Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

División de Estudios de Posgrado

Estudio de un problema de distribución de productos alimenticios permitiendo particionar las entregas

por

Diana Guadalupe Salas Requenes

en opción al grado de

Maestría en Ciencias

en Ingeniería de Sistemas

San Nicolás de los Garza, Nuevo León julio 2012

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

División de Estudios de Posgrado

Estudio de un problema de distribución de productos alimenticios permitiendo particionar las entregas

por

Diana Guadalupe Salas Requenes

en opción al grado de

Maestría en Ciencias

en Ingeniería de Sistemas

San Nicolás de los Garza, Nuevo León julio 2012

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

División de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Estudio de un problema de distribución de productos alimenticios permitiendo particionar las entregas», realizada por la alumna Diana Guadalupe Salas Requenes, con número de matrícula 1541919, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis

Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás
Asesor

Dra. Irma Delia García Calvillo
Revisor

Dra. Iris Abril Martínez Salazar
Revisor

Vo. Bo.

Dr. Moisés Hinojosa Rivera
División de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, julio 2012

A mis padres Edubiges y Humberto,
por la confinza que depositaron en mí.

A mis hermanos Blanca y Alfredo.

A la memoria de Paloma.

Índice general

Índice de figuras

Índice de tablas

Agradecimientos

Al término de esta etapa tan importante, quiero agradecer a cada una de las personas que con su apoyo, consejos, esfuerzos, alegrias, ánimos y mucha pero mucha comprensión me alentaron a realizar una de mis grandes metas.

Agradezco a mis padres Edubiges y Humberto por todo el apoyo brindado durante este tiempo, ya que sin ustedes esto no hubiese sido posible.

Gracias a mis hermanos Blanca y Alfredo por nunca dejarme claudicar.

Gracias a la Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás, mi asesora de tesis, por haber compartido conmigo sus conocimientos, por la dedicación para la dirección de este trabajo, por su paciencia y por haberme guiado para finalizar con éxito esta faceta de mis estudios.

A la Dra. Irma Delia García Calvillo, miembro del comité, por su apoyo, esfuerzo, confianza y dedicación para la realización de este trabajo.

A la Dra Iris Abril Martínez Salazar, miembro del comité, por su tiempo en la revisión y corrección de la tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, quién me becó durante los estudios de esta maestría.

A la Facultad de Ingeniería Mecánica Eléctrica y a la Universidad Autónoma de Nuevo León por la beca de inscripción y colegiatura respectivamente, durante los cuatro semestres.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León por el proyecto PAICYT IT533-10, el cual fue de gran importancia para la culminación de este trabajo.

Quiero extender mis agradecimientos a Minerva Díaz, Nancy Arellano y Fernando Elizalde por sus asesorias para la realización de este trabajo.

A la comunidad PISIS, en especial a mis compañeros de Cubos B, por los momentos compartidos durante estos dos años.

A la comunidad del centro de Investigación en Matemáticas Aplicadas, en especial al M.C. Francisco Cepeda Flores, por permitirme hacer uso de las instalaciones para llevar a cabo la culminación de esta fase de mis estudios y por el apoyo económico para la asistencia al ENOAN 2012.

A mi abuela, tíos, primos por sus palabras de aliento para seguir adelante.

Al Dr. Alfonso Martínez por ayudarme a salir adelante durante la situción difícil que atravesé.

Resumen

Diana Guadalupe Salas Requenes.

Candidato para el grado de Maestría en Ciencias
en Ingeniería de Sistemas.

Universidad Autónoma de Nuevo León.
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio:

ESTUDIO DE UN PROBLEMA DE DISTRIBUCIÓN DE PRODUCTOS ALIMENTICIOS PERMITIENDO PARTICIONAR LAS ENTREGAS

Número de páginas: 52.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: El presente trabajo está inspirado en una problemática real, proveniente de una empresa repostera, la cual se encuentra ubicada en el norte de España. La empresa cuenta con una flotilla de vehículos para distribuir sus productos. Las demandas son conocidas con anterioridad. La forma en la que opera actualmente la empresa es realizando un ruteo diario de vehículos. Los encargados de logística se dieron cuenta que los costos de trasportación son excesivos, debido a que los vehículos no son utilizados a su máxima capacidad. La empresa desea planificar la entrega de sus productos a sus centros de distribución minimizando los costos de trasportación.

El objetivo de esta tesis es investigar otra alternativa de solución y evaluar su pertinencia. Con el fin de reducir los costos de trasportación, se propone permitir que las delegaciones sean abastecidas por más de un vehículo, es decir, la demanda puede ser particionada. Sin embargo, el permitir que una delegación pueda ser abastecida por más de un vehículo, la cuadrilla de descargue será utilizada en una delegación más de una vez, lo cual generará un costo extra. Como la empresa cuenta con el personal necesario para descargar cada uno de los vehículos, considera que este costo lo pueden asumir. Para la formulación matemática del problema nos basaremos en un modelo matemático de la literatura el cual fue adecuado para su uso en este problema.

La metodología de solución que proponemos consiste en un método multi-arranque el cual consta de dos fases: Construcción de una solución inicial factible y una mejora de esa solución mediante Búsqueda Tabú.

Contribuciones y conlusiones: Si se permite particionar las entregas, disminuye el costo de la trasportación y el número de vehículos utilizados, el disminuir el número de vehículos es de gran importancia ya que se eliminan costos por renta de vehículos, pago de choferes, etc., por lo tanto la empresa estaría ahorrando mucho más.

Sin embargo las características de las demandas y las capacidades de los vehículos en esta empresa no permiten que la partición de las demandas influya notoriamente en la disminución de la distancia recorrida.

Por consiguiente se amerita un estudio multiobjetivo, donde se tome en cuenta los siguientes objetivos:

1.- Costo de Trasportación.
2.- Costo de Almacenamiento.
3.- Costo de Particionar Demandas.

Firma del asesor: ____________________________

Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás

Capítulo 1

Introducción

1.1 Descripción del Problema

El problema que será abordado en esta tesis está inspirado en un problema real de una empresa repostera, la cual se encuentra ubicada en el norte de España. La empresa cuenta con una flotilla de vehículos para distribuir sus productos desde un depósito central hacia las delegaciones. Las demandas de las delegaciones son conocidas con anterioridad, así como el día en que deben ser abastecidas. La empresa desea diseñar las rutas para abastecer a las delegaciones de tal forma que se minimicen los costos de transportación y se satisfagan las demandas en el día de la semana que son requeridas.

Actualmente la empresa opera de la siguiente forma: cada día de la semana diseña las rutas que se requieren para visitar a los clientes que han solicitado producto para ese día, de tal manera que cada delegación sea abastecida por un solo vehículo. Esto es, se resuelve diariamente un problema de ruteo de vehículos capacitado. Sin embargo, los encargados de logística de la empresa se han dado cuenta que al finalizar cada semana los gastos son excesivos, lo cual se debe en gran parte a que la mayoría de las ocasiones los vehículos no son utilizados a su máxima capacidad.

Una primera alternativa de solución que se ofreció a la empresa fue la propuesta de García [15] que consistía en asumir flexibilidad en la fecha de entrega del producto, esto es, permitir que las demandas sean satisfechas en días anteriores a la fecha inicialmente propuesta por la delegación. Al final de cada semana se conocen con certeza las demandas de cada delegación para la siguiente semana, entonces las rutas son diseñadas atendiendo todo el horizonte de planeación, cuidando que las fechas de entrega de los clientes asignados a una misma ruta difieran a lo más en un día.

Sin embargo, esta propuesta presenta la desventaja de que hay que incurrir en cierto almacenamiento de productos en caso de que estos se entreguen con anticipación a la fecha en que se solicitaron.

Por ello, se decide abordar el problema desde otra perspectiva, entregando los productos el día en que fueron solicitados pero permitiendo que las entregas sean particionadas. Esto es, cada delegación podrá ser visitada por más de un vehículo para satisfacer sus requerimientos.

El problema de ruteo de vehículos permitiendo particionar la demanda del cliente admite que este puede ser visitado cualquier cantidad de veces por distintos vehículos. Es decir, que la demanda del cliente puede ser partida en forma tal que sea satisfecha por varios vehículos, al contrario de lo que ocurre en el problema clásico de ruteo, donde al cliente sólo se le puede hacer llegar su demanda por medio de un solo vehículo.

Con esta propuesta, se lograrían disminuir los costos de la empresa, ya que al permitir que la demanda sea particionada se ahorra en el número de vehículos utilizados y esto tiene un alto impacto en la distancia total recorrida. Sin embargo, ahora en las delegaciones que sean abastecidas por más de un vehículo, la cuadrilla de descargue tendrá que ser requerida más de una vez, lo cual también generaría un costo adicional a la empresa. No obstante, la empresa cuenta con personal de descarga en cada vehículo y considera que esto no le afectaría por el momento.

Debido a las características geográficas de la zona y la ubicación del depósito central, así como las delegaciones de la empresa repostera, minimizar la distancia total recorrida influye directamente en la minimización de los costos de transportación, que es el objetivo que se desea lograr.

Por lo tanto el problema consiste en diseñar las rutas que den servicio a las delegaciones minimizando la distancia total recorrida. Los supuestos son los siguientes:

- La demanda de cada delegación se conoce con certeza con anticipación al igual que el día en que cada delegación requiere los productos;
- Se cuenta con una flota homogénea de vehículos;
- Las demandas de cada delegación deben ser abastecidas por al menos un vehículo;
- Cada vehículo inicia y termina su recorrido en el depósito el mismo día.

1.2 Objetivos de la Tesis

Los objetivos principales que se persiguen en este trabajo de tesis son:

- Estudio del problema de la empresa repostera desde la perspectiva de permitir particionar las demandas, minimizando la distancia total recorrida.
- Diseño de un algoritmo de solución para el problema basado en estrategias metaheurísticas y evaluación del beneficio que se obtiene al permitir particionar las demandas.
- Implementación del algoritmo y realización de experimentos computacionales para medir el desempeño del algoritmo que se propone.

1.3 Relevancia y Contribución Científica

En este trabajo se estudia un problema real de distribución y se propone una nueva perspectiva de solución. Se modela el problema y se diseña un algoritmo metaheurístico que lo resuelva bajo la perspectiva de particionar las demandas de los clientes.

1.4 Estructura de la Tesis

La tesis está estructurada de la siguiente forma: en el capítulo dos se describirán los conceptos necesarios para el estudio del problema. Se describen las características importantes del problema de ruteo de vehículos, así como el modelo clásico del problema de ruteo de vehículos capacitado, su formulación y algunas de sus variantes. Se describe a detalle el problema de ruteo de vehículos permitiendo particionar las demandas de los clientes, el estado del arte y propiedades importantes de esta variante, así como algunas aplicaciones.

