug}$$

$$F\ \Delta t = 0.0188\ \text{slug}[88\ \text{ft/s} - (-44\ \text{ft/s})]$$

$$= 0.0188\ \text{slug}(132\ \text{ft/s})$$

$$\text{Impulso} = F\ \Delta t = 2.48\ \text{lb . s}$$

Para encontrar la fuerza promedio debemos sustituir $\Delta t = 0.01$ s

$$F(0.01\ \text{s}) = 2.48\ \text{lb . s}$$

$$F = \frac{2.48\ \text{lb . s}}{0.01\ \text{s}} = 248\ \text{lb}$$

Ahora resuelve

Problema 2.-

Un tren que pesa 8×10^6 lb viaja a una velocidad - de 60 mi/h. ¿Cuánto impulso ejercerá el tren para detenerse?

Si el tren se detiene totalmente en una distancia de 600 ft. ¿Cuánto dura el frenado?

¿Cuánta fuerza de frenado se necesita?

Problema 3.-

Calcula el momento de un automóvil de 3200 lb que - se mueve hacia el norte a 60 mi/h.

EJEMPLO 3-5.

Supóngase que la figura 5 m_1 y m_2 tienen masas de - 8 y 6 kg, respectivamente. La velocidad inicial de m_1 es de 4 m/s a la derecha y choca con m_2 que - - tiene una velocidad de 5 m/s a la izquierda. ¿Cuánta cantidad de momento hay antes y después del - - impacto?

Solución:

Escogemos la dirección a la derecha como positiva y tenemos la precaución de asignar los signos correctos a cada velocidad.

$$P_0(\text{antes del impacto}) = m_1u_1 + m_2u_2$$

$$P_0 = (8\ kg)(4\ m/s) + (6\ kg)(-5\ m/s)$$

$$= 32\ kg\ .\ m/s - 30\ kg\ .\ m/s = 2\ kg\ .\ m/s$$

Debe existir la misma cantidad de momento después de la colisión, por lo que escribimos

$$P_f = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = 2\ kg\ .\ m/s$$

Si υ_1 o υ_2 se pueden medir después del choque, la otra puede ser calculada a partir de esta relación.

EJEMPLO 3-6.

Un fusil que pesa 8 lb dispara una bala de 0.02 lb con una velocidad de salida de 2800 ft/s, Calcúlese la velocidad de retroceso del fusil si está suspendido libremente.

Solución:

Dado que tanto el fusil m_1 como la bala m_2 están inicialmente en reposo, al momento total antes del

disparo debe ser igual a cero. La cantidad de momento total no puede cambiar, por lo que debe ser también igual a cero después del disparo. Por lo tanto, la ecuación (3-6) nos dice que

$$0 = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2$$

$$m_1\upsilon_2 = -m_2\upsilon_2$$

$$\upsilon_1 = -\frac{m_2\upsilon_2}{m_1}$$

$$= -\frac{(0.02\ lb/32\ ft/s^2)(2800\ ft/s)}{8\ lb/32\ ft/s^2}$$

$$= -7\ ft/s$$

Ahora resuelve.

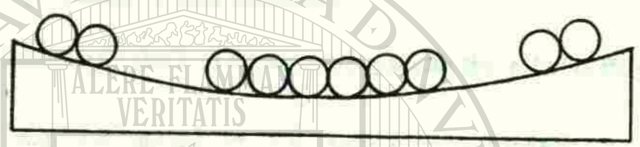
Problema 4.-

Dos niños que pesan 80 y 50 lb están de pie sobre patines de ruedas. Si el niño mayor empuja al menor de tal manera que el menor se aleje a 6 mi/h, ¿cuál será la velocidad del mayor?

Problema 5.-

Una bala de 24 g se dispara con una velocidad de 900m/s por un fusil de 5 kg.
Encuentre la velocidad de retroceso del fusil.

Fig. 6 Conservación del momento



Un experimento muy interesante para demostrar la conservación del momento se puede llevar a cabo con ocho pequeños balines y una pista acanalada como la que se muestra en la figura 6. Si se suelta un balín desde la izquierda, se detendrá al chocar con los otros, pero uno del extremo derecho rodará hacia la derecha con la misma velocidad. De manera similar, si se sueltan dos, tres, cuatro y cinco balines desde la izquierda, un número igual saldrá de la derecha con la misma velocidad, mientras el resto permanecerá en reposo en el centro de la pista.

Con toda razón se podría preguntar por qué no salen dos balines hacia la derecha en la figura 6 en vez de uno solo con el doble de la velocidad, ya que esto también conservaría la cantidad total del momento del sistema. Por ejemplo, si cada balín tiene una masa de 50 g y si hay dos balines que se acercan desde la izquierda a una velocidad de 20 cm/s, la cantidad total del momento antes de la colisión es de 2000 g . cm/s. Esta misma cantidad de momento se podría lograr para después del impacto si sólo un balín saliera a la derecha y su velocidad fuera de 40 cm/s.

La respuesta obedece a que también la energía debe conservarse. Si un solo balín saliera con el doble de la velocidad, su energía cinética sería mucho mayor que la de dos balines de la izquierda. La energía cinética que entraría al sistema sería

$$E_0 = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(0.1\ \text{kg})(0.2\ \text{m/s})^2$$

$$= 2 \times 10^{-3}\ \text{J}$$

La energía cinética de un solo balín con velocidad de 40 cm/s es de exactamente el doble de este valor:

$$E_f = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(0.05\ \text{kg})(0.4\ \text{m/s})^2$$

$$= 4 \times 10^{-3}\ \text{J}$$

Por lo tanto, podemos concluir que tanto la energía como el momento son importantes al describir los fenómenos del impacto.

D. CHOQUES ELASTICOS E INELASTICOS.

Como resultado del experimento de la sección anterior, el estudiante podría suponer que tanto el momento como la energía cinética deben conservarse en las colisiones. Aunque esta conclusión es aproximadamente cierta para choques entre cuerpos duros como balines o bolas de billar, es falsa para cuerpos suaves que rebotan mucho más lentamente cuando chocan. Durante el choque, todos los cuerpos sufren una pequeña deformación y por lo tanto se liberan pequeñas cantidades de calor. El vigor con que un cuerpo recobra su forma original después de sufrir una deformación viene a ser una medida de su elasticidad o restitución.

Si la energía cinética permanece constante en un choque (caso ideal), se dice que la colisión ha sido perfectamente elástica. En este caso no se pierde energía por calor o deformación durante el choque. Una bola de acero templado que se deja caer sobre una placa de mármol se aproxima mucho a un choque perfectamente elástico. Si los cuerpos que chocan se adhieren entre sí y se mueven como un solo cuerpo después del impacto, se dice que la colisión fue perfectamente inelástica. Una bala que se incrusta en un bloque de madera es un ejemplo de este tipo de impactos. La mayor parte de las colisiones caen entre estos dos extremos.

En una colisión perfectamente elástica entre dos masas m_1 y m_2, podemos decir que tanto la energía como el momento permanecen sin cambio. Por lo tanto, podemos usar dos ecuaciones:

Energía: $\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$

Momento: $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2$

que pueden simplificarse para obtener

$$m_1(u_1^2 - \upsilon_1^2) = m_2(u_2^2 - \upsilon_2^2)$$

$$m_1(u_1 - \upsilon_1) = m_2(u_2 - \upsilon_2)$$

Dividiendo la primera ecuación entre la segunda

$$\frac{u_1^2 - \upsilon_1^2}{u_1 - \upsilon_1} = \frac{u_2^2 - \upsilon_2^2}{u_2 - \upsilon_2}$$

Factorizamos los numeradores y dividimos para lograr

$$u_1 + \upsilon_1 = u_2 + \upsilon_2$$

o sea

$$\upsilon_1 - \upsilon_2 = u_2 - u_1 = -(u_1 - u_2) \qquad (3\text{-}7)$$

Así, en el caso ideal de una colisión perfectamente elástica, la velocidad relativa después de la colisión, $\upsilon_1 - \upsilon_2$, es igual al negativo de la velocidad relativa antes del choque. Cuanto más iguales sean estas cantidades, tanto más elástica será la colisión. Un medio de medir la elasticidad de un choque, se obtiene por la relación negativa de la velocidad relativa después del choque entre la velocidad relativa antes del mismo.

El coeficiente de restitución e es la relación de la velocidad relativa después del choque entre la velocidad relativa antes del mismo.

$$e = -\frac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{u_1 - u_2}$$

Si incorporamos el signo negativo en el numerador de esta ecuación tendremos

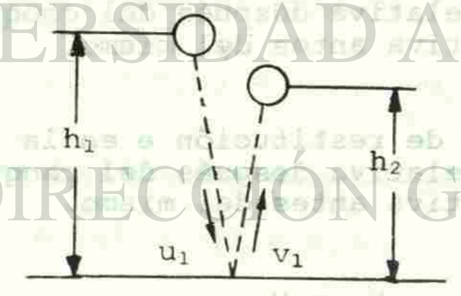
$$\boxed{e = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{u_1 - u_2}} \qquad (3\text{-}8)$$

Si la colisión es perfectamente elástica, e= 1. Si la colisión es perfectamente inelástica, e = 0. En el caso inelástico, los dos cuerpos salen con la misma velocidad, es decir, $\upsilon_1 = \upsilon_2$. En general, el coeficiente de restitución siempre tiene un valor entre 0 y 1.

Un método simple para medir el coeficiente de restitución es el que se muestra en la figura 7. Una esfera del material que se va a medir se deja caer sobre una placa fija desde una altura h_1. Se mide entonces su altura de rebote h_2. En este caso, la masa de la placa es tan grande que υ_2 tiende a ser igual a cero. Por lo tanto,

$$e = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{u_1 - u_2} = - \frac{\upsilon_1}{u_2}$$

Fig. 7.



La velocidad u_1 es simplemente la velocidad final que adquiere la esfera al caer desde su altura h_1, que se calcula así:

$$u_1^2 - u_0^2 = 2gh_1$$

Pero su velocidad inicial $u_0 = 0$, de tal manera que

$$u_1^2 = 2gh_1$$

o sea

$$u_1 = \sqrt{2gh_1}$$

En este caso hemos considerado como positiva la dirección hacia abajo. Si la pelota rebota hasta una altura h_2, su velocidad de rebote υ_1 debe ser igual a

$-\sqrt{2gh_2}$. (El signo negativo indica el cambio de dirección.) Así, el coeficiente de restitución se calcula

$$e = -\frac{\upsilon_1}{u_1} = -\frac{-\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}}$$

o

$$\boxed{e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}} \qquad (3-9)$$

El coeficiente resultante es una propiedad conjunta de la esfera y de la superficie de rebote.

Para una superficie muy elástica, e tiene un valor de 0.95 o más grande (acero o vidrio), mientras que para una superficie menos elástica e puede ser mucho menor. Es de gran interés notar que la altura del rebote es una función del vigor con el que se restablece la deformación causada por el impacto. Contrariamente a la creencia popular, una esfera de acero o vidrio rebotará a mucha más altura que la mayor parte de las pelotas de hule.

EJEMPLO 3-7.

Una pelota de 2 kg que viaja hacia la izquierda a 24m/s choca de frente con otra pelota de 4 kg que viaja hacia la derecha a 16 m/s. a) Encuéntrese la velocidad resultante si las dos pelotas se quedan pegadas después del choque. b) Encuéntrese sus velocidades finales si el coeficiente de restitución es de 0.80.

Solución a).-

En este caso $\upsilon_2 = \upsilon_1$ y $e = 0$. Llamemos a la velocidad final υ. La ley de la conservación de la cantidad de movimiento nos dice que

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon$$

Dado que $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$. Si elegimos la dirección hacia la derecha como positiva, sustituimos y obtenemos

$$2(\text{kg})(-24 \text{ m/s}) + (4 \text{ kg})(16 \text{ m/s}) = (2 \text{ kg} + 4 \text{ kg})\upsilon$$

$$-48 \text{ kg} \cdot \text{m/s} + 64 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (6 \text{ kg})\upsilon$$

$$16 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = (6 \text{ kg})\upsilon$$

de la cual

$$\upsilon = \frac{16}{6} \text{ m/s} = 2.67 \text{ m/s}$$

El hecho de que esta velocidad resulte positiva indica que ambos cuerpos se mueven juntos hacia la derecha después del choque.