En el capítulo tres se presenta la formulación matemática propuesta por Archetti et al. [4], así como la modificación de dicha formulación con restricciones de eliminación de subtour polinomiales.

En el capítulo cuatro se describe la metodología que se está proponiendo para dar solución al problema, la cual está basada en métodos metaheurísticos.

En el capítulo cinco se describen los experimentos computacionales realizados para evaluar el desempeño del algoritmo de solución propuesto, así como una evaluación de la propuesta de particionar la demanda para el caso de la empresa repostera.

Por último en el capítulo seis se ofrecen las conclusiones del estudio y algunas guías para trabajo futuro.

Capítulo 2

Marco Teórico

En este capítulo se presentan definiciones y resultados para el problema de ruteo de vehículos (VRP por su siglas en inglés), ya que el problema que se está tratando en este trabajo se encuentra dentro de esta clase de problemas.

En la sección 2.1 se describirá la variante básica del VRP, la cual es una de las más estudiadas en la literatura y se conoce como el problema de ruteo de vehículos capacitado (CVRP por sus siglas en inglés), en la sección 2.2 se mostrarán otras variantes importantes, dentro de las cuales se encuentra el problema de ruteo de vehículos con división en las entregas (SDVRP por sus siglas en inglés), el cual es de gran importancia para el trabajo que se está realizando en esta tesis. Todas estas variantes surgen a partir de aplicaciones específicas que se han ido desarrollando. En la última sección se presentarán algunos de los métodos de solución que se encuentran en la literatura para poder resolver este tipo de problemas.

2.1 Problema de ruteo de vehículos

El problema de ruteo de vehículos es uno de los problemas más importantes en Investigación de Operaciones, por su aplicabilidad en situaciones donde se requiera la distribución de productos a clientes dispersos geográficamente utilizando una flotilla de vehículos, a lo cual debe su nombre. De acuerdo a aplicaciones del mundo real, se ha mostrado que una buena planeación de los procesos de distribución genera ahorros del 5 % al 20 % en los costos de transportación global [20]. Es fácil ver que el impacto de estos ahorros en el sistema económico mundial es significativo. De hecho, el proceso de transporte implica todas las etapas de producción y distribución, y representa una componente relevante (generalmente del 10 % al 20 %) del costo final de las mercancías [20].

Los inicios del problema de ruteo de vehículos datan del año de 1959, en el cual se publicó el primer artículo por Dantzing y Ramser [11], donde realizaron una aplicación real y a la vez propusieron la primera formulación matemática y un algoritmo de aproximación para la solución del problema. Años más tarde, Clarke y Wright [10] propusieron una heurística *greedy* efectiva para dar una solución aproximada al problema de Dantzing y Ramser.

En general, el VRP consiste en diseñar las rutas óptimas para la distribución de productos a clientes que se encuentran dispersos geográficamente. Se cuenta con uno o varios depósitos centrales desde los cuales parten y a donde retornan los vehículos. Los vehículos cuentan con una capacidad determinada, la cual puede ser homogénea, o se puede contar con una flotilla de vehículos con diferentes capacidades y características. En la mayoría de sus variantes, los clientes solamente pueden ser visitados por un vehículo, es decir, en un único viaje se les entrega la totalidad de su demanda. Por lo general el objetivo que se tiene es minimizar los costos globales de transportación.

La red vial se describe generalmente con un grafo, los arcos representan secciones o tramos viales y los vértices corresponden a los clientes. Los arcos pueden ser dirigidos o no dirigidos dependiendo de si se pueden recorrer en una sola dirección o ambas. Cada arco tiene asociado un costo que representa la longitud o un tiempo de viaje, el cual posiblemente depende del tipo de vehículo ó del período durante el cual es atravesado el arco [20].

Los elementos fundamentales en un VRP, los cuales determinarán la variante del VRP que debe aplicarse, están relacionadas con las características de los clientes, de los vehículos, así como los objetivos específicos a alcanzar. A continuación los describiremos:

Las características principales asociadas a clientes son:

- Un vértice en la red vial que representa su localización.
- Cantidad de bienes o demandas, posiblemente de diferentes tipos que deben ser entregados o recolectados.
- Ventanas de tiempo: período durante el cual el cliente debe ser atendido.
- Tiempo necesitado para entregar o recolectar los bienes o pedidos.
- Conjunto de vehículos disponibles que pueden utilizarse para atender al cliente.

En algunas ocasiones no es posible satisfacer la demanda del cliente en su totalidad. En estos casos, la cantidad entregada o recolectada puede ser reducida o un conjunto de clientes pueden no ser servidos. Para esto se asocian prioridades o penalidades a los clientes.

Características típicas de los vehículos :

- Depósito de los vehículos. En ocasiones se tiene la posibilidad de finalizar el servicio en un déposito distinto al origen.
- Capacidad del vehículo, expresado como peso máximo, volumen, número de pallets, que el vehículo puede cargar.
- Posible subdivisión del vehículo en compartimentos, cada una caracterizada por su capacidad y por el tipo de bienes que puede transportar.
- Dispositivos disponibles para las operaciones de carga y descarga.
- Subconjunto de arcos del grafo por los que el vehículo puede transitar.
- Costo asociado a la utilización del vehículo, en unidades de distancia, de tiempo, de ruta, etc.

Los objetivos típicos en un problema de ruteo de vehículos son los siguientes:

- Minimización del costo global de transportación, que depende de la distancia total recorrida y de los costos fijos asociados a cada vehículo.
- Minimización del número de vehículos necesarios para satisfacer a todos los clientes.
- Balanceo de rutas para la carga de los vehículos o del tiempo de viaje.
- Minimización de las penalidades asociadas con el servicio parcial a los clientes.

2.1.1 Problema de ruteo de vehículos capacitado (CVRP)

La versión básica del VRP es el problema de ruteo de vehículos capacitado (CVRP), en el cual cada vehículo tiene asignada una capacidad [20]. En el CVRP cada cliente tiene una demanda que es conocida y no se puede particionar, esto es, tiene que ser servida en su totalidad por un único vehículo. Cada uno de los clientes se puede ver como un nodo de una red, para conectar a los clientes se tienen arcos los cuales pueden ser dirigidos o no, en dependencia de si se puede viajar por el arco en ambos sentidos. Cuando el arco es no dirigido se conoce como arista. Cada arco tiene asociado un costo no negativo. Se cuenta con un número K de vehículos disponibles los cuales tienen una capacidad limitada Q; la diferencia con el VRP es que se imponen restricciones para controlar las capacidades de los vehículos. El objetivo es determinar la ruta para cada uno de los vehículos los cuales parten del depósito y deben retornar a él de tal forma que se minimicen los costos y se satisfagan las demandas de todos los clientes.

Conociendo que un ciclo en un grafo no dirigido es una sucesión de aristas adyacentes, donde no se recorre dos veces la misma arista y donde se regresa al punto inicial, se puede decir que un CVRP consiste en encontrar una colección de exactamente K ciclos, que originen el menor costo total y con las siguientes características:

(i) Cada ciclo visita al déposito.

(ii) Cada cliente pertenece a un solo ciclo.

(iii) La demanda de cada cliente es menor o igual que la capacidad de los vehículos.

(iv) La suma de las demandas de los vértices visitados en un ciclo no debe exceder la capacidad Q del vehículo.

Se define el costo de un ciclo como la suma de los costos de las aristas que se encuentran en el ciclo y el costo total es la suma de los costos de los K ciclos. Note que cada ciclo corresponde a una ruta de un vehículo.

En caso de que se cuente con un solo vehículo con capacidad ilimitada (ó suficiente para cubrir la demanda de todos los clientes), se tiene el clásico problema del agente viajero (TSP), el cual se puede ver como un caso particular del VRP [20].

Modelación matemática para el CVRP

Para la modelación del CVRP consideraremos la siguiente notación:

- Sea $G = (V, A)$ un grafo completo no dirigido.
  - $V = \{0, \ldots, n\}$ es el conjunto de vértices, el vértice 0 está asociado al déposito y los restantes están asociados a los clientes .
  - A es el conjunto de aristas, $A = \{(i, j) : i, j \in V, i \neq j\}$
- Matriz C, está se forma de los costos no negativos c_{ij} de viajar del vértice i al vértice j. La matriz es simétrica cuando se cumple que $c_{ij} = c_{ji}$. Esta matriz satisface la desigualdad triangular:

$$c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij} \qquad \forall i, j, k \in V$$

- Flotilla de K vehículos de capacidad Q.

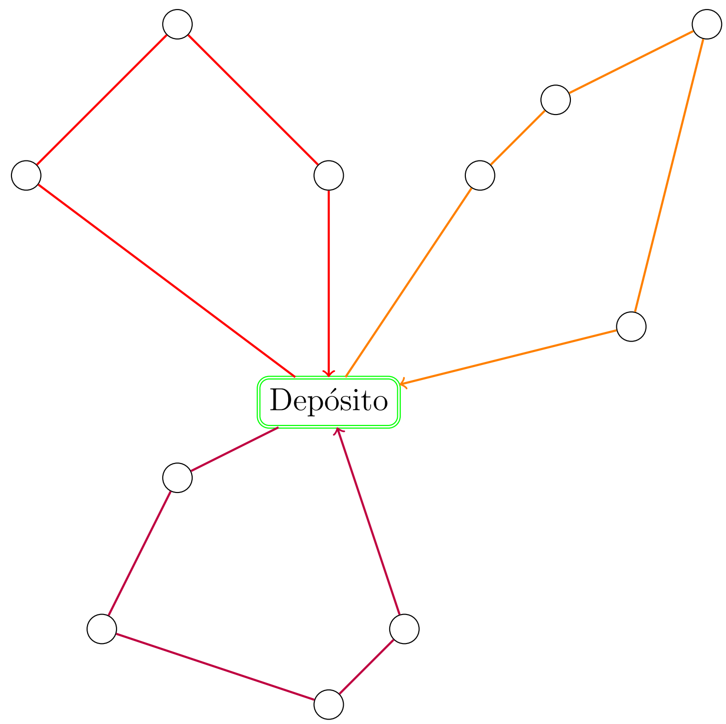

Figura 2.1: Ejemplo de solución de un VRP

- Cada cliente $i \in V$ distinto del depósito, tiene asociada una demanda no negativa d_i

Las variables de decisión son x_{ij} que será 1 si el arco$(i, j) \in A$ se encuentra en la solución y 0 en otro caso. Note que $x_{ij} = 1$ significa que los clientes i y j pertenecen a la misma ruta y que j es visitado exactamente después de i, por el mismo vehículo.

Modelo Matemático

El modelo de dos índices tomado de [20] es el siguiente:

$$Min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij}$$

sujeto a

$$
\begin{aligned}
\sum_{i \in V} x_{ij} = & \quad 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\} & (2.1)\\
\sum_{j \in V} x_{ij} = & \quad 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\} & (2.2)\\
\sum_{i \in V} x_{i0} = & \quad K & (2.3)\\
\sum_{j \in V} x_{0j} = & \quad K & (2.4)\\
\sum_{i \notin S} \sum_{j \in S} x_{ij} \geq & \quad r(S) \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset & (2.5)\\
x_{ij} \in \{0,1\} & \quad i = 0, \ldots, n; j = 0, \ldots, n. & (2.6)
\end{aligned}
$$

Las ecuaciones (2.1) y (2.2) imponen que un solo vehículo visite cada cliente, las ecuaciones (2.3) y (2.4) controlan la entrada y salida de vehículos del déposito, es decir, los K vehículos que salen del déposito deben regresar a él. La restricción (2.5) se utiliza para la eliminación de subtours, donde un subtour es un tour en el cual no se incluye al depósito, $r(S)$ es el mínimo número de vehículos que se necesitan para servir al conjunto S, estas son llamadas restricciones de capacidad y corte las cuales son de cardinalidad exponencial en n y son las restricciones difíciles para el modelo. En [20] se introduce una familia de restricciones equivalentes a las de capacidad y corte las cuales son de cardinalidad polinomial, éstas se mostrarán en el capítulo siguiente.

2.2 Variantes del VRP

La diversidad de situaciones reales donde se encuentra subyacente el problema de ruteo de vehículos ha originado diversas variantes del modelo básico. Una de ellas es el CVRP con restricciones de distancia (DCVRP), donde cada ruta está restringida a una distancia (ó tiempo) máxima además de la restricción de capacidad de los vehículos.

Otra variante muy encontrada en las aplicaciones es el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW), en el cual, además de las restricciones de capacidad, se impone que el cliente i debe ser servido en un intervalo de tiempo $[a_i, b_i]$, el cual es llamado ventana de tiempo. Si el vehículo llega dentro de la ventana de tiempo se recibe el producto, pero si llega antes debe esperar para ser atendido. Si el vehículo llega después del término de la ventana de tiempo ya no se le atiende.

2.2.1 VRP con división en las entregas (SDVRP)

Esta variante del CVRP está directamente relacionada con el trabajo de esta tesis, por ello será explicada con mayor detalle.

El problema de ruteo con división en las entregas es una relajación del VRP, ya que se elimina la restricción de que cada cliente sea visitado por sólo un vehículo, esto es, se admite que cada cliente pueda ser visitado por más de un vehículo. Esto significa que la demanda del cliente puede ser particionada de tal manera que sea entregada por varios vehículos.

En el SDVRP se desea diseñar una colección de K ciclos para los vehículos de tal manera que den servicio a todos los clientes, la cantidad entregada por cada ruta no exceda la capacidad de cada vehículo y el objetivo es minimizar la distancia total recorrida, de manera tal que

(i) Cada ciclo visita al déposito.

(ii) Cada cliente debe ser visitado por al menos un vehículo.

(iii) La demanda de cada uno de los clientes puede ser mayor o igual que la capacidad de los vehículos.

(iv) Se cuenta con una flotilla de vehículos de capacidad homogénea.

Dror y Trudeau en [14] mostraron que a pesar de que el SDVRP es un relajación del VRP, el SDVRP sigue siendo un problema NP-Duro al igual que el VRP. El SVDRP es díficil de resolver de forma óptima para instancias mayores a 15 clientes.

En el artículo de Archetti et al. [3] mostraron que en instancias de 6 a 10 clientes la solución se obtiene en segundos, sin embargo, para instancias de 11 a 15 clientes determinar la solución pueden requerir de una hora hasta 4 días. Para estos ejemplos se utilizó software comercial (CPLEX 6.6).

El estado del arte del SDVRP tiene sus inicios en en año de 1989. En dicho año el problema fue planteado e investigado por Dror y Trudeau [14], los cuales demostraron empíricamente que al permitir particionar las demandas de los clientes en la solución del VRP se puede disminuir el número de rutas, lo que conlleva a la disminución del número de vehículos utilizados y por lo tanto una disminución en el costo total de la solución.

A través del ejemplo que se muestra en la figura 2.2 los autores ilustraron qué sucedería si se permitiera particionar las demandas de los clientes. El ejemplo consiste de 3 clientes, la capacidad de los vehículos es $Q = 5$, la demanda de los clientes A y C es de 3 ($d_A = d_C = 3$) y la demanda del cliente B es 4 ($d_B = 4$).

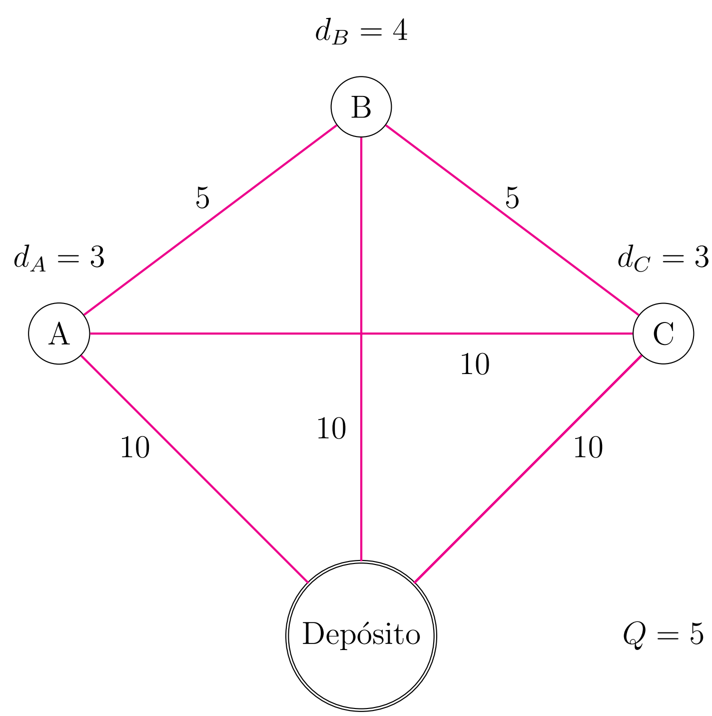

Figura 2.2: Potencial caso de estudio resolviendo un SDVRP

La solución que se obtiene resolviendo el ejemplo anterior con el VRP se muestra en la figura 2.3, tiene un costo de 60 y el número de vehículos utilizados es 3.

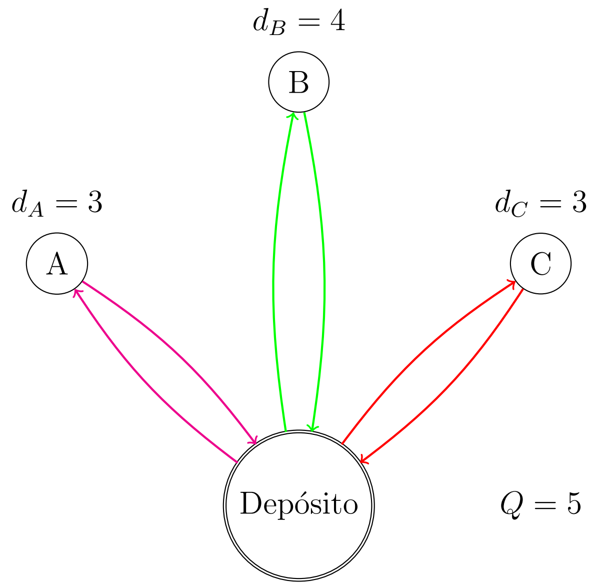

Figura 2.3: Solución resolviendo un VRP

Si se permitiera que la demanda de un cliente sea abastecida por más de un vehículo se obtiene una solución con un costo total de 50 y solamente se requieren dos vehículos para satisfacer a todos los clientes. En este caso la demanda del cliente que se particiona es la del cliente B, la cual se satistace en partes iguales por ambos vehículos. Dicho resultado se muestra en la figura 2.4. Al resolver este ejemplo permitiendo particionar las demandas de los clientes, se ve potencialmente que se podría hacer uso de un menor número de vehículos que en la solución del VRP, lo cual implica la reducción en el costo total de las rutas.

Sin embargo Dror y Trudeau no hicieron en este trabajo un análisis de los casos en los cuales se obtendrían los mayores ahorros en el costo total de la solución. Ellos propusieron el primer algoritmo para resolver el SDVRP llamado Algoritmo de dos Etapas (Two stages Algorithm) que consiste básicamente en una búsqueda local y que contempla solamente el caso en que la demanda de cada cliente es menor que las

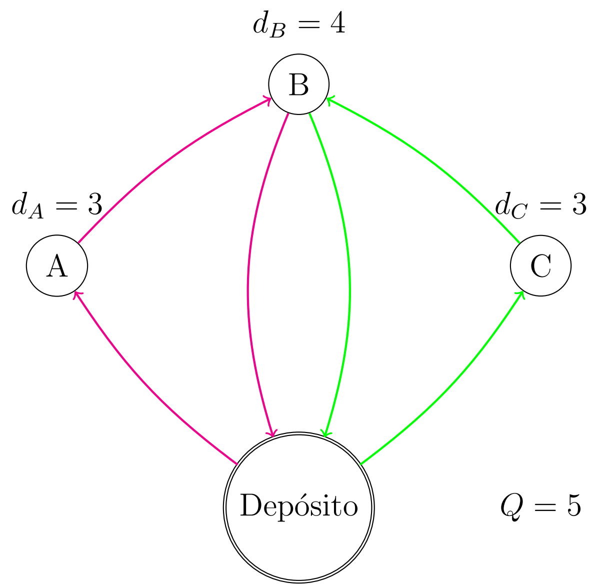

Figura 2.4: Solución resolviendo un SDVRP

capacidades de los vehículos. Las conclusiones a las que llegaron los autores aplicando su algoritmo para el SDVRP y comparando con los resultados de la resolución del VRP son las siguientes:

- Se disminuye la cantidad de vehículos utilizados y por lo tanto el costo de la solución.
- El tiempo requerido para resolver cada instancia del SDVRP es mayor que el requerido para resolver un VRP.
- Cuando la demanda de los clientes es muy pequeña, comparada con la capacidad de los vehículos, no hay (ó si hay es muy pequeño) ahorros frente al VRP.

En el año de 1994 Dror et al. [13] propusieron una formulación matemática para el SDVRP. Así mismo, derivaron un conjunto de desigualdades válidas que fueron utilizadas en un algoritmo de ramificación y acotamiento el cual usaron para resolver de manera óptima instancias de a lo más 20 clientes.