Solución b).-

En este caso e no es cero, y las pelotas rebotan después del choque con velocidades diferentes. Por lo tanto, necesitamos más información de la que podemos obtener de la ecuación de momento por sí sola. Recurrimos al valor dado de $e = 0.80$ y a la ecuación (3-8) para lograr esta información adicional.

$$e = 0.80 = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{u_1 - u_2}$$

o sea

$$\upsilon_2 - \upsilon_1 = (0.80(u_1 - u_2)$$

Sustituimos los valores conocidos de u_1 y u_2

$$\upsilon_2 - \upsilon_1 = (0.80)(-24\ m/s - 16\ m/s)$$
$$= (0.80)(-40\ m/s)$$

y por fin

$$\upsilon_2 - \upsilon_1 = -32\ m/s$$

Podemos ahora usar la ecuación del momento para obtener una nueva relación entre υ_2 y υ_1, de tal manera que podamos resolver las dos ecuaciones simultáneamente.

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2$$

El primer miembro de esta ecuación ya se valoró en la parte a de este ejemplo y vale 16 kg . m/s.

Por lo tanto, al sustituir los valores de m_1 y m_2 en el segundo miembro

$$16\ kg\ .\ m/s = (2\ kg)\upsilon_1 + (4\ kg)\upsilon_2$$

de la cual

$$2\upsilon_1 + 4\upsilon_1 = 16\ m/s$$

o sea

$$\upsilon_1 + 2\upsilon_2 = 8\ m/s$$

Y así llegamos a nuestras dos ecuaciones

$$\upsilon_2 - \upsilon_1 = 32\ m/s \qquad \upsilon_1 + 2\upsilon_2 = 8\ m/s$$

que se resuelven para obtener

$$\upsilon_1 = 24\ m/s \qquad \upsilon_2 = -8\ m/s$$

Después de la colisión, ambas masas invierten su dirección, quedando m_1 moviéndose hacia la derecha con velocidad de 24 m/s y m_2 hacia la izquierda con velocidad de 8 m/s.

Ahora resuelve:

Problema 6.

Una pelota de hule de 400 g se deja caer desde una ventana que está a 12m de altura sobre el pavimento. Encuentre la velocidad de la pelota justo antes del choque.

Si rebota en el pavimento con una velocidad de 12 m/s, ¿cuál es su momento después del choque?

Si la pelota estuvo en contacto con el piso durante 0.01 s ¿qué fuerza media se ejerció sobre la pelota?

EJEMPLO 3-8

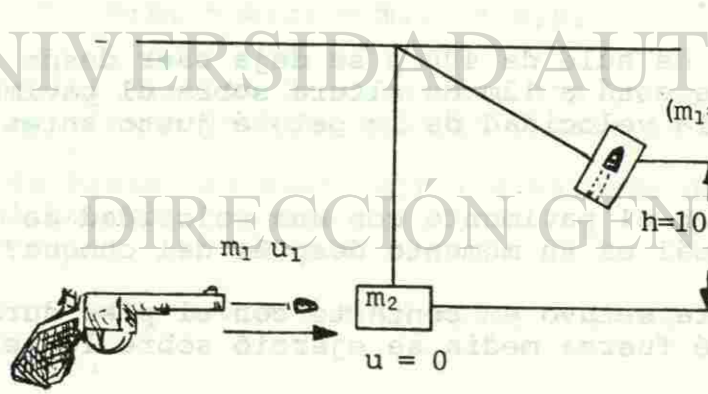
Una bala de 12g se dispara contra un bloque de madera de 2kg que cuelga de un hilo, como se muestra en la figura 8. El impacto de la bala hace que el bloque oscile hasta una altura de 10 cm sobre su nivel original. Calcúlese la velocidad con la que la bala da en el bloque.

Solución

Podemos calcular la velocidad combinada de los cuerpos después del impacto a partir de consideraciones energéticas. La energía cinética del bloque y de la bala inmediatamente después del impacto se convierte en energía potencial a medida que se elevan hasta la altura h. Así, si υ es la velocidad inicial del bloque y la bala, tenemos

$$\tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2 = (m_1 + m_2)gh$$

Fig. 8. Cálculo de la velocidad υ de disparo a partir de consideraciones energéticas y del momento.



al dividir entre $m_1 + m_2$ nos queda

$$\upsilon^2 = 2gh$$

de la cual

$$\upsilon = \sqrt{2gh}$$

Por lo tanto, la velocidad combinada justo después de la colisión de

$$\upsilon = \sqrt{(2)(9.8\ m/s^2)(0.1\ m)} = 1.4\ m/s$$

La ecuación del momento queda entonces

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon$$

y, dado que $\upsilon_2 = 0$,

$$(0.012\ kg)u_1 = (0.012\ kg + 2kg)(1.4\ m/s)$$
$$= (2.012\ kg)(1.4\ m/s)$$
$$0.012u_1 = 2.82\ m/s$$

que nos da una velocidad de impacto de

$$u_1 = 235\ m/s$$

Ahora resuelve

Problema 7.

Dos pelotas de madera de 2 kg descansan en reposo sobre una pista sin rozamiento, con una separación de 5m. Si una tercera pelota de la misma masa golpea a la primera con una velocidad de 30 m/s. ¿Cuánto tiempo requerirá la primera pelota para -- alcanzar y golpear a la segunda? Supóngase que -- e = 1.

Problema 8.

Un cuerpo de 60 g tiene una velocidad inicial de - 100 cm/s hacia la derecha y otro cuerpo de 150 g. tiene una velocidad inicial de 30 cm/s hacia la -- izquierda. Si su coeficiente de restitución es de 0.8. Encuentre sus respectivas velocidades y di-- recciones después del choque.

En esta unidad se estudió la relación entre impulso y momento. Los conceptos más importantes se resumen a continuación:

El impulso es el producto de la fuerza media F y - el intervalo de tiempo Δt a través del cual actúa.

$$\text{Impulso} = F\ \Delta t$$

Las unidades en SI: N.S; en SUEU: lb.s

El momento de una partícula es su masa por su velocidad.

$$\text{Momento } P = MV$$

Las unidades en SI: kg.m/s; en SUEU: slug.ft/s

El impulso es igual al cambio en el momento:

$$F\ \Delta t = mv_f - mv_0$$

Conservación del momento.- El momento total antes del impacto es igual al momento total después del impacto.

$$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$$

El coeficiente de restitución se encuentra a partir de las velocidades relativas, antes y después del impacto, al iniciarse la altura del rebote.

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \qquad e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

Para una colisión completamente elástica e = 1.

Para una colisión completamente inelástica e = 0.

GLOSARIO

IMPULSO: Es una cantidad vectorial igual en magnitud al producto de la fuerza por el intervalo de tiempo en que actúa.

MOMENTO.- Es una cantidad vectorial igual en magnitud al producto de su masa - por su velocidad.

CONSERVACION DE MOMENTO: La cantidad total de momento antes del impacto es igual a la cantidad total de momento después del impac to.

IMPACTO ELASTICO: Caso en el que la energía cinética permanece constante en un choque. En este caso no se pierde la energía por calor o deformación durante el choque.

IMPACTO INELASTICO: Caso en el cual los cuerpos que -- chocan se adhieren entre sí y se -- mueven como un solo cuerpo después del impacto.

COEFICIENTE DE RESTITU- CION. Es la relación negativa de la velo- cidad relativa después del choque entre la velocidad relativa antes - del mismo.

AUTOEVALUACION

INSTRUCCIONES.- Subraya la opción que consideres conteste correctamente cada cuestión.

1. En él se provoca un cambio cuando una fuerza -- que actúa durante un intervalo de tiempo golpea una pelota de golf.

   a) Su aceleración.
   b) Su velocidad
   c) Su momento.
   d) Su impulso.

2. Cantidad vectorial igual en magnitud al producto de la masa por la velocidad de una partícula.

   a) Fuerza.
   b) Empuje.
   c) Momento.
   d) Impulso.

3. Es la unidad del impulso en SI.

   a) Kg. m/s
   b) N.m
   c) N.S.
   d) Slug.ft/s

4. Cambio que experimenta la energía potencial debido a la altura sobre el nivel del suelo una -- masa a medida que cae.

   a) Aumenta.
   b) Se mantiene
   c) Disminuye.
   d) Es igual a cero.

5. Es una cantidad vectorial igual en magnitud al - producto de la fuerza por el intervalo de tiempo en que actúa.

   a) Velocidad.
   b) Momento
   c) Impulso
   d) Aceleración.

6. Así es la energía total de un sistema, aunque -- puedan ocurrir transformaciones de energía de -- una forma a otra dentro del sistema.

   a) Menor.
   c) Constante.
   c) Mayor
   d) Igual.

7. Es la energía cinética final de una masa m que - se deja caer desde una altura h.

   a) mv/s
   b) mgh
   c) Fs
   d) mv_f^2/s

8. Una bala que se incrusta en un bloque de madera es un ejemplo de este tipo de colisión.

   a) Restitución.
   b) Inelástica.
   c) Elástica.
   d) Impulso.

9. Así es el coeficiente de restitución si la colisión es perfectamente elástica.

   a) Positivo.
   b) Uno.
   c) Cero.
   d) Negativo.

10. El rebote de una esfera de vidrio es un ejempl de este tipo de colisión.

   a) Impulso.
   b) Elástica.
   c) Restitución.
   d) Inelástica.

11. Calcula el momento de un automóvil de 3200 lb, que se mueve hacia el norte a 60 mi/h.

   a) 192×10^3 slug.ft/s
   b) 281 600 slug.ft/s
   c) 6000 slug.ft/s
   d) 8 800 slug.ft/s

12. Un camión de 2500 lb que se mueve a 40 mi/h - choca contra una pared de ladrillos y se detie ne en 0.2 s. Calcula la fuerza media sobre el camión durante el impacto.

   a) 4584 lb.
   b) 15620 lb.
   c) 146750 lb.
   d) 22922 lb.

13. Una pelota de 0.6 lb se mueve hacia el bateado a una velocidad de 50 ft/s y al ser golpeada - con una fuerza de 250 lb sale en dirección con traria con una velocidad de 90 ft/s. Calcula e tiempo que estuvo en contacto el bat con la pe lota.

   a) 0.09 S
   b) 0.33 S
   c) 1 S
   d) 0.01 S

14. Una pelota de 4 kg que va a 10 m/s chocan de - frente contra otra pelota de 3 kg que estaba - en reposo. Después del choque, la primera pelo ta todavía se mueve en la misma dirección, -- pero con una velocidad de 4 m/s. Calcula la ve locidad después del choque de la pelota de -- 3 kg.

   a) 10 m/s
   b) 4 m/s
   c) 16 m/s
   d) 8 m/s

15. Dos pelotas de 5 lb y 12 lb se acercan la una a la otra con velocidades iguales de 20 ft/s. ¿Cuál es la velocidad combinada después del -- choque si su colisión es perfectamente inelás- tica?

   a) 7.08 ft/s
   b) 25 ft/s
   c) -25 ft/s
   d) -10.3 ft/s

RESPUESTAS A LA AUTOEVALUACION

1. C
2. C
3. c
4. c
5. c
6. b
7. b
8. b
9. b
10. b
11. d
12. d
13. d
14. d
15. d

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS.

No. 1 $3.87 \times 10^5\ ft^2.lb/s^2$

2. a) 22×10^6 lb/s

b) 13.6 s

c) 1.6×10^6 lb

3. 8800 slugs.ft/s

4. 5.5 ft/s

5. 4.32 m/s

6. a) 15.3 m/s
b) 4.8 kg.m/s
c) 480 N

7. .167 s

8. $V_1 = 67.4$ cm/s $\quad V_2 = 36.6$ cm/s

INTRODUCCION

Con esta Unidad terminarás el curso de Física III, en ella aprenderás las características de los fluidos; sus propiedades; las fuerzas internas que operan sobre ellos y sobre las paredes de los recipientes que los contienen.

Encontrarás como la presión de un fluido en una prensa hidráulica permite levantar cargas pesadas. Como las consideraciones de presión se toman en cuenta para la estructura de grandes depósitos de agua, presas, tanques de petróleo, gasolina, etc. Como puedes usar los conceptos de densidad y peso específico para determinar volúmenes, masas, pesos de grandes cantidades de fluidos.

El principio de Arquímedes, el principio de Pascal, la ley fundamental de la hidrostática te permitirán conocer principios que rigen el comportamiento de los fluidos y resolver situaciones problemáticas en las que éstos están presentes.