Una de las primeras aplicaciones reales del SDVRP apareció en la literatura en el año de 1997 y es una variante del SDVRP que incluye ventanas de tiempo [18]. En este trabajo se hace un estudio de la distribución de alimento para el ganado en un rancho mayor en Arizona, que cuenta con 100,000 cabezas. El ganado se mantiene en corrales grandes que están conectados por una red de carreteras y se dispone de seis tractores para hacer el reparto de la comida en los corrales, el cual se debe hacer dentro de la ventana de tiempo en cada día. Ellos desarrollaron un algoritmo en el cual hacen uso de dos de los procedimientos del algoritmo que Dror y Trudeau desarrollaron en [14]. Los resultados de la experimentación computacional con cinco diferentes tipos de alimentos y las ventanas de tiempo, mostraron que si se permite particionar se reduce significativamente la distancia total recorrida.

En [19] los autores realizaron una aplicación del SDVRP, la cual consistía en encontrar los vuelos de helicópteros hacia plataformas marinas a efectos de intercambiar las tripulaciones de la misma. Para esta aplicación realizaron una formulación matemática de programación lineal, la cual fue resuelta mediante el método de generación de columnas. Los autores indicaron que el usar este tipo de formulación sólo es aplicable para planificaciones a largo plazo, ya que el tiempo computacional que se necesita es mucho y para planificaciones a corto plazo sugieren el uso de heurísticas.

Para el año 2000, Belenguer et al. [8] presentaron una formulación para el SDVRP mediante programación lineal entera. Esta formulación se diferencía de la propuesta por Dror et al. [13] dado que el número de vehículos disponibles se calcula de la siguiente manera: se divide la demanda total de los clientes entre el número de clientes; es decir, el número de vehículos es fijo, mientras que en [13] la cantidad de vehículos no está limitada. De esa formulación se derivan un conjunto de restricciones válidas las cuales son utilizadas en un algoritmo de planos cortantes. La instancia que se tiene reportada como la más grande que se resolvió de manera óptima es de 50 clientes.

Archetti et al. [4] propusieron un algoritmo basado en la metaheurística de Búsqueda Tabú, para resolver el SDVRP el cual se denomina SPLITABU. Además demuestran que si la capacidad de los vehículos es un número entero al igual que las demandas de los clientes entonces, si el problema tiene soluciones factibles, existe una solución óptima en la cual la cantidad entregada por cada vehículo, es un valor entero.

Campos et al. [21] presentaron un algoritmo basado en la metodología de búsqueda dispersa, el cual produce una solución factible usando el mínimo número de vehículos. Esto último se basa en el hecho de que siempre existe una solución factible al problema SDVRP cuando se utiliza una cantidad mínima de vehículos. Es sencillo de calcular el número de vehículos k que se utilizará, donde k es el menor entero que es mayor o igual que $\frac{\sum_i d_i}{Q}$.

Archetti et al. [5] propusieron un algoritmo el cual recibe como entrada la información generada en SPLITABU de Archetti et al. [3] para lograr identificar parte del espacio de solución que contiene soluciones de alta calidad y después proceden a explorar a profundidad dichas partes, mediante un optimizador de programación entero mixta. Con este optimizador se resuelve el modelo formulado por los autores.

En el artículo de Chen, Bruce y Wasali [9] hacen una recopilación de las aplicaciones que hay del SDVRP. Además presentan un algoritmo que lleva por nombre EMIP (Endpoint Mixed Integer Programming).

2.2.2 Propiedades de SDVRP

En esta sección se mencionarán propiedades relevantes de los soluciones óptimas, así como algunas definiciones necesarias:

Definición 2.1 *Considerar un conjunto* $C = \{i_1, i_2, \ldots, i_k\}$ *de clientes y suponer que existen* k *rutas* $r_1, r_2, \ldots, r_k$ *con* $k \geq 2$*, tal que la ruta* r_w *contiene los clientes* i_w *y* i_{w+1}*, con* $w = 1, \ldots, k-1$ *y la ruta* r_k *contiene los clientes* i_k *y* i_1*, esta configuración es llamada* $k - split$.

En la figura 2.5 se muestra un ejemplo de un 3-split, donde la ruta rosa y verde tienen en común al cliente uno, la ruta verde y roja tiene en común al cliente 2 y por último el cliente la ruta roja y rosa tienen en común al cliente tres.

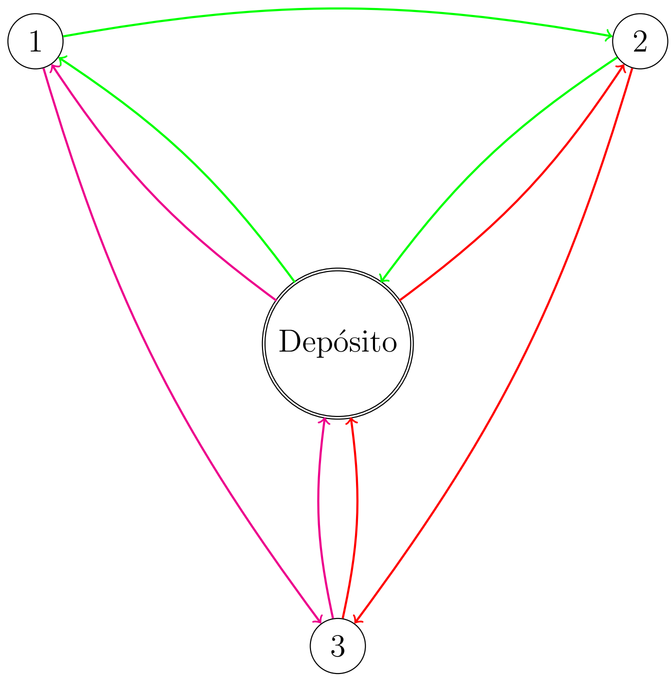

Figura 2.5: Ejemplo de un 3-split

Dror y Trudeau en [14] presentan la siguiente propiedad estructural de las soluciones óptimas del SDVRP:

Propiedad 2.2 *Si la matriz de costos satisface la desigualdad triangular, entonces existe una solución óptima del SDVRP que no tiene ciclos $k-split$, para cualquier k.*

Colorario 2.3 *Si la matriz de costos satisface la desigualdad triangular entonces existe una solución óptima del SDVRP en la cual todo par de rutas tiene a lo sumo un cliente en común.*

Archetti et al. [2] demostraron otra propiedad de la estructura de las soluciones óptimas, en la cual relacionan la cantidad de entregas partidas con la cantidad de rutas:

Propiedad 2.4 *Si la matriz de costos satisface la desigualdad triangular, entonces existe una solución óptima del SDVRP en la cual la cantidad total de entregas partidas (suma de las entregas partidas de todos los clientes) es menor que la cantidad de rutas.*

Definición 2.5 *Una instancia de SDVRP es reducible si existe una solución óptima en la cual cada cliente con una demanda mayor o igual a Q es servido por tantas rutas directas (del depósito al cliente) como es posible, transportando una carga Q en cada una, hasta que la demanda remanente del clientes es menor que Q.*

Archetti, Savelsbergh y Speranza [2] demostraron la siguiente desigualdad:

$$\frac{z(VRP)}{z(SDVRP)} \leq 2$$

donde $z(VRP)$ es el costo de la solución del VRP y $z(SDVRP)$ es el costo de la solución del SDVRP. Este resultado expresa que existen casos en los cuales, si se permite particionar las demandas de los clientes se obtiene un 50 % en el ahorro del costo total de la solución.

Años más tarde Archetti et al. [3] a pesar de que habían hecho un análisis de la desigualdad anteriormente mencionada, decidieron enfocar tambien el análisis para ver qué es lo que pasaba con la reducción de las rutas requeridas para satisfacer las demandas de los clientes, ya que éste es el principal beneficio que se obtiene al permitir entregas divididas. De este estudio se tiene la siguiente desigualdad:

$$\frac{r(VRP)}{r(SDVRP)} \leq 2$$

donde $r(VRP)$ y $r(SDVRP)$ es el mínimo número de rutas requeridas para satisfacer la demanda de los clientes en una solución del VRP y del SDVRP respectivamente. Ellos también analizaron cuáles son las características principales que influyen en dicha desigualdad, concentrándose en los tres siguientes aspectos:

- Ubicación geográfica de los clientes.
- Demanda promedio de los clientes.
- Varianza de las demandas de los clientes.

Después del análisis realizado llegaron a las siguientes conclusiones:

- La reducción en el costo que se obtiene al permitir dividir las entregas se debe a la posibilidad de reducir la cantidad de rutas. Esta reducción tiene como beneficio adicional la necesidad de una flotilla de vehículos más pequeña.
- Los beneficios se obtienen cuando la demanda promedio d_p de los clientes se encuentra en el intervalo
$$0.5Q \leq d_p \leq 0.75Q$$
donde Q es la capacidad de los vehículos y además de la variación en la demanda de los clientes es relativamente pequeña.
- Los beneficios de permitir división en las entregas dependen principalmente de la relación entre la demanda promedio (d_p) y la capacidad de los vehículos y no parece depender principalmente de la ubicación geográfica de los clientes.

Archetti et al. [1] demostraron que el SDVRP con demandas enteras puede ser resuelto en tiempo polinomial cuando la capacidad de los vehículos es $Q \leq 2$, sin embargo para los casos en que $Q \geq 3$ el problema es NP-Duro.

En resumen en este capítulo se presenta el problema de ruteo de vehículos, en el cual se muestran las características principales que tienen los clientes, los vehículos y los objetivos, dependiendo cuales características tengan se determina la variante del VRP que debe aplicarse.

La variante del VRP que se presenta con mayor detalle es la del SDVRP, esta variante es fundamental para el problema de la empresa repostera que se está abordando en este trabajo de tesis. La diferencia esencial que existe entre el SDVRP y el VRP consiste en relajar la restricción de que el cliente sea visitado por un sólo vehículo, es decir, se permite que el cliente sea visitado por más de un vehículo. El SDVRP obtiene ahorros significativos frente al VRP, cuando las demandas de los clientes se encuentran dentro del siguiente intervalo

$$0.5Q \leq d_p \leq 0.75Q$$

donde Q es la capacidad de los vehículos, a esta importante conclución llegaron Archetti et al. [3].

Capítulo 3

Formulación Matemática

El problema que se está abordando en este trabajo de tesis surge al norte de España en una empresa repostera, la cual debe repartir sus productos desde un depósito central a las delegaciones. Actualmente la empresa hace un diseño de rutas día a día, sin embargo el personal de logística se comenzó a dar cuenta que algunos camiones no van llenos en su totalidad.

El primer punto de vista desde el cual se trabajó el problema de la repostería fue mediante el problema de ruteo de vehículos con flexibilidad en la fecha de entrega [15], o sea, permitiendo que las demandas sean satisfechas en días anteriores a la fecha inicialmente propuesta.

En este trabajo de tesis lo que se pretende realizar es abordar la solución a este problema bajo la filosofía de que se pueda particionar las entregas a los clientes, lo que conlleva a modelarlo como un SDVRP. En este capítulo se presenta la formulación matemática para el problema que se estudia en esta tesis la cual se basa en la formulación matemática para el Problema de Ruteo de Vehículos con Entregas Divididas (SDVRP) que fue propuesta por Archetti et al. [4].

En los modelos matemáticos para los problemas de ruteo de vehículos se imponen restricciones para la eliminacíon de subtours, las cuales son de cardinalidad exponencial, como pudimos ver en la sección 2.1 de este trabajo. En el modelo de Archetti et al. [4], hacen uso de estas restricciones de eliminación de subtour y cuando se tienen conjuntos de nodos muy grandes no es posible enumerarlas.

Existen restricciones de cardinalidad polinomial, las cuales en primera instancia fueron creadas para el TSP [17] y años más tarde fueron adecuadas para el Problema de Ruteo de Vehículos Capacitado Asimétrico (ACVRP por sus siglas en inglés) [12]. Estas son llamadas restricciones de capacidad y corte las cuales serán adaptadas para el problema que aquí se aborda y serán incluidas en la segunda formulación matemática que se presentará.

3.1 Modelo Matemático del SDVRP con Restricciones Exponenciales para la Eliminación de Subtour

Una de las formulaciones matemáticas para resolver de manera exacta el SDVRP la propusieron Archetti et al. [4]. Los supuestos en los que está basada esta formulación matemática son los siguientes:

- C matriz de costos sobre el conjunto de aristas, donde c_{ij} representa el costo no negativo asociado al ir del vértice i al vértice j. Esta matriz es simétrica.
- La matriz de costos satisface la desigualdad triangular, esto es

  $$c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj}$$

  para todos los nodos del grafo.
- La demanda d_i de cada cliente es un valor entero.
- La capacidad de cada vehículo es $Q \in Z^+$

Para establecer la formulación matemática se definirá un grafo $G = (V, E)$, con el conjunto $V = \{0, \ldots, n\}$, donde 0 denota el depósito mientras que los demás vértices son los clientes, E es el conjunto de aristas. La matriz de distancias se forma con los valores c_{ij} que representan la distancia de ir del cliente i al cliente j.

Cada cliente tiene asociado una demanda entera d_i con $i \in V\backslash\{0\}$. Se cuenta con un número ilimitado de vehículos, cada uno con capacidad $k \in Z^+$. Sin embargo, consideraremos una cota superior m para el número de vehículos a utilizar para poder servir a los clientes. Una cota superior que podemos utilizar es $\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$.

Para formular el problema con un modelo lineal entero mixto se hará uso de las siguientes variables de decisión:

$$x_{ij}^v = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } v \text{ viaja directamente de } i \text{ a } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$y_{iv} = \text{Cantidad de la demanda del cliente } i \text{ entregada por el vehículo } v$$

El modelo matemático de SDVRP propuesto por Archetti et al. [4] es el siguiente:

$$Min \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \sum_{v=1}^{m} c_{ij} x_{ij}^v$$

sujeto a

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{v=0}^{m} x_{ij}^v \geq 1 \qquad j = 0, \ldots, n \tag{3.1}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ip}^v - \sum_{j=0}^{n} x_{pj}^v = 0 \qquad p = 0, \ldots, n; v = 1, \ldots, m. \tag{3.2}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij}^v \leq |S| - 1 \qquad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}, S \neq \emptyset \tag{3.3}$$

$$y_{iv} = d_i \sum_{j=0}^{n} x_{ij}^v \qquad i = 1, \ldots, n; v = 1, \ldots, m. \tag{3.4}$$

$$\sum_{v=1}^{m} y_{iv} = d_i \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{3.5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{iv} \leq k \qquad v = 1, \ldots, m. \tag{3.6}$$

$$x_{ij}^{v} \in \{0, 1\} \qquad i = 0, \ldots, n; j = 0, \ldots, n; v = 1, \ldots, m. \tag{3.7}$$

$$y_{iv} \geq 0 \qquad i = 1, \ldots, n; v = 1, \ldots, m. \tag{3.8}$$

Donde la ecuación (3.1) establece que al menos un vehículo debe visitar a cada cliente, (3.2) son resticciones de conservación de flujo, que indican que el número de vehículos que salen del depósito tienen que retornar a él, (3.3) son las restricciones de eliminación de subtour; (3.4) impone que el cliente i puede ser servido por el vehículo v si y sólo si v pasa por i, (3.6) asegura que la demanda completa de cada cliente es satisfecha en su totalidad, (3.7) impone que la cantidad entregada en cada viaje no exceda la capacidad del vehículo.

Note que las restricciones (3.3) son de cardinalidad exponencial. Esto hace que cuando el conjunto de nodos es muy grande, sea prácticamente imposible enumerarlas. Estas restricciones son las que hacen difícil el problema, por lo cual se sugiere sustituirlas por una familia de restricciones de cardinalidad polinomial [20], lo cual se desarrollará en la siguiente sección.

3.2 Modelo Matemático del SDVRP con Restricciones Polinomiales para la Eliminación de Subtour

Para evitar la enumeración de un número exponencial de restricciones Miller et al. [17] desarrollaron las siguientes restricciones en el contexto del TSP. Utiliza las variables continuas u_i para definir el orden en cual cada vértice i es visitado en el tour.

La restricción de eliminación de subtours se establece como:

$$u_i - u_j + (n+1)x_{ij} \leq n - 2, \qquad i, j = 2, \ldots, n \tag{3.9}$$

$$1 \leq u_i \leq n-1, \qquad i = 2, \ldots, n \tag{3.10}$$

Posteriormente estas restricciones fueron generalizadas para el problema de ruteo de vehículos capacitado asimétrico (ACVRP por sus siglas en inglés) [20] de la siguiente forma:

$$u_i - u_j + Qx_{ij} \leq Q - d_j \qquad \forall i,j \in V \setminus \{0\} \;\; i \neq j, \tag{3.11}$$

$$\text{tal que} \;\; d_i + d_j \leq Q.$$

$$di \leq u_i \leq Q \qquad \forall i,j \in V \setminus \{0\} \tag{3.12}$$

donde u_i, $i \in V\{0\}$, son variables continuas adicionales que representan la carga del vehículo después de visitar al cliente i.

Sin embargo, estas restricciones necesitan ser todavía adecuadas para que puedan ser utilizadas en el contexto de un SDVRP. En el conjunto de restricciones de capacidad y corte que se mostraron anteriormente, los clientes son visitados por un solo vehículo, para adecuarlas al SDVRP se tiene que tomar en cuenta que el cliente puede ser visitado por más de un vehículo, es decir, la demanda de los clientes puede ser particionada en cuantos vehículos sea necesario y así abastecerla en su totalidad, por lo cual en las restricciones se debe tomar en cuenta la variable y_{jv}, la cual denota la cantidad de la demanda del cliente j entregada por el vehículo v, esto hace que la complejidad del nuevo conjunto de restricciones de capacidad y corte para el SDVRP sea mayor.

Las restricciones de capacidad y corte queda entonces de la siguiente forma:

$$u_{iv} - u_{jv} + Qx_{ij}^{v} \leq Q - y_{jv} \qquad \forall i,j \in V \setminus \{0\} \;\; i \neq j, v = 1, \ldots, m. \tag{3.13}$$

$$d_i \leq u_{iv} \leq Q \qquad \forall i \in V \setminus \{0\}, v = 1, \ldots, m. \tag{3.14}$$

donde u_{iv}, $i \in V\{0\}, v = 1, \ldots, m$, son variables continuas adicionales que representan la carga del vehículo después de visitar al cliente i.

Con esto el modelo matemático queda expresado de la siguiente forma:

$$Min \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \sum_{v=1}^{m} c_{ij} x_{ij}^{v}$$

sujeto a

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{v=0}^{m} x_{ij}^{v} \geq 1 \qquad j = 0, \ldots, n. \tag{3.15}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ip}^{v} - \sum_{j=0}^{n} x_{pj}^{v} = 0 \qquad p = 0, \ldots, n; v = 1, \ldots, m. \tag{3.16}$$

$$u_{iv} - u_{jv} + Qx_{ij}^{v} \leq Q - y_{jv} \qquad \forall i, j \in V \setminus \{0\} \;\; i \neq j, v = 1, \ldots, m. \tag{3.17}$$

$$d_i \leq u_{iv} \leq Q \qquad \forall i \in V \setminus \{0\}, v = 1. \ldots, m. \tag{3.18}$$

$$y_{iv} = d_i \sum_{j=0}^{n} x_{ij}^{v} \qquad i = 1, \ldots, n; v = 1, \ldots, m. \tag{3.19}$$

$$\sum_{v=1}^{m} y_{iv} = d_i \qquad i = 1, \ldots, n. \tag{3.20}$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{iv} \leq Q \qquad v = 1, \ldots, m. \tag{3.21}$$

$$x_{ij}^{v} \in \{0, 1\} \qquad i = 0, \ldots, n; j = 0, \ldots, n; v = 1, \ldots, m. \tag{3.22}$$

$$y_{iv}, u_{iv} \geq 0 \qquad i = 1, \ldots, n; v = 1, \ldots, m. \tag{3.23}$$

El número de variables para este modelo depende de la cantidad de vehículos y clientes que se tengan. En forma general este modelo hace uso de $n^2m + nm$ variables binarias y de $2nm$ variables continuas. El número total de restricciones es $n^2m + 2(n + m) + 3mn + 1$, donde n es el número de clientes y m el número de vehículos utilizados.

Este modelo se validó con instancias de 4, 5, 6 clientes, los resultados se mostrarán en el capítulo de Experimentación computacional.

En este capítulo se presentó la formulación matemática para el SDVRP propuesta por Archetti et al. [4], de la cual se desprende una variante donde las restricciones de eliminación de subtour de cardinalidad exponencial son remplazadas por el conjunto de restricciones de capacidad y corte adecuadas para el SDVRP, las cuales son de cardinalidad polinomial.

Capítulo 4

Descripción de la metodología de solución

Como se comentó en el capítulo 2, SDVRP es un problema NP-Duro. Con la formulación matemática para el SDVRP establecida por Archetti et al. [4], se pueden obtener soluciones exactas en cuestión de segundos para instancias de 6 a 10 clientes, sin embargo para instancias entre 11 y 15 clientes, el tiempo para obtener una solución exacta oscila ya entre una hora y cuatro días.

La formulación propuesta en el capítulo 3 con las restricciones polinomiales de capacidad y corte, se obtienen soluciones en cuestión de segundos para instancias de 4 a 6 clientes, caso contrario para instancias de 7 clientes en adelante, el tiempo puede llegar a 2 días.