No está por demás el recordarte que analices todo el contenido, los problemas resueltos, resuelvas los problemas propuestos a fin de que termines satisfactoriamente con el presente curso. ¡Adelante!

CUARTA UNIDAD

CUARTA UNIDAD

HIDROSTATICA

OBJETIVO DE UNIDAD

Al término de la unidad, el alumno:

I. HIDROSTATICA.

1. Aplicará los principios de la hidrostática, en la solución de problemas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

El Alumno:

1. Hidrostática.

4.1. Definirá los conceptos siguientes: hidrostática, fluido, fluido viscoso, fluido ideal.

4.2. Distinguirá los siguientes estados físicos: sólido, líquido y gaseoso.

4.3. Mencionará las condiciones de un líquido, en reposo y en movimiento.

4.4. Enunciará el concepto de presión y sus unidades en los sistemas C.G.S., M.K.S., inglés y otros.

CUARTA UNIDAD

4.5. Explicará los conceptos de densidad (masa específica), peso específico y densidad relativa.

4.6. Resolverá problemas aplicando los conceptos anteriores.

4.7. Enunciará la ley fundamental de la hidrostática.

4.8. Resolverá problemas relacionados con la ley fundamental de la hidrostática.

4.9. Enunciará el principio de Pascal.

4.10. Resolverá problemas relacionados con el principio de Pascal.

4.11. Explicará el funcionamiento de la prensa hidráulica.

4.12. Resolverá problemas afines a la prensa hidráulica.

4.13. Enunciará el principio de Arquímedes.

4.14. Utilizará el principio de Arquímedes en la solución de problemas.

I. HIDROSTATICA.

A) FLUIDOS.

La hidrostática se ocupa del estudio de los líquidos en reposo. Etimológicamente del -- griego hydros, agua y statos, inmóvil, esta palabra se refiere no sólo al agua en reposo, sin embargo, dentro de esta parte de la física se considera a todos los líquidos, - siendo una parte importante de ella, por la gran cantidad de aplicaciones prácticas que presenta.

Se llaman fluidos a los líquidos y gases debido a que manifiestan propiedades comunes que los diferencian de los sólidos. Cuando se les aplican fuerzas, por pequeñas que - sean, las partes de que constan fluyen, o - sea, se mueven dando lugar a un desplazamiento continuo de materia.

Por su aspecto exterior, mientras que los - sólidos poseen forma y volumen propios, los fluidos tienen la forma del recipiente que los contiene; además si los sólidos resisten a los agentes que tienden a cambiar su forma, los fluidos prácticamente no resisten a dichos agentes.

Por otra parte, en los sólidos elásticos se observan fuerzas internas llamadas fuerzas de restitución que, de acuerdo con la ley - de Hooke, son proporcionales a las deformaciones sufridas, con dirección y sentido -- perfectamente determinados; en los fluidos, las fuerzas internas operan de manera diferente.

Llamaremos fluidos viscosos aquellos en los que se presentan fuerzas internas provocadas por la fricción entre las diferentes capas - que se deslizan entre sí en un líquido en movimiento. Los fluidos viscosos tienen la propiedad de oponerse al deslizamiento de unas de sus partes sobre otras. Las fuerzas de -- viscosidad no afectan a los líquidos en reposo, sino solamente a los líquidos en movimiento, siendo mayores a medida que aumenta la velocidad relativa con que se mueven las diferentes capas del fluido.

Llamaremos fluidos ideales a aquellos en los que la viscosidad es tan pequeña, que puede despreciarse, para distinguirlos de los fluidos viscosos en los cuales esa propiedad es notable.

Por la forma como se comportan los cuerpos - frente a las fuerzas que se les aplican, se les clasifica en tres grupos, llamados estados físicos: sólido, líquido y gaseoso.

Presentan el estado sólido, aquellos cuerpos que tienen forma y volumen propios, y que resisten más o menos a los agentes que tienden a cambiar su forma y su volumen.

Presentan el estado líquido, aquellos cuerpos que tienen volumen propio, pero que adoptan la forma de los recipientes que los contienen, y que resisten a los agentes que -- tienden a cambiar su volumen, pero no así a los que tienden a cambias su forma.

Presentan el estado gaseoso, aquellos cuerpos que presentan la forma y el volumen de los recipientes que los contienen y que no resisten apreciablemente a los agentes que tienden a cambiar su forma y su volumen.

B) PRESION.

Se encuentra con frecuencia que la eficacia de una fuerza dada depende del tamaño del área en donde se ejerce. Por ejemplo, una mujer con zapatos de tacón fino causará daño mayor al piso que una que tuviera zapatos de tacón plano. Aunque en cada caso ejerce la misma fuerza hacia abajo, con los tacones finos el peso se distribuye en un área menor. Se llama presión a la fuerza normal (perpendicular) por unidad de área. Simbólicamente, la presión P está dada por

$$\boxed{P = \frac{F}{A}} \qquad (4\text{-}1)$$

donde A es el área sobre la cual se aplica una fuerza perpendicular F. La unidad de presión es la razón de cualquier unidad de fuerza a una unidad de área. Algunos ejemplos son: newtons por metro cuadrado y libras por pulgada cuadrada. En unidad del SI, a N/M se le da el nombre de pascal (Pa). El kilopascal (KPa) es la medida más apropiada para la presión de un fluido.

$$1 \text{ kPa} = 1000 \text{ N/m}^2 = 0.145 \text{ lb/in}^2.$$

Es muy significativa la forma diferente en que actúa una fuerza sobre un fluido y sobre un sólido. Puesto que un sólido es un cuerpo rígido, puede soportar que se le aplique una fuerza sin que se origine un cambio significativo en su forma. Un líquido, por otro lado, puede sostener una fuerza sólo en una superficie cerrada o frontera. Si un fluido no está contenido, fluirá bajo la acción de un esfuerzo cortante en lugar de deformarse elásticamente.

La fuerza que ejerce un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene siempre actúa perpendicularmente a dichas paredes.

Esta propiedad característica de los fluidos es la que hace tan útil el concepto de presión. Los agujeros perforados en el fondo y a los lados de un barril con agua (Fig. 1) demuestran que la fuerza ejercida por el agua es en todas partes perpendicular a la superficie del barril.

Si se reflexiona por un momento, se podrá demostrar que el líquido también ejerce una presión hacia arriba. Cualquiera que haya tratado de mantener una balsa por debajo de la superficie del agua se convence inmediatamente de la existencia de una presión hacia arriba. De hecho, se determina que:

Los fluidos ejercen presión en todas las direcciones.

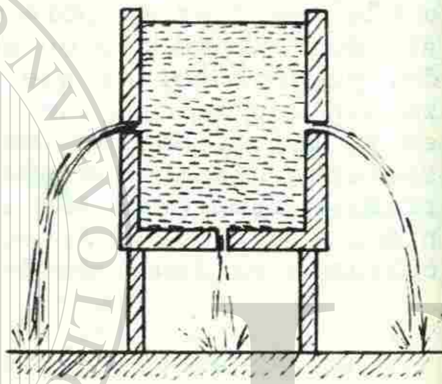


Fig. 1. Las fuerzas que un fluido ejerce sobre las paredes -- del recipiente que - lo contiene son perpendiculares en cada punto.

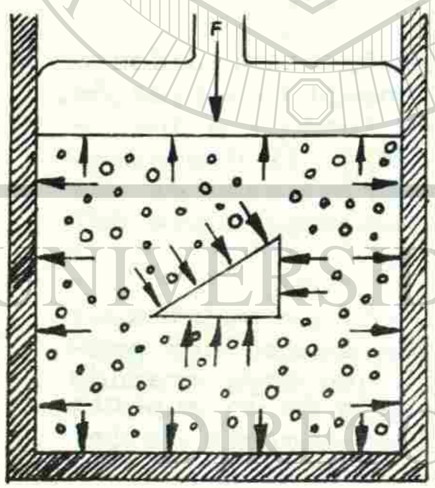


Fig. 2. Los fluidos - ejercen presión en todas las direcciones y sentidos.

La figura 2 muestra un líquido bajo presión. Las fuerzas que actúan sobre la cara del pistón, las paredes del recipiente y sobre las superficies - de un objeto suspendido en el fluido también se muestran en la figura.

Al igual que los objetos sólidos de gran volumen ejercen grandes fuerzas sobre sus soportes, los fluidos también ejercen una presión mayor al -- aumentar la profundidad. El fluido que se encuentra en el fondo de un recipiente está siempre sometido a una presión mayor que en la superficie. Esto se debe al peso del líquido que hay arriba. Debe señalarse, empero, una diferencia entre la - presión ejercida por los sólidos y la ejercida -- por los líquidos. Un objeto sólido puede ejercer solamente una fuerza hacia abajo debido a su peso. A cualquier profundidad en un fluido, la presión es la misma en todas las direcciones. Si esto no fuera verdad, el fluido se derramaría bajo la influencia de una presión resultante hasta que se - alcanzara una nueva condición de equilibrio.

Puesto que el peso que se encuentra por arriba es proporcional a su densidad, la presión a cualquier profundidad también corresponderá a la densidad - del fluido. Esto puede observarse al considerar - uan columna rectangular de agua que se extiende - desde la superficie hasta una profundidad h, como se muestra en la figura 3. El peso de toda la columna actúa sobre el área de superficie A en el - fondo de la columna.

En la ecuación (4-1) se puede escribir el peso de la columna como

$$W = DV = DAh$$

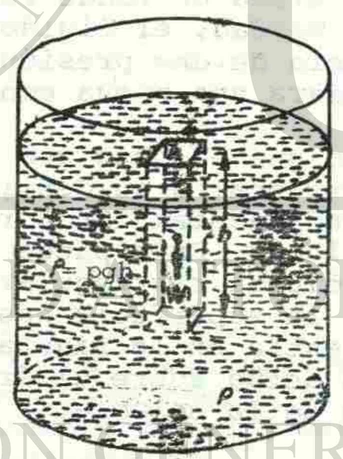
en donde D es la densidad de peso del fluido. La presión (peso por unidad de área) a la profundidad h será

$$P = \frac{W}{A} = Dh$$

o, en términos de la densidad de masa,

$$\boxed{P = Dh = \rho gh} \qquad (4\text{-}2)$$

Fig. 3 La relación entre presión, densidad y profundidad.



La presión de un fluido en cualquier punto es directamente proporcional a la densidad del fluido y a la profundidad por debajo de la superficie del mismo.

EJEMPLO 1

La presión del agua en cierta casa es de 160 lb/in^2 ¿Cuál es la altura a la que debe estar el nivel del líquido del punto de toma de agua de la casa?

SOLUCION

El peso específico del agua es 62.4 lb/ft^3. La presión es 160 lb/in^2. Para evitar una discordancia en las unidades, la presión se convierte en unidades de libras por pie cuadrado.

$$P = (160\ lb/in.^2)\ \frac{144\ in.^2}{1\ ft^2} = 23\ 040\ lb/ft^2$$

Si se resuelve la ecuación (4-2), se obtiene

$$h = \frac{P}{D} = \frac{23{,}040\ lb/ft^2}{62.4\ lb/ft^3} = 369\ ft$$

Ahora resuelve:

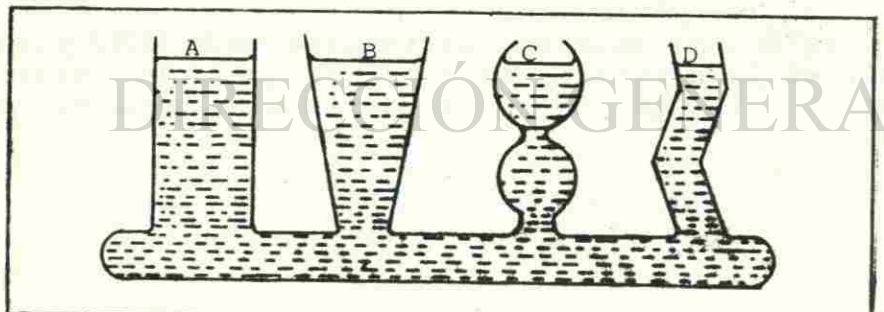
Problema 1.-

La presión del agua en cierta casa es de 11262 gr/cm^2. ¿Cuál es la altura en metros a la que debe estar el nivel del líquido del punto de toma de agua de la casa?