Dado que en la práctica se trabaja con instancias de más de 50 clientes, resolver estas instancias de manera exacta no es una opción viable ya que podrían pasar meses ó hasta años para poder obtenerla.

Para dar solución a este tipo de problemas, se han desarrollado métodos heurísticos y en los últimos años se han desarrollado métodos metaheurísticos. Los métodos anteriormente mencionados se utilizan para obtener soluciones aproximadas de buena calidad en una forma rápida. Como se comentó en el capítulo dos, los algoritmos publicados que mejor desempeño tienen son el propuesto por Archetti et al [4], por ello la metodología de solución que desarrollaremos para resolver el problema bajo estudio utiliza ideas del algoritmo propuesto por Archetti et al. [4].

4.1 Descripción general de la metodología de solución

La metodología que se está proponiendo, como una alternativa de solución al problema de la repostería, consiste en un Algoritmo Multi-Arranque. Los Algoritmos Multi-Arranque alternan una fase en la cual se generan soluciones iniciales factibles y otra fase donde se mejoran estas soluciones. El proceso se repite hasta que se cumpla el criterio de parada. A continuación se muestra un bosquejo del algoritmo:

$c^* := \infty$

Repetir(Condición de Parada)

  Fase 1 Generación de una solución

    Construir solución x_0.

  Fase 2 Mejora de la solución

    Aplicar método de mejora a la solución x_0.

    Sea x_0' la solución obtenida.

  if $f(x_0') < c^*$ entonces

    $x^* := x_0'$

    $c^* := f(x_0')$

En la fase I utilizaremos el método de Beasley [7] para la construcción de una solución inicial factible, el cual es una heurística que pertenece a la clase Rutear Primero y Agrupar Después (First Routing-Cluster Second). El método genera aleatoriamente un tour dirigido el cual comienza y termina en el déposito e incluye a todos los clientes. Seguidamente el tour se particiona de manera óptima en rutas factibles definiendo adecuadamente un problema de ruta más corta en un grafo auxiliar. Una explicación más detallada del Método de Beasley se ofrece en el

Apéndice A.

La fase II, la fase de mejora, está basada en la Búsqueda Tabú propuesta por Archetti et al. [4]. Búsqueda Tabú (B.T.) es una metaheurística que guía un procedimiento heurístico de búsqueda local para explorar el espacio de solución más allá de la optimalidad local. Para ello hace uso de estructuras de memoria adaptativa que mantienen una historia selectiva de los estados encontrados durante la búsqueda y en concordancia con ello reemplaza el entorno de la solución actual por un entorno modificado. Más detalles sobre la metaheurística B.T. pueden encontrarse en [16].

4.2 Construcción de una Solución Inicial Factible: Fase 1 del Método Multi-Arranque

Dada una instancia del problema, se crea una instancia reducida (Ir) en la cual la demanda d_i de cada cliente i será menor que la capacidad Q de los vehículos. El algoritmo para construir una solución factible es como sigue:

1. Crear $\lfloor \frac{d_i}{Q} \rfloor$ viajes directos para cada cliente i y considerar (Ir) en la cual cada cliente tiene una demanda igual a $d_i - Q\lfloor \frac{d_i}{Q} \rfloor$.

2. Después de crear los viajes directos para cada cliente i, remover los clientes con demanda igual a cero, si hubiere.

3. Con los clientes que tienen demanda estrictamente positiva, construir una solución factible para (Ir), mediante el Método de Beasley.

La solución inicial factible está conformada con el conjunto de rutas que se obtuvieron para Ir y con el conjunto de las rutas de los viajes directos que se crearon de los clientes con demanda mayor ó igual que la capacidad del vehículo. Con la unión de estos dos conjuntos se tiene una solución inicial factible.

4.3 Mejora de la Solución Construida: Fase 2 del Método Multi-Arranque

Como se comentó anteriormente, el algoritmo de mejora que utilizaremos en esta fase se basa en la Búsqueda Tabú propuesta por Archetti et al. [4].

A continuación se describe el algoritmo principal de esta fase, el cual es un algoritmo estándar de Búsqueda Tabú que finaliza cuando se alcanzan n_{max} iteraciones sin mejorar la mejor solución encontrada hasta el momento.

El movimiento utilizado para generar un vecino a partir de una solución consiste en insertar un cliente i en una ruta r y eliminarlo de un subconjunto de rutas que lo visitan. Para ello, el conjunto de rutas que visitan a cada cliente se ordena de acuerdo al ahorro que se obtendría si ese cliente fuera eliminado de esa ruta. A este procedimiento lo llamaremos $OrderRoutes(i)$ y el conjunto ordenado se denotará O_i. La inserción de un cliente i en una ruta r se hace de acuerdo a la heurística de inserción más barata, la cual es descrita a detalle en el Apéndice B.

Cuando un cliente i es insertado en una ruta r se considera tabú eliminar al cliente i de la ruta r por θ iteraciones y también se considera que la ruta r es tabú para el cliente i. También, cuando un cliente i es eliminado de una ruta u se considera tabú volver a reinsertar al cliente i en la ruta u por θ iteraciones y se dice que u es tabú para i.

Las restricciones tabú definidas anteriormente puede ser muy fuertes y prohibir buenas soluciones vecinas. Por esta razón, se considera la posibilidad de eliminar a un cliente i de rutas que son tabú para i e insertar i en una ruta r que es tabú para i. El vecino sólo es aceptado si conduce a una mejor solución que la encontrada hasta el momento (Criterio de aspiración por calidad).

De acuerdo a las pruebas realizadas por los Archetti et al [4] los valores de θ dependen de la cantidad n de clientes y de la cantidad g de rutas en la solución actual

s producen mejores soluciones. Por lo tanto los valores recomendados para elegir θ es: generar un valor aleatorio en el intervalo $[\sqrt{10}, \sqrt{10+p}]$, donde p se calcula de la siguiente forma:

$$p = \begin{cases} n+g & \text{si} \quad n+g < 100 \\ \\ \frac{3}{2}(n+g) & \text{si} \quad n+g \geq 100 \end{cases}$$

- d_{ir} la cantidad entregada al cliente i en la ruta r.
- $f(s)$ el costo de una solución s, medido como la distancia total recorrida.
- R conjunto que contiene todas las rutas más una nueva ruta (que no visita a ningún cliente).
- $U_i^T = \{u \in O_i | u \text{ es tabú para } i\}$.

Dado un cliente i el procedimiento de $BestNeighbor(i)$ que describiremos enseguida determina un vecino candidato s_i. Este procedimiento es ejecutado para cada cliente y se ejecuta un movimiento a partir de la solución actual s al mejor vecino entre $s_1, ..., s_n$. En lo que sigue utilizaremos la siguiente notación:

4.3.1 Procedimiento $BestNeighbor(i)$:

1. BestValue = ∞, O_i = Order Routes(i)
2. Para cada ruta r en R

   2.1 Eliminar de rutas no tabú e insertar en rutas no tabú.

      1. Si r no es tabú para i entonces $\rho := \rho_r$, $U := \emptyset$ sino ir a 2.2.
      2. Considerar todas las rutas $u \in O_i - \{r\}$ según el orden definido en O_i. Si u no es tabú para i y $d_{iu} \leq \rho$ entonces $U := U \cup \{u\}$, $\rho := \rho - d_{iu}$.
      3. Si $U = \emptyset$ entonces $F := \infty$, si no sea s' la solución que se obtiene a partir de s eliminando i de todas las rutas de U e insertando i en r, $d_{ir} := d_{ir} + \sum_{u \in U} d_{iu}$, $F = f(s')$

4. Si $U = \emptyset$, sea u la primer ruta no tabú para i en $O_i - \{r\}$ conjunto: $U := \{u\}$ y considerar la solución s' que se obtiene insertando i en r, $d_{iu} := d_{iu} - \rho$, $d_{ir} := d_{ir} + \rho$, $F = f(s')$.
5. Si $F < BestValue$ entonces $U^* := U$, $r^* := r$, $BestValue := F$, $s_i := s'$

2.2 Eliminar de rutas tabú y/o insertar en rutas tabú

1. Si r es tabú para i ó U_i^T contiene una ruta r con $d_{iu} \leq \rho_r$ entonces $\rho := \rho_r$ y $U := \emptyset$, si no volver a 2.1 con la próxima ruta $r \in R$. Si r es tabú para i entonces $U = \emptyset$ si no, determinar la primer ruta u en U_i^T (según el ordenamiento en O_i) tal que $d_{iu} \leq \rho_r$ y $U := \{u\}$, $\rho := \rho_r - d_{iu}$.
2. Considerar todas las rutas $u \in Oi - (U \cup \{r\})$ según el orden definido en O_i. Si $d_{iu} \leq \rho$ entonces $U := U \cup \{u\}$, $\rho := \rho - d_{iu}$.
3. Si $U = \emptyset$ entonces $F := \infty$, si no, sea s' la solución que se obtiene a partir de s eliminando i de todas las rutas en U e insertando i en r, $d_{ir} := d_{ir} + \sum_{u \in U} d_{iu}$,$F = f(s')$
4. Si $F < BesValue$ y $F < f(s^*)$ entonces $U^* := U$,$r^* := r$, $BestValue := F$,$s_i := s'$
5. Volver a 2.1 con la próxima ruta $r \in R$

El procedimiento $BestNeighbor(i)$ es invocado para cada uno de los clientes en la fase II del método multiarranque, determina para cada uno de ellos la vecindad candidata. Se realiza un movimiento de la solución actual a la mejor vecindad entre las candidatas.

Habiendo detallado el procedimiento $BestNeighbor(i)$, la fase II del método multiarranque es un algoritmo estándar de Búsqueda Tabú, el cual termina cuando se alcanzan n_{max} iteraciones sin mejorar la solución encontrada hasta el momento, Archetti et al. [4] el valor que recomiendan para n_{max} es de $400n$, siendo n el número de clientes.

La fase II puede quedar ahora descrita de la siguiente forma:

1. Sea s la solución inicial generada (por la fase I)

    1.1 $s^* := s$ y $count := 0$.

2. $Best = \infty$

    2.1 Para i=1 hasta n hacer

    2.2 $BestNeighbour(i)$

    - Si $f(s_i) < Best$ entonces
        - $BestI := i$
        - $BestU := U^*$
        - $Bestr := r^*$
        - $BestS := s_i$
        - $BestF := f(s_i)$

3. $s := BestS$

    3.1 Considerar $Bestr$ y todas las rutas de $BestU$ como tabú para $BestI$ durante θ iteraciones

    3.2 Si $BestF < f(s^*)$ entonces $s^* := s$, $count := 0$

    3.3 si no $count := cont + 1$

    3.4 Si $count < n_{max}$ ir a 2 si no parar

En este capítulo se detalló la metodología de solución la cual consiste en un método multiarranque, el cual está conformado por dos fases, la fase I consiste en la construcción inicial factible por medio del método de Beasley [7] y la fase II consiste en un algoritmo estándar de Búsqueda Tabú.

En la fase I del método multiarranque se genera un tour aleatoriamente para la solución inicial factible. La ventaja de utilizar un método multiarranque es que permite explorar el espacio de solución desde diferentes puntos, por lo tanto se hace un barrido más detallado del espacio de solución.

Capítulo 5

Experimentación

Con el objetivo de evaluar el desempeño de la metodología de solución diseñada en este trabajo, se realizó un grupo de experimentos computacionales los cuales se describirán en este capítulo.

Este estudio computacional consistió en los siguientes dos experimentos:

En el experimento 1 primeramente se ofrece una comparación de los resultados obtenidos por el VRP con los obtenidos por el SDVRP para mostrar las bondades de permitir particionar las demandas. También se realiza una comparación de los resultados obtenidos por el algoritmo metaheurístico desarrollado en este trabajo con los resultados exactos para instancias pequeñas utilizando el modelo descrito en el capítulo tres.

En el experimento 2 se realiza una comparación entre los resultados obtenidos con la metodología propuesta en este trabajo y las soluciones entregadas por la metodología de flexibilidad en la fecha de entrega desarrollada por García [15] en instancias pseudoreales.

Para ello, el algoritmo fue implementado en Lazarus (ver 9.30), versión libre de Delphi. El experimento 1 fue realizado haciendo uso de Cplex 11.2 en una Sun Fire V440, conectado a 4 Procesadores de 1602 Hhz, Ultra SPARC III con 1 MB DE CACHE y Memoria de 8 GB. El experimento 2 fue realizado en una computadora personal con las siguientes características: Intel Pentium Dual CPU T3400 a 2.16GHz.

Las instancias que se utilizaron para cada experimento fueron diferentes y se describen a continuación.

5.1 Descripción de las Instancias

Para efectuar la experimentación se utilizaron instancias de dos tipos. Las instancias utilizadas para el experimento 1 fueron generadas de manera aleatoria y como se comentó se utilizaron para validar la modelación matemática del problema y a la vez comprobar la eficiencia del algoritmo que se está proponiendo. Para el experimento 2 se utilizaron las instancias reportadas en [15].

5.1.1 Instancias para el Experimento 1

- Las localizaciones de los clientes fueron generadas aleatoriamente en el plano cartesiano en la región $[-100, 100] \times [-100, 100]$; el depósito tiene coordenadas $(0, 0)$.
- El número de clientes $n \in \{4, 5, 6\}$.
- La matriz de costos se forma con las distancias euclideanas redondeadas.
- Las demandas se generaron en el intervalo $[0.5 * Q, 0.75 * Q]$, donde Q es la capacidad de los vehículos. Se consideran varios valores para $Q : 30, 40, 50, 60, 70$.

5.1.2 Instancias para el Experimento 2

Las instancias usadas en este experimento (instancias pseudo-reales), se generaron considerando como localizaciones algunas de las ciudades de España a donde la empresa envía producto desde la fábrica. Los datos son de la siguiente forma:

- Las localizaciones se ubican geográficamente en diversas poblaciones en el norte de España, el depósito central se ubica en Briviesca, Burgos, donde se encuentra

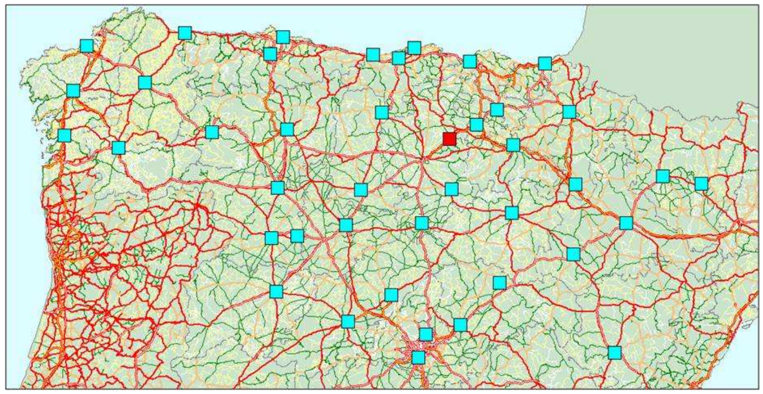

Figura 5.1: Centros de distribución. Déposito en rojo

la fábrica.

- Las distancias entre localizaciones son las distancias por carreteras.
- La capacidad de los vehículos se fija en $Q = 30$.
- La demanda de cada pedido se genera aleatoriamente entre 1 y Q_{max}, donde $Q_{max} = 22$
- El número de clientes son $n = 41$
- Se toman 41 ciudades a las que se envían los pedidos, si todas las ciudades requieren sólo un pedido por semana se considera que se trabaja con un grafo de 42 nodos al contar del depósito.

5.2 Experimento 1: Comparación con las soluciones exactas

Para la validación del modelo matemático descrito en la sección 3.2 se resolvió un conjunto de 15 instancias, con cantidad de clientes variando entre 4 y 6. A la par las mismas instancias fueron resueltas usando el modelo matemático para el VRP. Se compararon los resultados obtenidos del SDVRP con el VRP, para mostrar el ahorro que se genera al utilizar la metodología de particionar las demandas de los clientes, es decir, que más de un vehículo pueda abastecer a cada cliente.

En la tabla 5.1 se presentan los resultados de las comparaciones de resolver un SDVRP y un VRP para cada instancia.

n	Q	Solución del VRP	Número de vehículos utilizados	Solución del SDVRP	Número de vehículos utilizados
4	30	266	4	236	3
4	40	308	4	265	3
4	50	396	4	301	3
4	60	56	4	49	3
4	70	138	4	109	3
5	30	536	5	488	3
5	40	104	5	92	3
5	50	86	5	81	4
5	60	108	5	88	3
5	70	514	5	427	4
6	30	88	6	79	4
6	40	1664	6	1277	4
6	50	727	5	621	4
6	60	1358	6	1173	4
6	70	1048	6	816	4

Tabla 5.1: Comparación de resultados de los modelos matemáticos

Se puede observar en dicha tabla que se logra una reducción significativa en la distancia total recorrida para cada una de las instancias al resolver el SDVRP, mientras que la distancia total recorrida resolviendo un VRP para cada instancia es mayor. También se observa ahorro en el número de vehículos utilizados en el SDVRP. Los tiempos en los cuales se obtuvo la solución de cada una de las instancias oscila en segundos.

En la tabla se muestra la comparación de los resultados obtenidos utilizando el método multiarranque con los resultados exactos obtenidos con el modelo mátematico propuesto en el capítulo 3. Como se puede ver en la tabla el método propuesto obtiene las soluciones óptimas en todas las instancias pequeñas.

n	Q	Multi-arranque	Modelo Matemático SDVRP
4	30	236	236
4	40	265	265
4	50	301	301
4	60	49	49
4	70	109	109
5	30	488	488
5	40	92	92
5	50	81	81
5	60	88	88
5	70	427	427
6	30	79	79
6	40	1277	1277
6	50	621	621
6	60	1173	1173
6	70	816	816

Tabla 5.2: Comparación de resultados obtenidos por el Método Multiarranque y la solución exacta.

5.3 Experimento 2: Comparación con las soluciones que permiten flexibilidad en la fecha de entrega

n	Q	Solución Compañía	Solución Adelantando Pedidos		Solución Permitiendo Particionar		
		Costo	Costo	Número Máx Vehículos Usados	Costo	Número Vehículos	Clientes Particionados
42	30	129963	110012	23	129713	20	0
42	30	135835	118809	23	130729	19	2
42	30	138363	120425	23	133031	21	1
42	30	134129	124319	23	121047	19	5
42	30	136792	113842	23	133124	17	1

Tabla 5.3: Comparación de resultados con los diferentes métodos de solución

Para las instancias del tipo 2 se realizan experimentos para comparar con la metodología propuesta en el trabajo de tesis de García [15] la cual permite la flexibilidad en las fechas de entrega. Los resultados que se muestran en la tabla 5.3 para el método de flexibilidad en las fechas de entrega, fueron obtenidos permitiendo a lo más un día de adelanto para cada uno de los pedidos de las delegaciones.

Las intancias del tipo 2 son instacias pseudo-reales, donde las demandas de los clientes son generadas entre 1 y Q_{max}, donde $Q_{max} = 22$. Se puede observar en los resultados que se muestran en la tabla 5.3, que el Método Multiarranque en cada una de las instancias obtiene un menor valor en la distancia total recorrida que la solución que actualmente implementa la compañía. Ahora bien no se mejoró la distancia total recorrida con respecto al Método de Flexibilidad. Esto sucede ya que la naturaleza de las instancias no es favorable para explotar al 100 % la teoría del SVDRP, ya que para obtener un ahorro significativo en la distancia total recorrida las demandas de los clientes deben estar en el $[0.5Q, 0.75Q]$, donde Q es la capacidad de los vehículos.

También se muestra en la tabla anterior el ńumero de clientes con demanda particionada. A pesar que el número de clientes es pequeño el ahorro si tiene impacto frente a la solucón del VRP.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo se estudió una problemática real, que se presentó en una empresa repostera, la cual se encuentra ubicada en el norte de España. Esta empresa distribuye sus productos a un conjunto de delegaciones dispersas geográficamente y desea diseñar sus rutas, de tal manera que se minimicen los costos de transportación.

Actualmente la empresa realiza un ruteo de vehículos diario, esto es, con las órdenes solicitadas para cada día resuelve un VRP. Cada pedido es abastecido por un solo vehículo, para que la cuadrilla de descargue solamente sea utilizada una vez, el pedido se entrega el día que fue solicitado. Los encargados de logística consideran que los costos de trasportación son excesivos, debido fundamentalmente a que los vehículos no son utilizados a su máxima capacidad.

El primer estudio realizado para esta empresa en un trabajo previo consistió en asumir flexibilidad en la fecha de entrega del producto, es decir, permitir que las demandas sean satisfechas en días anteriores a la fecha inicialmente propuesta por la delegación. Los resultados arrojados por ese estudio fueron satisfactorios en cuanto a la disminución de la distancia recorrida. Sin embargo se incurre en costos de almacenamiento y por otra parte esta opción de recibir los productos con anticipación no siempre es bien vista por todas las delegaciones para algunos tipos de productos.

El punto de vista desde el cual se abordó la problemática de la empresa en este trabajo es mediante el problema de ruteo de vehículos con entregas divididas (SDVRP). Esta variante del VRP permite que los clientes sean abastecidos por más de un vehículo y esto contribuye a disminuir las distancias recorridas y el número de vehículos utilizados. El permitir que más de un vehículo abastezca a los clientes, generará un costo adicional ya que las cuadrillas de descargue serán utilizadas más de una vez, sin embargo en este caso la empresa asume este costo adicional.