En los casos anteriores no se hizo referencia al tamaño o forma del recipiente que contenía el abastecedor de agua. Tampoco se dio información relativa a la trayectoria del agua o a las dimensiones de los tubos que conectan al recipiente con la casa.¿Puede suponerse que la respuesta es correcta cuando ésta sólo se basó en la diferencia de los niveles de agua? ¿Tendrá algún efecto sobre la presión del líquido la forma o área del recipiente? A fin de contestar estas preguntas, deben recordarse algunas características de los fluidos ya estudiadas.

Considérese una serie de recipientes interconectados de diferentes áreas y formas que se muestran en la figura 4. Aparentemente, es de suponer que el mayor volumen de agua que hay en el recipiente B debe ejercer una presión mayor en el fondo que el líquido del recipiente D. El efecto de dicha diferencia en las presiones ten-

Fig. 4 El agua busca su propio nivel, indicando que la presión es independiente del área o forma del recipiente que la contiene.

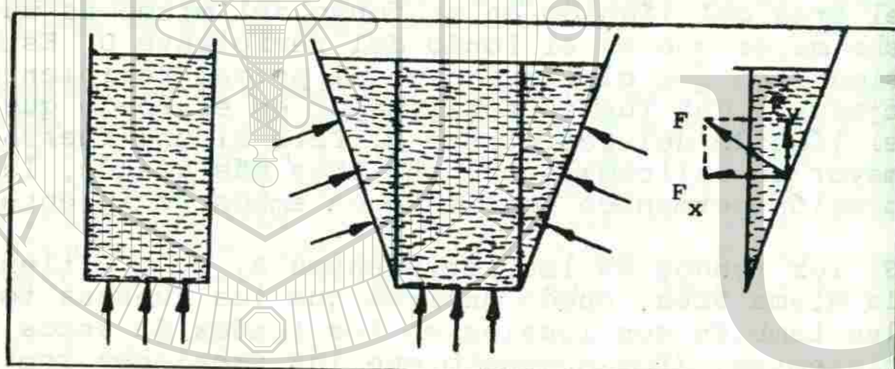


dería a elevar el nivel en el recipiente D. Sin embargo, cuando se llenan los recipientes con líquido se observa que el nivel es el mismo en ambos.

Parte del problema para comprender esta paradoja se origina en la confusión de los términos presión y fuerza total. Ya que la presión se mide en términos de un área unitaria, no se considera el área total cuando se resuelven problemas que incluyen presión. Por ejemplo, en el recipiente A, el área del líquido en el fondo del mismo es mucho mayor que en el fondo del recipiente D. Esto significa que el líquido en el primer recipiente ejercerá una fuerza total mayor en el fondo que el líquido del recipiente D. Pero si una fuerza mayor es aplicada sobre una área más grande, la presión permanece constante en ambos recipientes.

Si los fondos de los recipientes B, C, y D tienen la misma área, puede decirse que las fuerzas totales también son iguales en los fondos de estos recipientes. (Por supuesto que las presiones son iguales para cualquier profundidad). El lector puede sorprenderse de cómo las fuerzas totales pueden ser iguales cuando los recipientes A y B contienen un volumen mayor de agua. En cada caso, el agua extra es soportada por las componentes verticales de las fuerzas ejercidas por las paredes del recipiente sobre el fluido. (Véase la Fig. 5.) Cuando las paredes de un recipiente son verticales, las fuerzas que actúan sobre los lados no tienen componentes hacia arriba. La fuerza total en el fondo de un recipiente es, por lo tanto, igual al peso de una columna recta de agua sobre el área de la base.

Fig. 5. La presión en el fondo de cada recipiente sólo es función de la profundidad del líquido y es la misma en todas las direcciones. Ya que el área en el fondo es la misma para ambos recipientes, la fuerza total que se ejerce sobre el fondo de cada uno de ellos también es la misma.



EJEMPLO 2.

Supóngase que los recipientes de la figura 4 se llenan con gasolina hasta que el nivel del fluido está 1 ft por arriba de la base de cada recipiente. Las áreas de las bases de los recipientes A y

B son 20 y 10 in^2, respectivamente. Calcúlese la presión y la fuerza total en la base de cada recipiente.

SOLUCION.

La presión es la misma en cualquiera de los dos recipientes y está dada por

$$P = Dh = (42\ \text{lb/ft}^3)(1\ \text{ft}) = 42\ \text{lb/ft}^2$$

La fuerza total en cada caso es el producto de la presión por el área de la base (F = PA). De este modo

$$F_A = (42\ \text{lb/ft}^2)(20\ \text{in.}^2)\ \frac{1\ \text{ft}^2}{144\ \text{in.}^2} = 5.83\ \text{lb}$$

$$F_B = (42\ \text{lb/ft}^2)(10\ \text{in.}^2)\ \frac{1\ \text{ft}^2}{144\ \text{in.}^2} = 2.92\ \text{lb}$$

Antes de considerar otras aplicaciones de la presión de los fluidos, se resumirán los principios estudiados en esta sección para fluidos en reposo.

1. Las fuerzas ejercidas por un fluido sobre las paredes del recipiente que lo contiene son siempre perpendiculares a las mismas.

2. La presión del fluido es directamente proporcional a su profundidad y densidad.

3. A cualquier profundidad, la presión del fluido es la misma en todas las direcciones.

4. La presión del fluido es independiente de la forma o área del recipiente que lo contiene.

Ahora resuelve:

Problema 2.-

Observando los recipientes de la figura 5, tenemos que su profundidad es de .50 m. Las áreas de las bases de dos recipientes de ellos es .04 m^2. Contienen agua de densidad $p = 1000\ kg/m^3$. Encuentra el valor de la presión en el fondo de cada uno de ellos.

EJEMPLO 3.

Un zapato de golf tiene 10 tacos, cada uno con un área de 0.01 in^2 en contacto con el piso. Supóngase que al caminar, hay un instante en que los 10 tacos soportan el peso total de una persona de 180 lb. ¿Cuál es la presión que ejercen los tacos sobre el piso? Exprésese la respuesta en unidades del SI.

SOLUCION.

El área de contacto con el piso es de 0.1 in^2 (10 X 0.01 in^2). Si se sustituye en la ecuación (4-1) se obtiene

$$P = \frac{F}{A} = \frac{180\ lb}{0.01\ in.^2} = 1800\ lb/in.^2$$

Convirtiendo al SI de unidades, se obtiene

$$P = (1800\ lb/in.^2)\ \frac{1\ kPa}{0.145\ lb/in.^2} = 1.24 \times 10^4\ KPa$$

A medida que el área del zapato en contacto con el piso disminuye, la presión aumentará. Es fácil ver por qué debe considerarse este factor al construir un piso.

En el sistema de unidades inglés, por lo general, la materia se describe en función de su peso. Por esta razón, el peso específico se usa con más frecuencia cuando se trabaja con este sistema de unidades. En el SI la masa es la cantidad más conveniente, y se prefiere la densidad de masa. En la tabla 4-1 se da una lista de los pesos específicos y de las densidades de algunas sustancias comunes.

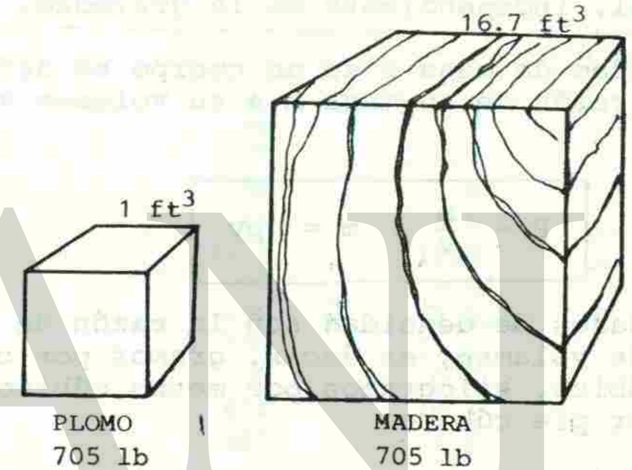
C) DENSIDAD.

Antes de estudiar la estática y la dinámica de los fluidos, es importante entender la relación del peso de un cuerpo con su volumen correspondiente. Por ejemplo si se consideran plomo o hierro, se dice que ellos son pesados., en tanto que la madera o el corcho se consideran ligeros, lo que realmente significa es que un cubo de madera es más ligero que un cubo de plomo de tamaño similar. Los términos pesado y ligero son términos comparativos. Como se muestra en la figura 6, es posible que un cubo de plomo pese lo mismo que un cubo de madera, aunque sus tamaños relativos difieren considerablemente.

Por otro lado, 1 ft^3 de plomo pesa 16 veces más que 1 ft^3 de madera.

La cantidad que relaciona el peso de un cuerpo con su volumen se conoce como peso específico.

Fig. 6 La relación entre peso y volumen comparado para plomo y madera.



El peso específico D de un cuerpo se define como la razón de su peso W a su volumen V. Las unidades son el newton por metro cúbico (N/m^3) y la libra por pie cúbico (lb/ft^3)

$$\boxed{D = \frac{W}{V} \quad W = DV} \qquad (4-3)$$

Por lo tanto, si un objeto de 20lb ocupa un volumen de 4 ft^3/S, su densidad de peso será -- 5 lb/ft^3.

Como se mencionó, el peso de un cuerpo no es - constante sino que varía de acuerdo con su ubicación. Una relación más útil para la densidad toma en cuenta que la masa es una constante - universal, independiente de la gravedad.

La densidad de masa P de un cuerpo se define - como la razón de su masa m a su volumen v.

$$\boxed{P = \frac{m}{v} \qquad m = pv}$$

Las unidades de densidad son la razón de una -- unidad de volumen, es decir, gramos por centí-- metro cúbico, kilogramos por metro cúbico, o -- slugs por pie cúbico.

La relación entre el peso específico y la den-- sidad se encuentra al recordar que W = mg. O - sea

$$\boxed{D = \frac{mg}{V} = pg} \qquad (4\text{-}5)$$

Tabla 4-1 Densidad y peso específico.

		p	
Sustancia	D.lb/ft^3	g/cm^3	Kg/m^3
Sólido			
Aluminio	169	2.7	2 700
Latón	540	8.7	8 700
Cobre	555	8.89	8 890
Vidrio	162	2.6	2 600
Oro	1204	19.3	19 300
Hielo	57	0.92	920
Hierro	490	7.85	7 850
Plomo	705	11.3	11 300
Roble	51	0.81	810
Plata	654	10.5	10 500
Acero	487	7.8	7 800
Líquidos			
Alcohol	49	0.79	790
Benceno	54.7	0.88	880
Gasolina	42	0.68	680
Mercurio	850	13.6	13,600
Agua	62.4	1.0	1,000
Gases (o° C):			
Aire	0.0807	0.00129	1.29
Hidrógeno	0.0058	0.000090	0.090
Helio	0.0110	0.000178	0.178
Nitrógeno	0.0782	0.00126	1.25
Oxígeno	0.0892	0.00143	1.43

Ejemplo 4.

Un tanque cilíndrico de gasolina de 1.3m de -- longitud y un diámetro de .8m.

¿Cuántos kg de gasolina pueden almacenarse en - el tanque?

Primero calculamos el volumen

$V = \pi r^2 h = (3.14)\ (.4)^2\ \ (1.3\ m)$

$= 65\ m^3$

Sustituimos el volumen y la densidad en la ecua ción:

$P = \frac{m}{V}$ y obtenemos:

$m = pv = (680\ kg/m^3)\ (.65\ m^3) = 442\ kg.$

$m = 442\ kg.$

Por ejemplo, sabiendo que el peso específico - del mercurio es 13.6 g/cm^3 se deduce que su -- densidad relativa es de 13.6 porque 1 cm^3 de - agua pesa sólo 1 g.

Ejemplo 5.

¿Cuál es el peso específico del plomo si su -- densidad es P = 11300 kg/m^3.

Usamos la ecuación 4-5 y tenemos:

$$D = pg = (11\ 300\ kg/m^3)\ (9.8\ m/seg^2)$$

$$D = 110740\ \frac{kg.\ m}{seg^2\ m^3}$$

$$= 110740\ N/m^3$$

Ahora resuelve:

Problema 3.-

Un tanque cilíndrico de gasolina de .80 m de - altura y un diámetro de 40 cm.
¿Cuántos kilogramos de gasolina pueden almace- narse en el tanque?

Problema 4.-

¿Cuál es la densidad ρ del latón en kg/m^3, si su peso específico D es 540 lb/ft^3?

D) LEY FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTATICA.

El principio de Pascal, nos permite determinar el valor de la presión de un fluido en un punto de él; para ello es necesario establecer las condiciones de equilibrio entre las fuerzas de superficie que lo afectan, que se debe a las presiones que recibe el fluido, y las fuerzas de volumen debidas a su peso.

Para encontrarlas, se puede considerar, en el seno del fluido, un cilindro imaginario, cuya altura es h y su base tiene el área A. Fig. 7.

Para que este cilindro se mantenga en equilibrio y no se mueva con respecto al resto del fluido que lo rodea, es preciso que la resultante de todas las fuerzas que obran sobre él, sea nula.

Las fuerzas que intervienen son, por un lado, el peso P, vertical con sentido hacia abajo y por el otro, las fuerzas que el resto del fluido ejerce sobre la superficie exterior del cilindro. De las fuerzas de superficie, todas las que obran sobre la cara lateral se equilibran entre sí, por corresponder cada una de ellas a otra igual y contraria, subsistiendo únicamente las fuerzas F_1 y F_2 que obran sobre las bases superior e inferior del cilindro, ambas verticales pero en sentido opuesto; hacia abajo F_1, y hacia arriba F_2.

Como estas fuerzas tienen la misma dirección que el peso, la ecuación que corresponde al

equilibrio es, teniendo en cuenta su sentido:

$$F_1 + P = F_2$$

Pero como $Pv = \frac{P}{V}$ y $P = \frac{F}{A}$, se puede escribir:

$$P = Pv\ V \quad y \quad F = PA$$

aplicando estas ecuaciones a la anterior, queda

$$P\ A + Pv\ V = P_2\ A$$

pero como el volumen del cilindro, es igual al área de la base por su altura, $V = Ah$, sustituyendo este valor:

$$P_1\ A + Pv\ Ah = P_2\ A$$

dividiendo entre A y ordenando, resulta:

$$P_1 - P_2 = Pv\ h$$

Ecuación en la que P_1 = presión en un punto en Pascales.

P_2 = presión en otro punto inferior, en Pascales.

Pv = peso específico, en newtons/metro cúbico

$\frac{N}{M^3} = (P/n)$.

h = diferencia de alturas entre los puntos considerados, en metros.

Ecuación que corresponde a la Ley Fundamental de la Hidrostática.

"La diferencia de presión entre dos puntos de un fluido en reposo, es igual a su peso específico, multiplicado por la diferencia de altura entre los dos puntos considerados".

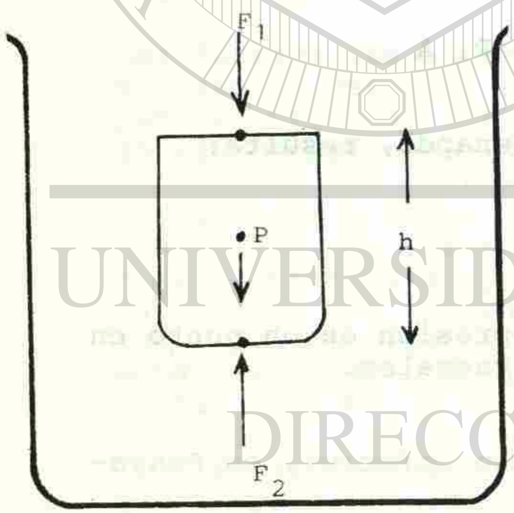


Fig. 7.

La fuerza F_2 equilibra a la fuerza F_1 y el peso de la porción líquida.

EJEMPLO 6.

Se construye una presa para almacenar agua en un depósito. El nivel del agua es de 20 pies arriba del fondo de la presa; determinar la presión:

a) A 6 pies debajo de la superficie.
b) 20 pies debajo de la superficie.
c) Encontrar la presión 14 pies abajo de la superficie.

a) $P_1 = dgh$ pero $dg = D$ peso específico;

$P_1 = Dh_1 = 64.2$ lb/pie^3 X 6 pies = 124.8 lb/pie^2.

b) Del razonamiento anterior $P_2 = Dh_2$.

= 64.2 lb/pie^3 X 20 pies = 1248 lb/pie^3.

c) Este inciso podemos resolverlo con la fórmula usada en los incisos a y b.

$P_3 = dgh = Dh = 62.4$ lb/pie^3 X 14 pies = 873.6 lb/pie^2.

o podemos resolver el inciso c con una diferencia de presiones o sea

$P_3 = P_2 - P_1 = dg\ (h_2 - h_1) = D\ (h_2 - h_1)$

$P_3 = $ 62.4 lbs/pie^3 x (20-6) pies = (1248 - 374.4) lbs/pie^2.

P_3 = 873.6 lb/pie^2.

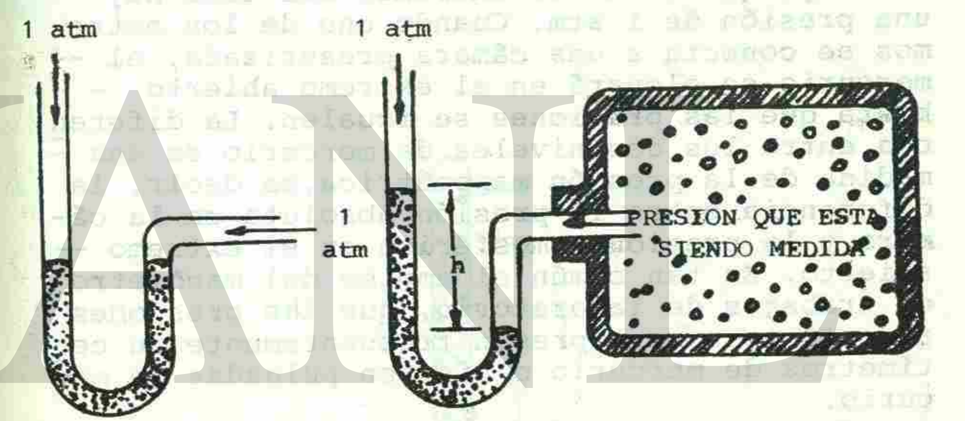
E) MEDICION DE LA PRESION.

El concepto de presión estudiado en la sección precedente se aplica únicamente al fluido mismo y puede calcularse mediante la ecuación (4-2). Desafortunadamente, éste no es el caso en la mayor parte de las ocasiones. Cualquier líquido en un recipiente abierto, por ejemplo, es afectado por la presión atmosférica además de la presión originada por su propio peso. Ya que el líquido es relativamente incomprensible, la presión externa de la atmósfera se transmite en igual medida a través de todo el volumen del líquido. Este hecho, establecido por primera vez por el matemático francés Blaise Pascal (1623-1662), se llama ley de Pascal. Generalmente puede ser enunciada como sigue:

> Una presión externa aplicada a un fluido confinado se transmite uniformemente a través del volumen del fluido.

La mayor parte de los dispositivos que miden la presión directamente, miden en realidad la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica. El resultado se llama presión manométrica.

Fig. 8 Manómetro de tubo abierto. La presión se mide mediante la altura h de la columna de mercurio.



PRESION ABSOLUTA = PRESION MANOMETRICA + PRESION ATMOSFERICA

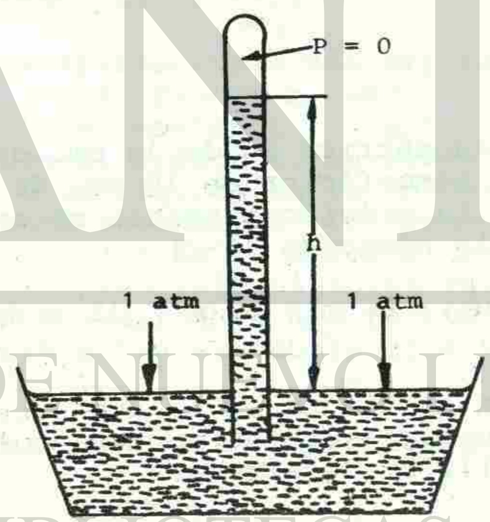
Al nivel del mar la presión atmosférica es 101.3 KPa, o 14.7 lb/in^2. Debido a que la presión atmosférica es utilizada en muchos cálculos, con frecuencia se usa la unidad de presión de 1 atmósfera (atm), definida como la presión media que la atmósfera ejerce a nivel del mar, o sea, 14.7 lb/in^2.

Un dispositivo común para medir la presión manométrica es el manómetro de tubo abierto. -- (Veáse Fig. 8). El namómetro consiste en un -- tubo U que contiene un líquido que por lo general es mercurio. Cuando ambos extremos del tubo están abiertos, el mercurio busca su propio nivel ya que en ambos extremos del tubo hay -- una presión de 1 atm. Cuando uno de los extremos se conecta a una cámara presurizada, el -- mercurio se elevará en el extremo abierto - - hasta que las presiones se igualen. La diferencia entre los dos niveles de mercurio es una medida de la presión manométrica,es decir, la diferencia entre la presión absoluta en la cámara y la presión atmosférica en el extremo -- abierto. Es tan común el empleo del manómetro en trabajos de laboratorio, que las presiones atmosféricas se expresan frecuentemente en centímetros de mercurio o bien en pulgadas de mercurio.

Generalmente, la presión atmosférica se mide - en el laboratorio con un barómetro de mercurio. El principio de operación se muestra en la figura 9. Un tubo de vidrio, con uno de sus ex-- tremos cerrado, se llena con mercurio. El ex-- tremo abierto se tapa y el tubo se invierte en una cubeta de mercurio. Cuando el extremo - - abierto se destapa, el mercurio fluye hacia -- afuera del tubo hasta que la presión ejercida por la columna de mercurio equilibra exactamente

te la presión atmosférica que actúa sobre el - mercurio que está en la cubeta. Puesto que la - presión que hay arriba de la columna de mercu-- rio es cero, la altura de la columna encima del nivel del mercurio indica la presión atmosférica. La presión atmosférica al nivel del mar -- (14.7 lb/in^2) causará que el nivel del mercurio en el tubo se estabilice a una altura de 76 cm, o sea, 30 in.

Fig. 9 El barómetro.



En resumen, podemos escribir las siguientes medidas equivalentes a la presión atmosférica:

$$1 \text{ atm} = 101.3 \text{ kPa} = 14.7 \text{ lb/in}^2 = 76 \text{ cm de mercurio}$$

$$= 30 \text{ in de mercurio} = 2116 \text{ lb/ft}^2$$

EJEMPLO 7.

El manómetro de mercurio es utilizado para medir la presión de un gas dentro de un tanque. - (Veáse la Fig. 8) . Si la diferencia entre los niveles de mercurio es de 36 cm. ¿cuál es la -- presión absoluta dentro del tanque?

SOLUCION.

La presión manométrica es de 36 cm. de mercurio y la presión atmosférica de 76 cm. de mercurio. En este caso la presión absoluta se encuentra - a partir de la ecuación (4-2).

$$\text{Presión absoluta} = 36 \text{ cm} + 76 \text{ cm} = 112 \text{ cm de mercurio}$$

La presión en el tanque es equivalente a la presión que debe ser ejercida por una columna de mercurio de 112 cm de altura.

$$P = Dh = \rho gh$$

$$= (13{,}600 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(1.12 \text{ m})$$

$$= 1.49 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 149 \text{ kPa}$$

Se debe verificar que esta presión absoluta es también de 21.6 lb/in², o sea, de 1.47 atm.

Ahora resuelve:

Problema 5.

Un émbolo ejerce una fuerza de 25 kg sobre una muestra de gas en un cilindro de 7 cm de diámetro.

¿Cuál es la presión manométrica del gas?

¿Cuál es la presión absoluta dentro del depósito?.

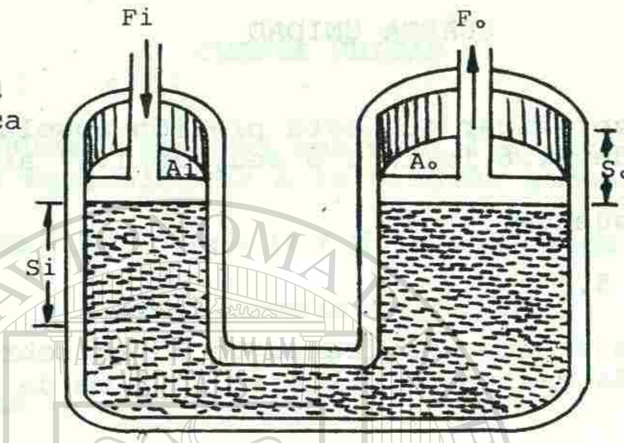
F) LA PRENSA HIDRAULICA.

Una de las aplicaciones más ampliamente utilizada de la ley de Pascal se encuentra en la prensa hidráulica, mostrada en la figura 10. De -- acuerdo con el principio de Pascal, una presión aplicada a un líquido en la columna de la izquierda será transmitida integramente al líquido en la columna de la derecha. Por tanto, si - una fuerza de entrada Fi actúa sobre un émbolo de área Ai, ocasionará una fuerza de salida F_o que actuará sobre el émbolo de área A_o, así que

presión de entrada = presión de salida

$$\frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o} \qquad (4\text{-}7)$$

Fig. 10.
La Prensa
Hidráulica



La ventaja mecánica ideal de tal dispositivo es igual que la razón de la fuerza de salida a la fuerza de entrada. Simbólicamente puede escribirse:

$$M_1 = \frac{F_\circ}{F_i} = \frac{A_\circ}{A_i} \qquad (4\text{-}8)$$

Una fuerza de entrada pequeña puede ser multiplicada para producir una fuerza de salida mucho mayor, haciendo simplemente que el émbolo de salida tenga un área mucho mayor que el área del émbolo de entrada. La fuerza de salida es dada por

$$F_\circ = Fi\,\frac{A_\circ}{Ai} \qquad (4\text{-}9)$$

De acuerdo con los métodos desarrollados para las máquinas simples, el trabajo de entrada debe ser igual al trabajo de salida si se desprecia el rozamiento. Si la fuerza de entrada Fi recorre una distancia Si mientras que la fuerza de salida $F_\circ$ recorre una distancia $S_\circ$, entonces

trabajo de entrada = trabajo de salida

$$Fi\ si = F_\circ\ s_\circ$$

De esta relación puede obtenerse otra expresión útil para la ventaja mecánica de la prensa hidráulica.

$$M_1 = \frac{F_\circ}{Fi} = \frac{Si}{S_\circ} \qquad (4\text{-}10)$$

Adviértase que la ventaja mecánica se gana a expensas de la distancia de entrada por esta razón, en la mayor parte de las aplicaciones se utiliza un sistema de válvulas para permitir que el émbolo de salida se eleve por una serie de impulsos cortos del émbolo de entrada.

EJEMPLO 8.

Los émbolos más pequeños y más grandes de una prensa hidráulica tienen diámetros de 2 y 24 in, respectivamente. a) ¿Cuál es la fuerza de entrada necesaria a fin de obtener una fuerza de salida total de 2000 lb en el émbolo más grande? b) ¿Qué distancia recorrerá el émbolo más pequeño a fin de elevar al émbolo más grande 1 in?

SOLUCION a)

La ventaja mecánica es

$$M_1 = \frac{A_\circ}{A_i} = \frac{\pi d^2/4}{\pi d^2/4} = \left(\frac{d_\circ}{di}\right)^2$$

$$= \left(\frac{24\ \text{in.}}{2\ \text{in}}\right)^2 = (12)^2 = 144\ in.$$

La fuerza de entrada necesaria está dada por

$$Fi = \frac{F_\circ}{M_1} = \frac{2000\ \text{lb}}{144} = 13.9\ \text{lb}$$

SOLUCION b)

Aplicando la ecuación (4-10), puede calcularse la distancia de entrada.

$$s_1 = M_1 s_o = (144)(1 \text{ in.}) = 144 \text{ in.}$$

El principio de la prensa hidráulica encuentra muchas aplicaciones en proyectos de ingeniería y dispositivos automáticos. La dirección hidráulica de los vehículos, el gato hidráulico, los amortiguadores y el sistema de frenos de los automóviles, son algunos ejemplos.

Ahora resuelva:

PROBLEMA 6.

La ventaja mecánica ideal en una prensa hidráulica es 50. El área del émbolo pequeño Ai = .5 in^2.
¿Cuál es el área del émbolo grande?

PROBLEMA 7.

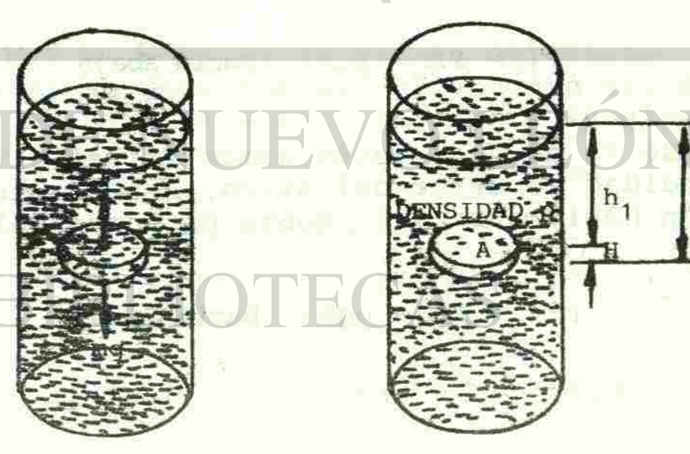
Un tubo de entrada que suministra aire a presión para operar un elevador hidráulico tiene un diámetro de 2 cm; el émbolo de salida tiene un diámetro de 32 cm.

¿Cuál es la presión del aire que debe emplearse para levantar un automóvil de 1800 kg?.

G) EL PRINCIPIO DE ARQUIMIDES.

Toda persona que esté familiarizada con la natación y otros deportes acuáticos ha observado que los objetos pierden peso cuando se sumergen en agua. De hecho, el objeto puede flotar sobre la superficie ya que existe una presión hacia arriba ejercida por el agua. Un matemático griego, Arquímides (287-212 a.C.), fue el primero en estudiar el empuje vertical hacia arriba que ejercen los fluidos. El principio de Arquímides puede ser enunciado como sigue:

Fig. 11 El empuje que se ejerce sobre el disco es igual al peso del fluido que desaloja.



un objeto que está completa o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza hacia arriba -- (empuje) igual al peso del fluido desalojado.

El principio de Arquímides se puede demostrar al estudiar las fuerzas que un fluido ejerce sobre un objeto suspendido. Considérese un disco de -- área A y altura H el cual está completamente sumergido en un fluido, como se muestra en la figura 11. Recuérdese que la presión a cualquier - profundidad h en un fluido está dada por

$$P = pgh$$

en donde P es la densidad de masa del fluido y - g la aceleración de la gravedad. Naturalmente, si se desea representar la presión absoluta dentro del fluido, se debe sumar la presión externa ejercida por la atmósfera. La presión total -- hacia abajo P_1 en la cara superior del disco, en la figura 11, es por tanto

$$P_1 = Pa + pgh_1 \quad \text{hacia abajo}$$

en donde Pa es la presión atmosférica y h_1 es la profundidad superior del disco. Análogamente, la presión hacia arriba P_2 sobre el fondo del disco

$$P_2 = Pa + pgh_2 \quad \text{hacia arriba}$$

donde h_2 es la profundidad a la parte inferior del disco. Puesto que h_2 es mayor que h_1, la - presión sobre la base del disco excederá la -- presión sobre la cara superior, y el resultado será una fuerza neta hacia arriba. Si la fuerza hacia abajo se representa por F_1 y la fuerza hacia arriba por F_2, puede escribirse

$$F_1 = P_1A \qquad F_2 = P_2A$$

la fuerza hacia arriba ejercida por el fluido sobre el disco se llama empuje y se expresa mediante

$$F_B = F_2 - F_1 = A(P_2 - P_1)$$
$$= A(Pa + pgh_2 - Pa - pgh_1)$$
$$= Apg(h_2 - h_1) = ApgH$$

Donde $H = h_1 - h_2$ es la altura del disco. Finalmente, si se recuerda que el volumen del disco es $V = AH$, se obtiene el siguiente resultado -- importante.

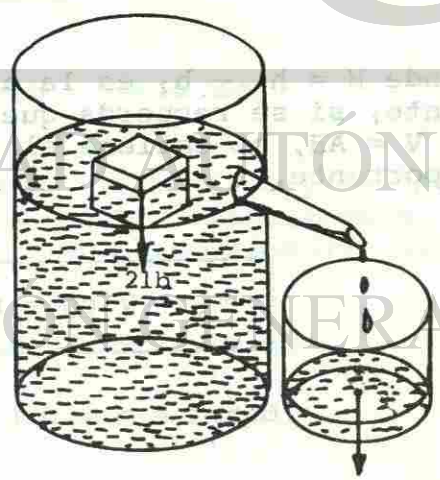
$$\boxed{F_B = V\,pg = mg} \qquad (4\text{-}11)$$

Empuje = peso del fluido desalojado

el cual es el principio de Arquímides.

Si se aplica este resultado, debe recordarse que la ecuación (4-11) nos permite calcular únicamente el empuje debido a la diferencia de presiones. Lo anterior no representa la fuerza resultante. Un cuerpo sumergido se hundirá si el peso del fluido que desaloja el empuje es menor que el peso del cuerpo. Si el peso del fluido desalojado es exactamente igual al peso del cuerpo sumergido, no se hundirá ni se elevará. En este ejemplo, el cuerpo estará en equilibrio. Si el peso del fluido desalojado excede al peso del cuerpo sumergido, el cuerpo se elevará a la superficie y flotará. Cuando el cuerpo que flota alcanza el equilibrio en la superficie, desalojará su propio peso de líquido. La figura 12 demuestra este punto con el uso de un recipiente cilíndrico con vertedero y un vaso de boca ancha para recibir el fluido desalojado por el cubo de madera.

Fig. 12 Un cuerpo que flota desaloja su propio peso de fluido.



EJEMPLO 9.

Hasta que profundidad se hundirá en el agua un cubo de madera de 40 cm de lado, si su densidad es de 420 kg/m^3 y la del agua de 1000 kg/m^3?

Sabemos que el peso del cubo es DV, o sea

$P = pgh\ A$

El empuje que corresponde al peso del líquido desalojado es V pg, o sea

$E = p^1 g h^1 A$ de donde

$P = E$ entonces

$pgh\ A = p^1 g h^1 A$ de donde $ph = e^1 h^1$

h^1 es la profundidad buscada, despejando tenemos:

$$h^1 = \frac{ph}{p^1} = \frac{420\ kg/m^3}{1000\ kg/m^3}\ (.40\ m) = .168\ m = 16.8\ cm$$

$h^1 = 16.8$ cm.

EJEMPLO 10.

Qué volumen del cubo de madera del problema anterior está por debajo de la superficie cuando el cubo flota en agua?

SOLUCION:

El cubo de madera desalojará un volumen igual a su propio peso, el cual es

$$W = DV = (420\ kg/m^3)\ (.064\ m^3) = 26.88\ kg$$

Puesto que el agua tiene un pesoespecífico de 1000 kg/m^3, el volumen del agua desalojado es

$$V = \frac{W}{D} = \frac{26.88\ kg}{1{,}000\ kg/m^3} = .02688\ m^3$$

Por tanto, el volumen del cubo de madera debajo del nivel del agua es también .02688 m^3.

PROBLEMA 8.-

Un bloque de metal de 50 lb tiene un volumen de .3 ft^3. El bloque se suspende de una cuerda y se sumerge en gasolina ($D = 42\ lb/ft^3$).

Encuéntrese el empuje y la tensión de la cuerda.

RESUMEN

Ya se han estudiado los conceptos de fluidos y presión. La densidad, las fuerzas de flotación y otras cantidades fueron definidas y aplicadas a muchos ejemplos físicos. Las ideas claves analizadas se resumen a continuación:

*La hidrostática se ocupa del estudio de los líquidos en reposo.

*Una propiedad física muy importante de la materia es su densidad. El peso específico D y la densidad de masa p se define como sigue:

$$\text{Peso específico} = \frac{\text{peso}}{\text{volumen}} \qquad D = \frac{W}{V}\ N/m^3 \text{ o } lb/ft^3$$

$$\text{Densidad de masa} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} \qquad e = \frac{m}{V}\ kg/m^3 \text{ o } slugs/ft^3$$

* Dado que W = mg, la relación entre D y p es

D = pg Peso específico = densidad de masa x gravedad

Puntos importantes que se deben recordar acerca de la presión de fluidos:

* Las fuerzas ejercidas por un fluido sobre las paredes del recipiente que las contiene son siempre perpendiculares.

* La presión del fluido es directamente proporcional a la profundidad del fluido y a su densidad.

$$P = \frac{F}{A} \qquad P = Dh \qquad P = \rho gh$$

* A cualquier profundidad, la presión del fluido es la misma en todas las direcciones.

* La presión del fluido es independiente de la forma o área del recipiente que lo contiene.

El Principio de Pascal, que gobierna el comportamiento de la presión estática, puede deducirse de la característica fundamental de los fluidos, que indican que el equilibrio es incompatible con las fuerzas tangenciales.

La Ley de Pascal establece que una presión externa aplicada a un fluido encerrado es transmitida uniformemente a través del volumen del líquido.

La principal aplicación de este Principio es la prensa hidráulica, en todas sus formas.

Cuando se mide la presión de un fluido es esencial distinguir entre presión absoluta y presión manométrica:

presión absoluta = presión manométrica + presión atmosférica

$$\text{Presión atmosférica} = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$
$$= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 14.7 \text{ lb/in}^2$$
$$= 76 \text{ cm de mercurio}$$

Al aplicar la ley de Pascal a la prensa hidráulica se obtiene lo siguiente para la ventaja ideal.

$$M_1 = \frac{Fo}{Fi} = \frac{Si}{So}$$ Ventaja mecánica ideal para la prensa hidráulica.

Otro conocimiento importante de esta parte de la física, es la Ley Fundamental de la Hidrostática, que también puede deducirse de la característica fundamental de los fluidos, la que se relaciona con las fuerzas de volumen, principalmente el peso:

" La diferencia de presiones entre dos puntos de un fluido, es igual a su peso específico, multiplicado por la diferencia de alturas entre los puntos considerados".

Este principio tiene muchas aplicaciones, como la distribución del agua en las poblaciones y el nivel del agua.

El Principio de Arquímides, es otro resultado importante de la Hidrostática: Un objeto que está parcial o totalmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza de ascensión igual al peso del líquido desalojado.

$F_B = mg$ o $F_B = V\rho g$ Fuerza de flotación.

Este principio se aplica ampliamente, sobre todo en barcos, flotadores, submarinos y la natación.

GLOSARIO

PESO ESPECIFICO:	Es la razón de peso a volumen de un cuerpo.
DENSIDAD DE MASA:	Es la razón de masa a volumen de un cuerpo.
PRESION:	Es la fuerza normal (perpendicular) por unidad de área.
LEY DE PASCAL:	"Una presión externa aplicada a un fluido confinado se transmite uniformemente a través del volumen del fluido".
PRESION ABSOLUTA:	Es la suma de la presión manométrica y la presión atmosférica.
PRESION MANOMETRICA:	Es la diferencia entre la presión absoluta en una cámara y la presión atmosférica.

PRINCIPIO DE ARQUIMIDES: "un Objeto que está sumergido en un fluido experimenta una fuerza de abajo hacia arriba (empuje) igual al peso del fluido desalojado".

EMPUJE: Fuerza ejercida hacia arriba por un fluido sobre un cuerpo sumergido en él.

AUTOEVALUACION

1. Así se llama la fuerza normal (perpendicular) por unidad de área.

   a) Presión　　b) Volumen
   c) Densidad　　d) Peso específico

2. Unidad de fuerza en el sistema internacional que equivale a un Pascal.

   a) $dina/m^2$　　b) lb/ft^2

   c) N/m^2　　d) lb/m^2

3. Se define como la razón del peso de una sustancia a su volumen.

   a) Peso absoluto　　b) Peso específico.
   c) Densidad　　d) Peso relativo

4. Así son las fuerzas ejercidas por un fluido sobre las paredes del recipiente que la contiene.

   a) Paralelas　　b) Oblicuas
   c) Perpendiculares　　d) Tangentes

5. No resisten a los agentes que tienen a cambiar su forma.

   a) Gases　　b) Líquidos
   c) sólidos　　d) fluidos

6. Permite determinar el valor de la presión de un fluido en un punto de él.

   a) Ley fundamental de la hidrostática.   b) Ley de Pascal

   c) Principio de Pascal   d) Principio de Arquímides.

7. Ecuación de la Ley fundamental de la hidrostática.

   a) $F_B = Vpg$ b) $F_B + mg$

   c) $P_1 - P_2 = Pvh$ d) $Fo = Fi \frac{Ao}{Ai}$

8. La presión atmosférica a nivel del mar causará que el nivel del mercurio en el tubo se establezca a una altura de:

   a) 14.7 ft   b) 760 mm
   c) 760 cm   d) 101.3 cm

9. Es igual a la razón de la fuerza de salida a la fuerza de entrada en una prensa hidráulica.

   a) Presión de entrada   b) Trabajo de salida
   c) Trabajo de entrada   d) Ventaja mecánica ideal

10. A cualquier profundidad en un fluido la presión es:

    a) Mayor hacia arriba   b) Menor hacia arriba

    c) Diferente en direcciones diferentes.   d) Igual en todas direcciones.

11. La presión en el fondo de un recipiente sólo es función de:

    a) La presión atmosférica   b) La capacidad del recipiente

    c) La profundidad del líquido   d) El área de la base

12. Para lograr que de una pequeña fuerza de entrada en una prensa hidráulica, se obtenga una fuerza de salida mucho mayor, el émbolo de salida debe tener un área:

    a) Más grande que el de entrada   b) Más pequeña que el de entrada

    c) Igual al de emtrada   d) Porosa

13. ¿Cuál esla presión en atmósferas debido a una columna de mercurio de 36 in. de altura.

    a) .83   b) 1080
    c) 1.2   d) 2.1

14. Un émbolo ejerce una fuerza de 25 kg sobre - una muestra de gas en un cilindro de 10 cm - de diámetro. ?Cuál es la presión manométrica del gas?

a) 3814 kPascales b) 31.2 kPascales
c) 3.12 kPascales d) 3.14 k Pascales

15. Un bloque de metal de 80 lb. tiene un volu-- men de .2 pies cúbicos. El bloque se suspen- de de una cuerda y se sumerge en aceite - - (D = 48 lb/pie^3).
Encuentre la tensión de la cuerda en libras.

a) 70.4 b) 16
c) 9.6 d) 89.6

16. En una prensa hidráulica las áreas de los - émbolos pequeño y grande son .5 y 20 in^2 respectivamente. ¿Cuál es la ventaja mecánica - ideal de la prensa?

a) 10 b) 20.5
c) .025 d) 40

17. Un cubo de aluminio tiene un volumen de - - 240 cm^3 tiene una masa de 648 g. Al ponerse en gasolina:

a) Se hundirá b) No se moverá
c) Ni sube ni baja d) Flotará

RESPUESTAS A LA AUTOEVALUACION

1. a)
2. c)
3. b)
4. c)
5. d)
6. c)
7. c)
8. b)
9. d)
10. d)
11. c)
12. a)
13. c)
14. b)
15. a)
16. d)
17. a)

CUARTA UNIDAD

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

No. 1 112.62m

No. 2 4900 KPa

No. 3 68.32 Kg.

No. 4 270.63 Kg/m^3

No. 5 64.47 KPa
165.77 KPa

No. 6 25 in^2

No. 7 219 KPa

No. 8 12.6 lb
37.4 lb

ANEXO

CUARTA UNIDAD

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

No. 1 112.62m

No. 2 4900 KPa

No. 3 68.32 Kg.

No. 4 270.63 Kg/m^3

No. 5 64.47 KPa
165.77 KPa

No. 6 25 in^2

No. 7 219 KPa

No. 8 12.6 lb
37.4 lb

ANEXO

SENO NATURAL

A	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	D	A
0°	.0000	.0029	.0058	.0087	.0116	.0145	.0175	29	89°
1	.0175	.0204	.0233	.0262	.0291	.0320	.0349	29	88
2	.0349	.0378	.0407	.0436	.0465	.0494	.0523	29	87
3	.0523	.0552	.0581	.0610	.0640	.0669	.0698	29	86
4	.0698	.0727	.0756	.0785	.0814	.0843	.0872	29	85
5	.0872	.0901	.0929	.0958	.0987	.1016	.1045	29	84
6	.1045	.1074	.1103	.1132	.1161	.1190	.1219	29	83
7	.1219	.1248	.1276	.1305	.1334	.1363	.1392	29	82
8	.1392	.1421	.1449	.1478	.1507	.1536	.1564	29	81
9	.1564	.1593	.1622	.1650	.1679	.1708	.1736	29	80
10	.1736	.1765	.1794	.1822	.1851	.1880	.1908	29	79
11	.1908	.1937	.1965	.1994	.2022	.2051	.2079	29	78
12	.2079	.2108	.2136	.2164	.2193	.2221	.2250	29	77
13	.2250	.2278	.2306	.2334	.2363	.2391	.2419	28	76
14	.2419	.2447	.2476	.2504	.2532	.2560	.2588	28	75
15	.2588	.2616	.2644	.2672	.2700	.2728	.2756	28	74
16	.2756	.2784	.2812	.2840	.2868	.2896	.2924	28	73
17	.2924	.2952	.2979	.3007	.3035	.3062	.3090	28	72
18	.3090	.3118	.3145	.3173	.3201	.3228	.3256	28	71
19	.3256	.3283	.3311	.3338	.3365	.3393	.3420	27	70
20	.3420	.3448	.3475	.3502	.3529	.3557	.3584	27	69
21	.3584	.3611	.3638	.3665	.3692	.3719	.3746	27	68
22	.3746	.3773	.3800	.3827	.3854	.3881	.3907	27	67
23	.3907	.3934	.3961	.3987	.4014	.4041	.4067	27	66
24	.4067	.4094	.4120	.4147	.4173	.4200	.4226	27	65
25	.4226	.4253	.4279	.4305	.4331	.4358	.4384	26	64
26	.4384	.4410	.4436	.4462	.4488	.4514	.4540	26	63
27	.4540	.4566	.4592	.4617	.4643	.4669	.4695	26	62
28	.4695	.4720	.4746	.4772	.4797	.4823	.4848	26	61
29	.4848	.4874	.4899	.4924	.4950	.4975	.5000	25	60
30	.5000	.5025	.5050	.5075	.5100	.5125	.5150	25	59
31	.5150	.5175	.5200	.5225	.5250	.5275	.5299	25	58
32	.5299	.5324	.5348	.5373	.5398	.5422	.5446	24	57
33	.5446	.5471	.5495	.5519	.5544	.5568	.5592	24	56
34	.5592	.5616	.5640	.5664	.5688	.5712	.5736	24	55
35	.5736	.5760	.5783	.5807	.5831	.5854	.5878	24	54
36	.5878	.5901	.5925	.5948	.5972	.5995	.6018	23	53
37	.6018	.6041	.6065	.6088	.6111	.6134	.6157	23	52
38	.6157	.6180	.6202	.6225	.6248	.6271	.6293	23	51
39	.6293	.6316	.6338	.6361	.6383	.6406	.6428	23	50
40	.6428	.6450	.6472	.6494	.6517	.6539	.6561	22	49
41	.6561	.6583	.6604	.6626	.6648	.6670	.6691	22	48
42	.6691	.6713	.6734	.6756	.6777	.6799	.6820	22	47
43	.6820	.6841	.6862	.6884	.6905	.6926	.6947	21	46
44	.6947	.6967	.6988	.7009	.7030	.7050	.7071	21	45
A	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	D	A

COSENO NATURAL

COSENO NATURAL

A	0′	10′	20′	30	40′	50′	60′	D	A
0°	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	.9999	.9999	.9998	0	89°
1	.9998	.9998	.9997	.9997	.9996	.9995	.9994	1	88
2	.9994	.9993	.9992	.9990	.9989	.9988	.9986	1	87
3	.9986	.9985	.9983	.9981	.9980	.9978	.9976	2	86
4	.9976	.9974	.9971	.9969	.9967	.9964	.9962	2	85
5	.9962	.9959	.9957	.9954	.9951	.9948	.9945	3	84
6	.9945	.9942	.9939	.9936	.9932	.9929	.9925	3	83
7	.9925	.9922	.9918	.9914	.9911	.9907	.9903	3	82
8	.9903	.9899	.9894	.9890	.9886	.9881	.9877	4	81
9	.9877	.9872	.9868	.9863	.9858	.9853	.9848	5	80
10	.9848	.9843	.9838	.9833	.9827	.9822	.9816	5	79
11	.9816	.9811	.9805	.9799	.9793	.9787	.9781	6	78
12	.9781	.9775	.9769	.9763	.9757	.9750	.9744	6	77
13	.9744	.9737	.9730	.9724	.9717	.9710	.9703	7	76
14	.9703	.9696	9689	.9681	.9674	.9667	.9659	7	75
15	.9659	.9652	.9644	.9636	.9628	.9621	.9613	8	74
16	.9613	.9605	.9596	.9588	.9580	.9572	.9563	8	73
17	.9563	.9555	.9546	.9537	.9528	.9520	.9511	9	72
18	.9511	.9502	.9492	.9483	.9474	.9465	.9455	9	71
19	.9455	.9446	.9436	.9426	.9417	.9407	.9397	10	70
20	.9397	.9387	.9377	.9367	.9356	.9346	.9336	10	69
21	.9336	.9325	.9315	.9304	.9293	.9283	.9272	10	68
22	.9272	.9261	.9250	.9239	.9228	.9216	.9205	11	67
23	.9205	.9194	.9182	.9171	.9159	.9147	.9135	12	66
24	.9135	.9124	.9112	.9100	.9088	.9075	.9063	12	65
25	.9063	.9051	.9038	.9026	.9013	.9001	.8988	13	64
26	.8988	.8975	.8962	.8949	.8936	.8923	.8910	13	63
27	.8910	.8897	.8884	.8870	.8857	.8843	.8829	13	62
28	.8829	.8816	.8802	.8788	.8774	.8760	.8746	14	61
29	.8746	.8732	.8718	.8704	.8689	.8675	.8660	14	60
30	.8660	.8646	.8631	.8616	.8601	.8587	.8572	15	59
31	.8572	.8557	.8542	.8526	.8511	.8496	.8480	15	58
32	.8480	.8465	.8450	.8434	.8418	.8403	.8387	15	57
33	.8387	.8371	.8355	.8339	.8323	.8307	.8290	16	56
34	.8290	.8274	.8258	.8241	.8225	.8208	.8192	16	55
35	.8192	.8175	.8158	.8141	.8124	.8107	.8090	17	54
36	.8090	.8073	.8056	.8039	.8021	.8004	.7986	17	53
37	.7986	.7969	.7951	.7934	.7916	.7898	.7880	18	52
38	.7880	.7862	.7844	.7826	.7808	.7790	.7771	18	51
39	.7771	.7753	.7735	.7716	.7698	.7679	.7660	19	50
40	.7660	.7642	.7623	.7604	.7585	.7566	.7547	19	49
41	.7547	.7528	.7509	.7490	.7470	.7451	.7431	19	48
42	.7431	.7412	.7392	.7373	.7353	.7333	.7314	20	47
43	.7314	.7294	.7274	.7254	.7234	.7214	.7193	20	46
44	.7193	.7173	.7153	.7133	.7112	.7092	.7071	20	45
A	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	D	A

SENO NATURAL

TANGENTE NATURAL

A	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	D	A
0°	.0000	.0029	.0058	.0087	.0116	.0145	.0175	29	89°
1	.0175	.0204	.0233	.0262	.0291	.0320	.0349	29	88
2	.0349	.0378	.0407	.0437	.0466	.0495	.0524	29	87
3	.0524	.0553	.0582	.0612	.0641	.0670	.0699	29	86
4	.0699	.0729	.0758	.0787	.0816	.0846	.0875	29	85
5	.0875	.0904	.0934	.0963	.0992	.1022	.1051	29	84
6	.1051	.1080	.1110	.1139	.1169	.1198	.1228	30	83
7	.1228	.1257	.1287	.1317	.1346	.1376	.1405	30	82
8	.1405	.1435	.1465	.1495	.1524	.1554	.1584	30	81
9	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1733	.1763	30	80
10	.1763	.1793	.1823	.1853	.1883	.1914	.1944	30	79
11	.1944	.1974	.2004	.2035	.2065	.2095	.2126	30	78
12	.2126	.2156	.2186	.2217	.2247	.2278	.2309	30	77
13	.2309	.2339	.2370	.2401	.2432	.2462	.2493	31	76
14	.2493	.2524	.2555	.2586	.2617	.2648	.2679	31	75
15	.2679	.2711	.2742	.2773	.2805	.2836	.2867	31	74
16	.2867	.2899	.2931	.2962	.2994	.3026	.3057	31	73
17	.3057	.3089	.3121	.3153	.3185	.3217	.3249	32	72
18	.3249	.3281	.3314	.3346	.3378	.3411	.3443	32	71
19	.3443	.3476	.3508	.3541	.3574	.3607	.3640	33	70
20	.3640	.3673	.3706	.3739	.3772	.3805	.3839	33	69
21	.3839	.3872	.3906	.3939	.3973	.4006	.4040	33	68
22	.4040	.4074	.4108	.4142	.4176	.4210	.4245	34	67
23	.4245	.4279	.4314	.4348	.4383	.4417	.4452	35	66
24	.4452	.4487	.4522	.4557	.4592	.4628	.4663	35	65
25	.4663	.4699	.4734	.4770	.4806	.4841	.4877	36	64
26	.4877	.4913	.4950	.4986	.5022	.5059	.5095	36	63
27	.5095	.5132	.5169	.5206	.5243	.5280	.5317	37	62
28	.5317	.5354	.5392	.5430	.5467	.5505	.5543	38	61
29	.5543	.5581	.5619	.5658	.5696	.5735	.5774	38	60
30	.5774	.5812	.5851	.5890	.5930	.5969	.6009	39	59
31	.6009	.6048	.6088	.6128	.6168	.6208	.6249	40	58
32	.6249	.6289	.6330	.6371	.6412	.6453	.6494	41	57
33	.6494	.6536	.6577	.6619	.6661	.6703	.6745	42	56
34	.6745	.6787	.6830	.6873	.6916	.6959	.7002	43	55
35	.7002	.7046	.7089	.7133	.7177	.7221	.7265	44	54
36	.7265	.7310	.7355	.7400	.7445	.7490	.7536	45	53
37	.7536	.7581	.7627	.7673	.7720	.7766	.7813	46	52
38	.7813	.7860	.7907	.7954	.8002	.8050	.8098	48	51
39	.8098	.8146	.8195	.8243	.8292	.8342	.8391	49	50
40	.8391	.8441	.8491	.8541	.8591	.8642	.8693	50	49
41	.8693	.8744	.8796	.8847	.8899	.8952	.9004	52	48
42	.9004	.9057	.9110	.9163	.9217	.9271	.9325	53	47
43	.9325	.9380	.9435	.9490	.9545	.9601	.9657	55	46
44	.9657	.9713	.9770	.9827	.9884	.9942	1.000	57	45
A	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	D	A

COTANGENTE NATURAL

COTANGENTE NATURAL

A	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	D	A
0°	∞	343.8	171.9	114.6	85.94	68.75	57.29	(*)	89°
1	57.29	49.10	42.96	38.19	34.37	31.24	28.64		88
2	28.64	26.43	24.54	22.90	21.47	20.21	19.08		87
3	19.08	18.07	17.17	16.35	15.60	14.92	14.30		86
4	14.30	13.73	13.20	12.71	12.25	11.83	11.43		85
5	11.43	11.06	10.71	10.39	10.08	9.788	9.514		84
6	9.514	9.255	9.010	8.777	8.556	8.345	8.144		83
7	8.144	7.953	7.770	7.596	7.429	7.269	7.115		82
8	7.115	6.968	6.827	6.691	6.561	6.435	6.314		81
9	6.314	6.197	6.084	5.976	5.871	5.769	5.671		80
10	5.671	5.576	5.485	5.396	5.309	5.226	5.145		79
11	5.145	5.066	4.989	4.915	4.843	4.773	4.705		78
12	4.705	4.638	4.574	4.511	4.449	4.390	4.331		77
13	4.331	4.275	4.219	4.165	4.113	4.061	4.011		76
14	4.011	3.962	3.914	3.867	3.821	3.776	3.732		75
15	3.732	3.689	3.647	3.606	3.566	3.526	3.487	40	74
16	3.487	3.450	3.412	3.376	3.340	3.305	3.271	36	73
17	3.271	3.237	3.204	3.172	3.140	3.108	3.078	32	72
18	3.078	3.047	3.018	2.989	2.960	2.932	2.904	29	71
19	2.904	2.877	2.850	2.821	2.798	2.773	2.747	26	70
20	2.747	2.723	2.699	2.675	2.651	2.628	2.605	24	69
21	2.605	2.583	2.560	2.539	2.517	2.496	2.475	22	68
22	2.475	2.455	2.434	2.414	2.394	2.375	2.356	20	67
23	2.356	2.337	2.318	2.300	2.282	2.264	2.246	18	66
24	2.246	2.229	2.211	2.194	2.177	2.161	2.145	17	65
25	2.145	2.128	2.112	2.097	2.081	2.066	2.050	16	64
26	2.050	2.035	2.020	2.006	1.991	1.977	1.963	15	63
27	1.963	1.949	1.935	1.921	1.907	1.894	1.881	14	62
28	1.881	1.868	1.855	1.842	1.829	1.816	1.804	13	61
29	1.804	1.792	1.780	1.767	1.756	1.744	1.732	12	60
30	1.732	1.720	1.709	1.698	1.686	1.675	1.664	11	59
31	1.664	1.653	1.643	1.632	1.621	1.611	1.600	11	58
32	1.600	1.590	1.580	1.570	1.560	1.550	1.540	10	57
33	1.540	1.530	1.520	1.511	1.501	1.492	1.483	10	56
34	1.483	1.473	1.464	1.455	1.446	1.437	1.428	9	55
35	1.428	1.419	1.411	1.402	1.393	1.385	1.376	9	54
36	1.376	1.368	1.360	1.351	1.343	1.335	1.327	8	53
37	1.327	1.319	1.311	1.303	1.295	1.288	1.280	8	52
38	1.280	1.272	1.265	1.257	1.250	1.242	1.235	8	51
39	1.235	1.228	1.220	1.213	1.206	1.199	1.192	7	50
40	1.192	1.185	1.178	1.171	1.164	1.157	1.150	7	49
41	1.150	1.144	1.137	1.130	1.124	1.117	1.111	7	48
42	1.111	1.104	1.098	1.091	1.085	1.079	1.072	6	47
43	1.072	1.066	1.060	1.054	1.048	1.042	1.036	6	46
44	1.036	1.030	1.024	1.018	1.012	1.006	1.000	6	45
A	60	50′	40′	30′	20′	10′	0′	D	A

(*) La diferencia tabular entre estos ángulos no varía uniformemente: por este motivo debe calcularse para cada caso en particular.

TANGENTE NATURAL

POTENCIA	1 hp = 2545 Btu/h = 550 ft . lb/s = 745.7 watts = 0.1782 kcal/s 1 watt (W) = 2.389 X 10^{-4} kcal/s = 1.341 X 10^{-3} hp = 0.7376 ft . lb/s
CARGA ELECTRICA	1 faraday = 96 487 coulombs; 1 electrón de carga = 1.602 X 10^{-19} coulomb
FLUJO MAGNETICO	1 weber (Wb) = 10^8 maxwells = 10^8 lineas
INTENSIDAD MAGNETICA	1 tesla (T) = 1 newton&amp . m = 1 weber/m^2 = 10 000 gauss = 10^0 gamma

PRIMERA UNIDAD

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

ALVARENGA, MAXIMO. Física General.
Edit. Karla, S.A. de C.V.
México, 1976.

TERCERA UNIDAD

BIBLIOGRAFIA

TIPPENS, PAUL E.	Física, Conceptos y Aplicaciones. Mc. Graw-Hill. México, 1988.
RESNICK-HALLIDAY.	Física Parte I. C.E.C.S.A. México, 1970.
JIMENEZ, MANUEL R.	Diccionario de Física. Edit. Río Duero. Madrid, 1976.
STOLLBERG-HILL.	Física. Fundamentos y Fronteras. Publicaciones Cultural, S.A. México, 1976.
WHITE, HARVEY E.	Física Moderna. Montanery Simón, S.A. España, 1962.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

ALERE FLAMMAM VERITATIS