6.1 Conclusiones

En este trabajo se diseñó e implementó un algoritmo de solución basado en metaheurísticas. Específicamente se desarrolló un método multiarranque que en una primera fase construye una solución al problema y en una segunda fase la mejora utilizando búsqueda tabú. Los experimentos realizados mostraron que el método de solución propuesto en este trabajo arroja buenos resultados. Para instancias pequeñas siempre obtuvo la solución óptima.

Al analizar los resultados obtenidos sobre instancias pseudo-reales y comparar con los resultados actuales de la compañía vemos que si se permite particionar las entregas, disminuye el costo de la trasportación y el número de vehículos utilizados, lo cual es de gran importancia ya que se eliminan costos por renta de vehículos, pago de choferes, etc., por lo tanto la empresa estaría ahorrando mucho más.

Si bien los resultados de la propuesta de adelantar la entrega de los pedidos (realizado en el trabajo de García [15]) son mejores en cuanto a distancia recorrida que los resultados que se obtienem al permitir particionar las entregas, se debe tener en cuenta que el permitir adelantar pedidos genera un costo de almacenamiento. Este costo depende de la cantidad de producto que se le adelante a cada uno de las delegaciones. Más aún, como comentamos anteriormente, no siempre es aceptado con gusto recibir productos de repostería en fechas anteriores a las solicitadas.

Como parte del estudio realizado debemos mencionar que la naturaleza de las instancias con las que se trabajó, no es favorable para explotar la teoría de particionar las demandas de los clientes. Para que se pueda obtener un ahorro significativo en la distancia total recorrida, la demanda de los clientes debe estar en el intervalo $[0.5Q, 0.75Q]$, donde Q es la capacidad de los vehículos.

Con relación al número de vehículos utilizados la metodología de particionar las demandas siempre entrega en general resultados mejores.

6.2 Trabajo Futuro

En el desarrollo de este trabajo solo se consideró el permitir particionar las demandas y se vió que el número de vehículos utilizados se disminuye. Sin embargo no se tuvo en cuenta en el estudio el costo en que se incurre por utilizar varias veces las cuadrillas de descargue.

Por otra parte en la metodología de permitir adelantar pedidos se logran disminuciones importantes en la distancia recorrida pero se incurre en un costo de almacenamiento.

Por lo tanto se amerita un estudio multiobjetivo, donde se tomen en cuenta los siguientes objetivos:

1.- Costo de Trasportación.

2.- Costo de Almacenamiento.

3.- Costo de Particionar Demandas.

Esta es la principal línea de investigación futura que se deriva de este trabajo.

Apéndice A

Método de Beasley

El método genera aleatoriamente un gran tour dirigido el cual comienza y termina en el déposito, e incluye a todos los clientes llamado gran ruta. Seguidamente el tour se particiona de manera óptima en rutas factibles.

El último paso por detallar es cómo se obtiene una solución factible a partir de una gran ruta. Para ello se requiere dividir la gran ruta en subrutas que correspondan a rutas factibles, por ejemplo, supongamos que se tienen 7 clientes y como se mencionó anteriormente la ruta debe comenzar y terminar en el depósito el cual se denota por 0. Sea

$$\text{Gran Ruta} = 0 - 7 - 5 - 1 - 2 - 6 - 4 - 3 - 0$$

entonces se puede obtener una solución S dada por

$$S : \{0, 7, 5, 1, 2, 0\}, \{0, 6, 4, 3, 0\}$$

si se divide la gran ruta en el arco (2,6), siempre que las rutas

$$\{0, 7, 5, 1, 2, 0\} \quad \text{y} \quad \{0, 6, 8, 3, 5, 7, 0\}$$

satisfagan las restricciones del problema.

Para lograr la subdivisión de la gran ruta en rutas factibles de forma óptima se procede de la siguiente forma [7]. Consideremos la gran ruta

$$b_1 - b_2 - \ldots - b_n$$

Por simplicidad definamos $b_0 = 0$. Consideremos el grafo auxiliar $GR = (Nodo, Arco)$ donde $Nodo = 0, 1, 2, \ldots, n$ es el conjunto de nodos y $Arco = (i, j) : i < j, i, j \in Nodo$. Definamos también para todo $(i, j) \in Arco$

$$d_{ij} = \begin{cases} \text{Costo de la ruta que inicia en } \ 0, \text{visita los nodos } \ b_{i+1}, b_{i+2}, \ldots, b_j \\ \\ \infty \ \text{ en otro caso.} \end{cases}$$

Para obtener una división óptima en esta gran ruta, esto es, el conjunto de subrutas correspondientes a rutas con mínimo costo, podemos considerar el problema de la ruta más corta del nodo 0 al nodo n en el grafo GR, con los costos definidos en d_{ij} . Por ejemplo, si la solución del problema de la ruta mas corta es $0 - 4 - 7 - n$, entonces las rutas obtenidas son las siguientes

$$\{0, b_1, b_2, b_3, b_4, 0\}, \{0, b_5, b_6, b_7, 0\}, \{0, b_8, b_9, ...b_{n-1}, b_n, 0\}$$

Existen algoritmos rápidos y eficientes para resolver el problema de la ruta más corta, uno de los más conocidos y que ha probado su efectividad es el algoritmo de Dijkstra [6]. De esta forma se obtienen las soluciones factibles asociadas a la gran ruta.

Apéndice B

Heurística de Inserción más Barata

Un procedimiento de inserción más barata toma un subtour en k nodos en la iteración k e intenta determinar cuál de los nodos que no se encuentran en el subtour debería ser añadido al siguiente subtour (paso de selección) y entonces determina en qué parte del subtour debería ser insertado (paso de inserción)

Procedimiento:

1. Subgrafo que consta solamente del nodo i .
2. Encontrar nodo k tal que, c_{ik} sea mínimo y forme el subtour $i - k - i$.
3. Encuentre (i, j) en el subtour y k fuera del subtour, tal que se minimice

$$c_{ik} + c_{kj} - c_{ij}$$

   entonces insertar k entre i y j.

Bibliografía

[1] Archetti, C., R. Mansini y M. G. Speranza, «Complexity and Reducibility of the Skip Delivery Problem.», *Transportation Science*, págs. 182–187, 2005.

[2] Archetti, C., M. W. P. Savelsbergh y M. G. Speranza, «"Worst-case analysis for split delivery vehicle routing problems"», *Trasportation Science*, **40**(1), págs. 226–234, 2006.

[3] Archetti, C., M. W. P. Savelsbergh y M. G. Speranza, «To Split or Not to Split: That is the Question», *Elsevier*, **44**(1), págs. 114–126, 2008.

[4] Archetti, C., M. G. Speranza y A. Hertz, «A Tabu Search algorithm for the Split Delivery Vehicle Routing Problem», *Trasportation Science*, **40**(1), págs. 64–73, 2006.

[5] Archetti, C., M. G. Speranza y M. W. P. Savelsbergh, «An Optimization-Based Heuristic for the Split Delivery Vehicle Routing Problem.», *Transportation Science*, págs. 22–31, 2008.

[6] Bazaraa, M. S., J. Jarvis y H. Sherali, *Linera Programming and Networks Flows*, wiley interscience, hoboken, New Jersey.

[7] Beasley, J., «Route First - Cluster Second Methods for Vehicle Routing», *Omega*, **11**(4), págs. 403–408, 1983.

[8] Belenguer, J., M. Martinez y E. Mota, «A Lower Bound for the Split Delivery Vehicle Routing Problem», *Operations Research*, **48**(5), págs. 801–810, 2000.

[9] Chen, S., B. Golden y E. Wasali, «The Split Delivery Venicle Routing Problem: Applications, Algotithms, Test Problemns, and Computational Results», *Networks*, **49**(4), págs. 318–324, 2007.

[10] Clarke, G. y J. Wright, «Scheduling or vehicles from central depot to a number of delivery points», *Operations Research*, **12**(1), págs. 568–581, 1964.

[11] Dantzing, G. y J. Ramser, «The Truck Dispatching Problem», *Management Science*, **6**(1), págs. 80–91, 1959.

[12] Desrochers, M. y G. Laporte, «Improvements and extensions to de Miller-Tucker-Zemlin subtour elimination costraints», *Operations Research Letters*, **10**(1), págs. 27–36, 1991.

[13] Dror, M., G. Laporte y P. Trudeau, «Vehicle Routing with Split Deliveries», *Discrete Applied Mathematics*, **50**(1), págs. 239–254, 1994.

[14] Dror, M. y P. Trudeau, «Savings by split delivery routing», *Transportation Sciense*, **23**(1), págs. 141–145, 1989.

[15] García, I., *Un enfoque metaheurístico para un problema de ruteo con flexibilidad en las fechas de entrega*, Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, División de Estudios de Posgrado, 2010.

[16] Glover, F. y M. Laguna, *Tabu Search*, Kluwer Academic Publishers, Boston MA, 1997.

[17] Miller, C., A. W. Tucker y R. Zemlin, «Integer programmaminf formulations and traveling salesman problem», *Journal of the ACM*, **7**, págs. 326–329, 1960.

[18] Mullaseril, P., M. Dror y J. Leung, «Split-delivery routing heuristics in livestock feed distribution», *Operation Research*, **48**(1), págs. 107–116, 1997.

[19] Sierksma, G. y G. Tijssen, «Routing Helicopters for Crew Exchanges on Offshore Locations», *Annals of Operations Research*, **76**(5), págs. 261–286, 1998.

[20] Toth, P. y D. Vigo, *The Vehicle Routing Problem*, SIAM, Monographs on Discrete Mathematical and Applications, SIAM Philadelphia, 2002.

[21] Vicente Campos and Angel Corberán and Enrique Motal, «A Scatter Search Algorithm for the Split Delivery Vehicle Routing Problem.», *Reporte técnico*, Departamento de Estadística y Investigación Operativa, Universidad de Valencia España, http://www.uv.es/sestio/TechRep/tr08-07.pdf, 2007.

Ficha autobiográfica

Diana Guadalupe Salas Requenes

Candidato para el grado de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Sistemas
Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

Estudio de un problema de distribución de productos alimenticios permitiendo particionar las entregas

Nací en Saltillo, Coahuila el 20 de junio de 1987. Graduada en 2008 de la Universidad Autónoma de Coahuila como Licenciada en Matemáticas Aplicadas. Actualmente soy estudiante del Posgrado en Ingeniería de Sistemas de la Universidad Autónoma de Nuevo León en la Facultad de Ingeniería Mécanica y Eléctrica en donde realicé este trabajo de tesis bajo la supervisión de la Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás.