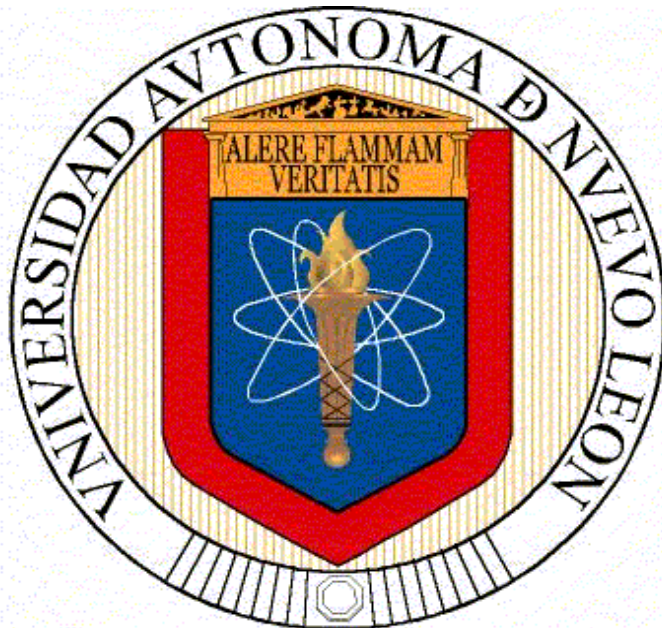


**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



TESIS

**REFLEXIÓN DE LUZ EN GUÍAS DE ONDA CON ESTRUCTURAS
CONFINANTES EN EL NÚCLEO.**

POR

FERNANDO AUGUSTO CARRANZA HERNÁNDEZ

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA CON
ORIENTACIÓN EN CONTROL AUTOMÁTICO.**

MONTERREY NUEVO LEÓN, MÉXICO, JULIO 2014

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



**REFLEXIÓN DE LUZ EN GUÍAS DE ONDA CON ESTRUCTURAS
CONFINANTES EN EL NÚCLEO.**

**Por
FERNANDO AUGUSTO CARRANZA HERNÁNDEZ**

**Como requisito parcial para obtener el grado de
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA ELÉCTRICA
CON ORIENTACIÓN EN CONTROL AUTOMÁTICO.**

JULIO 2014

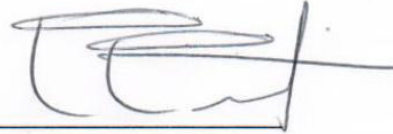
Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Subdirección de Estudios de Posgrado

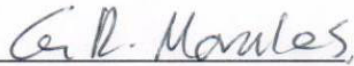
Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis "Reflexión de luz en guías de onda con estructuras confinantes en el núcleo", realizada por el alumno Fernando Augusto Carranza Hernández con número de matrícula 1337602, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con Orientación en Control Automático.

El comité de Tesis



Dra. Norma Patricia Puente Ramírez

Asesor



Dr. Gustavo Rodríguez Morales

Revisor

Dr. Víctor Manuel Coello Cárdenas

Revisor

Vo. Bo.

Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirector de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, julio 2014

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por la oportunidad de dejarme estudiar la maestría.

A mi asesora, la Dra. Patricia, en su apoyo y recomendaciones en el transcurso de esta Tesis.

A mis padres y mi hermana por su apoyo incondicional.

A mis compañeros de generación Carlos, Luis, Daniel, Lucia, Arely, Tania, Lupita por pasar un buen tiempo durante los estudios.

A la FIME y a CONACyT por brindarme esta oportunidad de estudio.

A mi Dios....

TABLA DE CONTENIDO

1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 OBJETIVOS	3
1.2 METODOLOGÍA.....	4
1.3 SINOPSIS DE LA TESIS	4
2 INTRODUCCIÓN A LAS GUÍAS DE ONDA Y TEORÍA DE REJILLAS DE BRAGG	6
2.1 INTRODUCCIÓN	6
2.2 PRINCIPIOS FÍSICOS DE GUÍA DE ONDA	7
2.2.2 <i>Reflexión total interna</i>	8
2.2.1 <i>Condición de auto consistencia</i>	8
2.3 CLASIFICACIÓN DE GUÍAS DE ONDA	9
2.3.1 <i>Guía de onda plana</i>	9
2.3.2 <i>Guía de onda de canal</i>	10
2.3.3 <i>Guía de onda cilíndrica</i>	10
2.4 PRINCIPIOS DE REJILLAS DE BRAGG	11
2.4.1 <i>Fotosensibilidad</i>	12
2.4.2 <i>Técnicas de fabricación</i>	13
2.4.3 <i>Propiedades de rejillas de Bragg</i>	15
2.5 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO	16
3 MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFERENCIA	17
3.1 INTRODUCCIÓN	17
3.2 BASES FÍSICAS DEL MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFERENCIA.....	18
3.2.1 <i>Ondas planas que inciden en ángulos oblicuos y polarización</i>	18
3.2.2 <i>Ecuaciones de Maxwell para el estudio de propagación de una onda plana uniforme</i>	20
3.2.3 <i>Matriz de propagación en un medio homogéneo</i>	23
3.2.4 <i>Matriz de propagación en una interfase</i>	24

3.2.5 <i>Deducción de las ecuaciones de Fresnel a partir de la matriz de propagación.</i>	25
3.2.6 <i>Transmitancia y Reflectancia</i>	26
3.2.7 <i>Funcionamiento del método de matriz de transferencia</i>	26
3.3 MATRIZ DE TRANSFERENCIA EN REJILLAS DE BRAGG	27
3.3.1 <i>Matriz de transferencia en un período de Bragg</i>	27
3.3.2 <i>Matriz de transferencia en una rejilla de Bragg</i>	27
3.4 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO	28
4 MÉTODO DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN	29
4.1 INTRODUCCIÓN	29
4.2 BASES FÍSICAS DEL MÉTODO DE LA MATRIZ S	30
4.2.1 <i>Amplitudes de campo electromagnético para la Matriz S.</i>	30
4.2.2 <i>Cálculo de los elementos de la matriz S</i>	32
4.2.3 <i>Propagación por un medio homogéneo y sin cambios en el área de sección transversal.</i>	34
4.2.4 <i>Estructuras en cascada con la matriz S</i>	35
4.2.5 <i>Balance de energía en la Matriz S</i>	37
4.3 MATRIZ S EN REJILLAS DE BRAGG.....	37
4.3.1 <i>Matriz S en un período de Bragg</i>	37
4.3.2 <i>Implementación de una rejilla de Bragg con el Método de la Matriz S</i>	38
4.4 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO	39
5 ESTRUCTURAS PERIÓDICAS, CUASI-PERIÓDICAS, Y CON ALEATORIEDAD	40
5.1 INTRODUCCIÓN	40
5.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	40
5.3 ESTRUCTURAS PROPUESTAS.....	43
5.4 ESTRUCTURAS PERIÓDICAS	44
5.5 ESTRUCTURAS CUASI-PERIÓDICAS.....	45
5.5.1 <i>Estructuras con serie Thue-Morse</i>	46

5.5.2 Estructuras con serie Fibonacci.....	47
5.6 ESTRUCTURAS CON ALEATORIEDAD	48
5.6.1 Estructura con índice de refracción aleatoria y longitud constante en la región A.....	49
5.6.2 Estructura con índice de refracción constante y longitud aleatoria en la región A.....	50
5.7 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO	51
6 RESULTADOS DE ESTRUCTURAS PROPUESTAS.....	52
6.1 INTRODUCCIÓN	52
6.2 PARÁMETROS INICIALES.....	52
6.3 REFLEXIÓN EN ESTRUCTURAS PROPUESTAS	55
6.4 ESTRUCTURAS PERIÓDICAS	57
6.5 ESTRUCTURAS CUASI-PERIÓDICAS.....	59
6.5.1 Estructuras Thue-Morse	59
6.5.2 Estructuras Fibonacci	61
6.6 ESTRUCTURAS ALEATORIAS	63
6.6.1 Estructura con índice de refracción aleatoria y longitud constante en la región A.....	63
6.6.2 Estructura con índice de refracción constante y longitud aleatoria en la región A.....	66
6.7 COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS DE ANÁLISIS	69
6.7.1 Inestabilidades numéricas en la magnitud de T con el MMT	69
6.7.2 Localización de la máxima reflectancia de la luz con la Matriz S	72
6.9 CONCLUSIONES DE CAPÍTULO.....	73
7 APLICACIONES.....	76
7.1 INTRODUCCIÓN	76
7.2 SENSORES ÓPTICOS.....	76
7.2.1 Ejemplo de aplicación con un sensor de temperatura	78
7.3 APLICACIONES COMPLEMENTARIAS.....	81
7.3.1 Láseres aleatorios.....	81

7.3.2 Filtros de luz	82
7.4 CONCLUSIONES DE CAPÍTULO.....	83
8 CONCLUSIONES	84
8.1 CONCLUSIONES	84
8.2 TRABAJO A FUTURO.....	86
BIBLIOGRAFÍA.....	87
ÍNDICE DE FIGURAS.....	92
ÍNDICE DE TABLAS	97

RESUMEN

En este trabajo se presenta un estudio numérico de la reflexión de la luz en guías de onda con estructuras intrínsecas al núcleo. Como estructuras, se indujeron modulaciones en el índice de refracción del núcleo de las guías de onda, en forma periódica, cuasi-periódica (Fibonacci y Thue-Morse) y aleatoria. El enfoque de aplicación está orientado a sensores ópticos de tensión y cambios de temperatura.

Se exponen los resultados utilizando el Método de la Matriz de Transferencia (MMT) y el Método de la Matriz de Dispersión (Matriz S). El MMT calcula los coeficientes de Fresnel. La Matriz S es un método más robusto que utiliza la sección transversal de la guía de onda. Los resultados (para ambos métodos) muestran que existen diversos espectros de reflexión que pudieran ser utilizados en la implementación de sensores ópticos. Se observan Bandas Prohibidas Fotónicas (Photonic Band-Gaps, PBG en inglés) con espectro delgado. Las estructuras Thue-Morse muestran características favorables para eliminar resonancia y bandas laterales en el espectro de reflexión. Las estructuras aleatorias proporcionan PBG's con localización variable y alta reflexión cercana a la longitud de Bragg. Las bandas delgadas formadas en la zona de máxima reflexión del espectro, pueden ser empleados como una especie de "regla para medir" en un sensor óptico.

Se concluye con la comparación en ambos métodos de los espectros de reflexión de las estructuras analizadas. Dependiendo la aplicación, se puede elegir la estructura más adecuada. Como trabajo a futuro sería implementar (fabricar) una estructura y realizar pruebas de reflexión.

Palabras clave: guías de onda, rejillas de Bragg, estructuras intrínsecas, sensores ópticos.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

A lo largo de los años la necesidad del ser humano para comunicarse ha ido evolucionando, de tal manera que antes la comunicación era con el habla y mímica a una distancia de algunos metros. Esto ha ido cambiando hasta llegar a una comunicación de una persona con otra en tiempo real, aunque este del otro lado del mundo. Hoy en día la comunicación es tan imprescindible que no solo es entre personas, sino también es necesario recibir información de fenómenos físicos y químicos para cuestiones de seguridad, salud, tecnología, etc. En las aplicaciones de la vida diaria se ha vuelto necesario cuantificar numéricamente y establecer una medición para cada situación cada vez más sofisticada. Esto ha llevado a desarrollar herramientas, medios y métodos para medir de manera más precisa y obtener la información generada a mayor velocidad. Es aquí donde aparece el término de un sensor o dispositivo de medición. Un sensor es un dispositivo capaz de detectar a estímulos externos y responder a ellos. Estos aparatos pueden transformar magnitudes físicas o químicas a magnitudes eléctricas u ópticas. Actualmente existen implementaciones de dispositivos de medición con medios ópticos, utilizando rejillas de Bragg. Los medios ópticos tienen un conjunto de ventajas en comparación a los que se realizan por cobre (J. Bates, 2001):

- Menos degradación de la señal. En los medios de cobre la señal se desvanece más rápido que las señales de un medio óptico, con respecto a la longitud del tendido.

- Señales de luz. El uso de señales de luz permite que no exista interferencia electromagnética con otras señales que viajan en otras líneas de transmisión.
- Menor peso. Un kilómetro de tendido de cobre es más pesado que un kilómetro de tendido con una fibra óptica.

En el área de la óptica se ha despertado gran interés por estudiar estructuras que manipulen el guiado de la luz con respecto a su reflexión y transmisión. Esto se ha logrado realizando acomodos distintos dentro de una guía de onda. La aportación de estos estudios han sido utilizados en la creación de láseres (Lizárraga, Puente, Chaikina, Leskova, & Méndez, 2009) y filtros de luz (Ali & Kanzari, 2011). Las pruebas que se han realizado recientemente son con estructuras cuasi-periódicas (creación de filtros) y estructuras aleatorias (localización y generación de láseres aleatorios). Las estructuras cuasi-periódicas son aquellas que poseen un orden (sin simetría) pero no llegan a ser periódicas y las estructuras aleatorias dependen de una distribución de probabilidad.

El interés en este trabajo es unir los conceptos de sensores ópticos y las diferentes estructuras que se han propuesto o implementado (cuasi-periódicas y aleatorias) con el fin de mejorar la precisión de sensores actuales. El planteamiento del problema quedaría de la siguiente manera:

- En la literatura se cuentan con dispositivos de medición que utilizan estructuras periódicas en la fibra óptica (Luo, 2012), (Xiaohua Lei, 2012). También se cuenta con el empleo de estructuras cuasi-periódicas (Ali & Kanzari, 2011) y aleatorias (Lizárraga, Puente, Chaikina, Leskova, & Méndez, 2009) para filtros y láseres. En la actualidad no se encuentra el estudio de estructuras cuasi-periódicas y aleatorias para aplicaciones en sensores ópticos con mayor precisión.

1.1 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es contribuir a los estudios de la propagación de luz en guías de onda con diversas estructuras, controlando el ancho espectral de emisión o reflexión. Se plantea que los resultados serán la base para la implementación de dispositivos fotónicos de medición con mayor sensibilidad.

Los objetivos particulares de este trabajo son:

- Explorar las diferentes técnicas y métodos para obtener la Reflectancia y Transmitancia de luz en guías de onda, en presencia de diversas estructuras formadas por espejos reflectores (rejillas de Bragg) distribuidas periódicamente a lo largo de la guía de onda.
- Diseñar un esquema de estructuras (formadas por rejillas de Bragg) que generen anchos espectrales de luz específicos en guías de onda pasivas.
- Explorar un método para obtener las distribuciones de luz de cada uno de los modos que se generan a partir de las diversas estructuras en guías de onda dieléctricas.
- Obtener la Transmitancia¹ y Reflectancia de luz en guías de onda dieléctricas.
- Realizar la comparación y analizar los resultados obtenidos.

¹ Es importante aclarar que los resultados en este trabajo se exponen solo con la Reflectancia. Para explicación teórica y pruebas de conservación de energía, la Transmitancia es necesario enunciarla.

1.2 Metodología

En base a los objetivos, en la Figura 1 se presenta la metodología empleada en esta tesis para resolver el problema planteado.

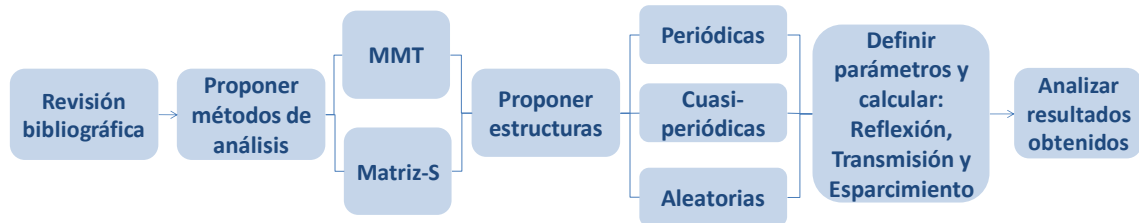


Figura 1. Metodología utilizada en esta tesis.

1.3 Sinopsis de la Tesis

El segundo capítulo, se inicia con los principios físicos de la propagación de luz en una fibra óptica. Se explican los conceptos de reflexión total interna y el principio de auto consistencia. Se clasifican los tipos de guías de onda dieléctrica a partir de su geometría y forma. Se introduce a la teoría de rejillas de Bragg y los parámetros necesarios para su estudio.

El tercer capítulo se presenta el planteamiento teórico para analizar las rejillas de Bragg. Se parte de la solución de Helmholtz para un medio unidimensional, el método es llamado Método de la Matriz de Transferencia (MMT).

En el cuarto capítulo presenta el planteamiento teórico para analizar las rejillas de Bragg con un método diferente al MMT. El método empleado en este capítulo es llamado Método de la Matriz de Dispersión (Matriz S). Se parte de las mismas bases físicas que utiliza el MMT. A diferencia del MMT, la Matriz S utiliza la sección transversal de la guía de onda.

En el quinto capítulo se retoma el planteamiento del problema, el cual, está orientado a sensores ópticos. Se describen las estructuras que se han expuesto en la literatura para aplicaciones como filtros y generación de láseres aleatorios. Se explican las bases físicas de cada estructura y se elige una estructura base o fundamental para aplicarlo a este trabajo. A grandes rasgos los tipos de

estructuras son: periódicas, cuasi-periódicas y aleatorias (en base a la distribución de las rejillas de Bragg).

En el sexto capítulo se aplican los métodos a las estructuras descritas en el capítulo cinco. Los cálculos numéricos se realizan utilizando el MMT y la Matriz S. Se analizan los resultados en base a la forma de espectro de reflexión que tenga cada estructura. Se describen características significativas de cada método: las inestabilidades numéricas que presenta el MMT y la localización de la máxima reflexión con la Matriz S.

En el séptimo capítulo se describen algunas aplicaciones utilizando las estructuras propuestas. Se describen otras áreas de aplicación que pueden ser consideradas para los resultados del capítulo seis.

Finalmente, en el octavo capítulo se expone una discusión sobre los resultados y las conclusiones más importantes de esta tesis. Se presentan los alcances y el trabajo a futuro.

CAPÍTULO 2

INTRODUCCIÓN A LAS GUÍAS DE ONDA Y TEORÍA DE REJILLAS DE BRAGG

2.1 Introducción

En el mundo y el universo se encuentran diferentes tipos de fuentes luz, una linterna, el Sol, una lámpara etc. La luz es un fenómeno ondulatorio descrito por la misma teoría que gobierna todas las formas de radiación electromagnética. La radiación electromagnética se propaga en la forma de dos ondas vector mutuamente acopladas, una onda de campo eléctrico y una onda de campo magnético. Aunque la óptica electromagnética proporciona el tratamiento más completo de la luz dentro de los confines de la óptica clásica, hay ciertos fenómenos ópticos que son característicos de la mecánica cuántica en la naturaleza y no se puede explicar clásicamente (Saleh & Teich, 1991). En este trabajo de tesis el comportamiento de la luz puede ser explicado completamente con óptica clásica (sin excluir su posible estudio cuántico como trabajo futuro).

La luz puede viajar por el espacio libre o por un medio. La manera en la que viaja la luz de un punto a otro, puede ser confinada en un medio, lo cual es el área de estudio de este trabajo. El concepto básico de confinamiento es de un medio incrustado en otro medio de índice de refracción inferior actúa como una "trampa" de luz dentro de la cual los rayos ópticos permanecen confinadas por múltiples reflexiones internas en las fronteras entre materiales. Este efecto provoca el confinamiento de la luz generada en el interior de un medio de índice

de refracción mayor (Saleh & Teich, 1991). A pesar de existir diferentes maneras de guiar la luz, en óptica, las guías más comunes son las guías dieléctricas.

Históricamente, se tiene que la primera guía de onda fue propuesta por Joseph Thomson en 1893 (Thomson, 1893). Posteriormente, el análisis matemático de los modos de propagación de un cilindro metálico hueco fue realizado por primera vez por Lord Rayleigh en 1897 (Rayleigh, 1897). En 1931 se reportan los principios hechos por Lord Rayleigh explicando la conducción de calor y el fenómeno termoeléctrico en un medio anisotrópico (Onsager, 1931). Años más tarde, en 1969 se presenta un nuevo circuito integrado de línea de transmisión con todos los elementos conductores en el mismo lado de un substrato dieléctrico (guía de onda coplanar) adecuado para la fabricación de dispositivos de microondas (Wen, 1969). En 1983, se presenta un libro especializado para el tratamiento de la teoría de guías de onda ópticas (Snyder & Love, 1983). A partir de esta década el estudio se ha diversificado en diversas ramas de estudio. Actualmente, en la literatura existe un universo de tipos de geometrías y formas de guías de onda dieléctricas.

2.2 Principios físicos de guía de onda

Una guía de onda es cualquier estructura física a través de la cual las ondas electromagnéticas pueden permanecer confinadas y transmitirse (Hayt & Buck, 2006). El haz de luz que se propaga en una guía de onda, independientemente del tipo, está obligada a seguir las trayectorias delimitadas por sus paredes y cumple con las siguientes condiciones: reflexión total interna y condición de auto consistencia.

2.2.2 Reflexión total interna

La reflexión total interna, en guías de onda, es la capacidad de guiar la luz dentro de su núcleo si el ángulo de incidencia θ_i en la interfase es mayor que el ángulo crítico θ_c , y el ángulo crítico esta dado por:

$$\theta_c = \text{sen}^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right), \quad (1)$$

donde n_1 es el índice de refracción del núcleo y n_2 es el índice de refracción del medio reflector o revestimiento, tal como se muestra en la Figura 2.

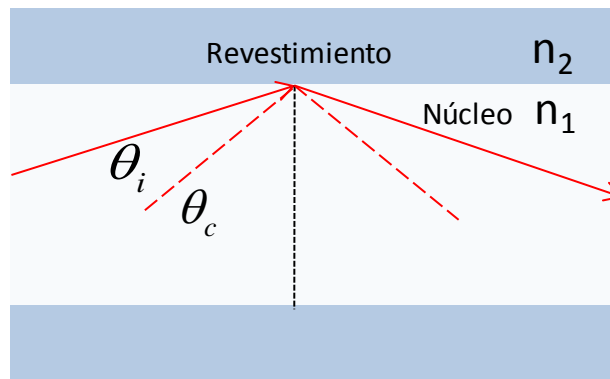


Figura 2. Reflexión total interna, donde θ_i es el ángulo de incidencia y θ_c es el ángulo crítico.

2.2.1 Condición de auto consistencia

La condición de auto consistencia establece que la onda al reflejarse dos veces consecutivas en la interfase se debe reproducir a sí misma y crea un patrón que no cambia en la dirección de propagación, como se observa en la Figura 3. Si existen campos que cumplen con estas condiciones se le pueden llamar modos de propagación de la guía de onda. Un modo es una onda elemental que se propaga en una guía de onda con una distribución, velocidad de fase, velocidad de grupo y polarización bien definida. En esta tesis se definirán los parámetros acorde a cada tema.

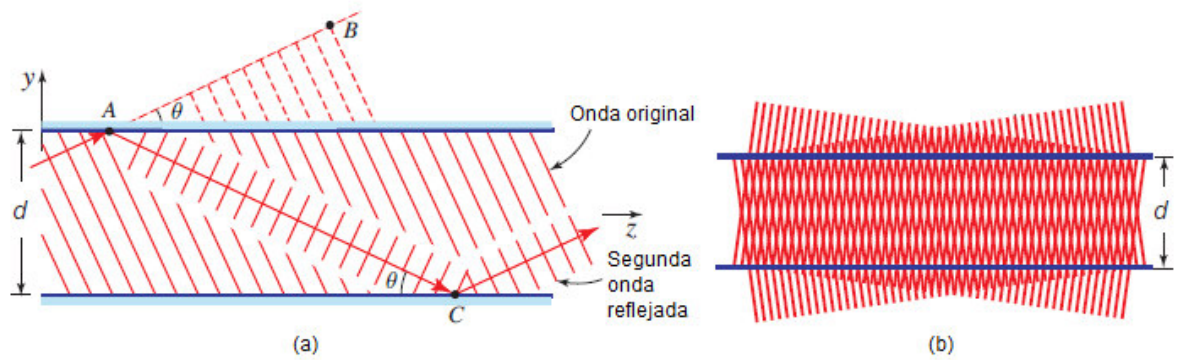


Figura 3. (a) Condición de auto consistencia: una onda se duplica en la segunda reflexión. (b) Cuando el ángulo de auto consistencia se satisface, las dos ondas interfieren y crean un patrón que no cambia en dirección del eje z (Saleh & Teich, 1991).

2.3 Clasificación de guías de onda

Por su geometría y forma, las guías de onda se clasifican en tres diferentes tipos: guía de onda plana, de canal y cilíndricas. Véase la Figura 4.

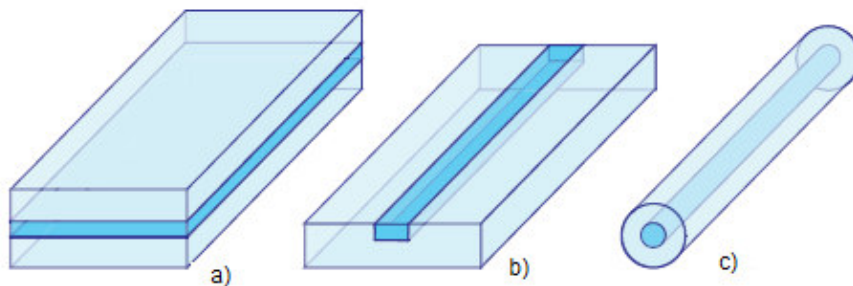


Figura 4. Tipos de guías de onda: (a) Guía plana, (b) Guía de canal y (c) Cilíndrica.¹

2.3.1 Guía de onda plana

La guía de onda plana es la estructura más simple y está formada de dos medios reflectores semi infinitos separados entre sí, en esta separación se encuentra un medio con un índice de refracción mayor al de los medios reflectores y es donde ocurre el guiado de luz. Como se muestra en la Figura 4(a).

¹ (Saleh & Teich, 1991).

2.3.2 Guía de onda de canal

La guía de onda de canal consiste en colocar una tira de un medio con mayor índice de refracción (donde estará el guiado de luz) en otro con menor índice de refracción (soporte de la guía). La tira puede ubicarse encima o incrustado al material de soporte con menor índice de refracción. Representado en la Figura 4(b).

2.3.3 Guía de onda cilíndrica

La guía de onda cilíndrica más conocida en la actualidad es la fibra óptica. Representado en la Figura 4(c). La fibra óptica se divide en núcleo y revestimiento. El núcleo es cilindro donde se realiza la propagación de luz y se representa con un índice de refracción igual a n_1 . El revestimiento es el medio que rodea al núcleo y se representa con un índice de refracción igual a n_2 . Para que se cumpla la reflexión total interna es indispensable que n_1 sea mayor que n_2 , tal y como se observa en la Figura 5. En el caso del principio de auto consistencia debe cumplir con lo establecido para una guía de onda.



Figura 5. Geometría de una fibra óptica. En esta figura a representa el radio del núcleo y b el radio del revestimiento.¹

El perfil del índice de refracción de una fibra óptica puede ser gradual o escalonado. Cuando se transmite la luz existen dos tipos de rayos en el núcleo: meridionales (pasan a través eje z) y oblicuos (pasan por el eje z con trayectorias en espiral). Se dice que una fibra es monomodo si cumple con la siguiente desigualdad:

¹ (Saleh & Teich, 1991).

$$V = 2\pi(a / \lambda_0) NA < 2.405, \quad (2)$$

donde , a es el radio de la fibra óptica, λ_0 es la longitud de onda en el espacio libre y $NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$ es la apertura numérica. En dado caso de que el parámetro V sea mayor a 2.405 se puede decir que es una fibra multimodo (Saleh & Teich, 1991). Las características del tipo de perfil y modos de propagación pueden ser observadas en la Figura 6. El material más utilizado en la fabricación de fibras ópticas es el silicio. El diámetro del revestimiento es mucho más grande en comparación al núcleo, por ejemplo, el diámetro típico del revestimiento de una fibra monomodo es de $125\mu\text{m}$, para un diámetro de núcleo de 5 a $10\mu\text{m}$ (Hayt & Buck, 2006).

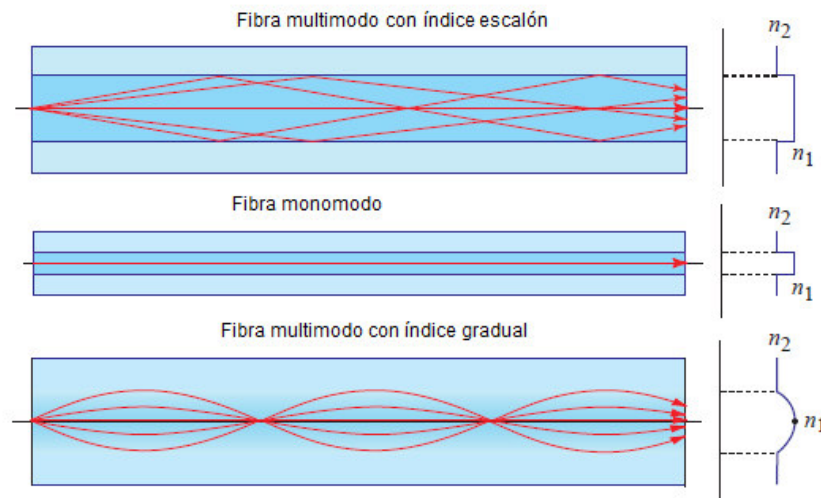


Figura 6. Geometría, perfil del índice de refracción, y rayos en una fibra multimodo de índice escalonado, una fibra monomodo y una fibra multimodo de índice gradual.¹

2.4 Principios de Rejillas de Bragg

Una rejilla de Bragg es un conjunto de modulaciones en el índice de refracción colocadas a lo largo del eje de propagación (eje z) del núcleo de una fibra óptica. Por lo general, las modulaciones están colocadas de manera perpendicular al eje de propagación, tal como se observa en la Figura 7. La forma más simple de una rejilla de Bragg es cuando presenta una modulación periódica del índice de refracción y está grabada en el núcleo de una fibra

¹ (Saleh & Teich, 1991).

monomodo. También existen rejillas con modulaciones colocadas con un ángulo de inclinación con respecto al eje de propagación, pero estos tipos de rejillas no serán tratadas en este escrito.

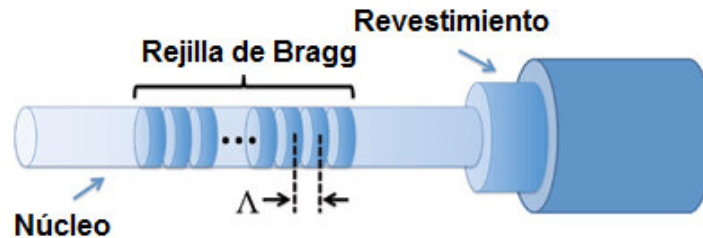


Figura 7. Rejilla de Bragg uniforme, Λ representa el período de la rejilla.

2.4.1 Fotosensibilidad

El estudio de las rejillas comienza en 1978 con el descubrimiento de la fotosensibilidad en fibras ópticas (Hill, Fujii, Johnson, & Kawasaki, 1978), donde se reportó que al incidir cierto tiempo luz visible de 488 nanómetros (nm) en fibras dopadas con Germanio en el núcleo, manifestaba cambios en el índice de refracción. En el trabajo de Hill se fabrican por primera vez “reflectores” de banda estrecha bajo este principio. La luz reflejada indicaba zonas del núcleo donde se modificó el índice de refracción. En este experimento entre más tiempo se dejaba expuesto el núcleo a la luz, la magnitud del índice de refracción aumentaba. Años más tarde, en 1990 (Bilodeau, y otros, 1990) se descubrió que el dopaje podía ser con elementos diferentes, como el Erblio-Germanio, pero ningún otro elemento era más fotosensible como el Germanio. En el cual, se lograron variaciones en el índice de refracción entre 2.3×10^{-5} y 3.7×10^{-5} , todo esto utilizando luz ultravioleta con longitud de onda de 249 nm. En el mismo año, se estudió la dependencia de la longitud de onda y dinámica del proceso de escritura, con esto se genera la explicación de lo que sucede llamándolo centros de color en fibras (Hand & Rusell, 1990). Tiempo después, en 1997, se logra que la modulación en el

índice de refracción sea en el orden de 1×10^{-3} utilizando Germanio (Douay, y otros, 1997).

2.4.2 Técnicas de fabricación

Las técnicas de fabricación pueden ser internas y externas. Las técnicas internas son las que se fabrican directamente sin tener expuesto el núcleo y son conocidas como rejillas de Hill. Las externas son aquellas que necesitan tener el núcleo expuesto para ser grabadas. Las técnicas externas se dividen en dos tipos: holográficos (interferométricas) y no interferométricas.

Las técnicas de fabricación interferométricas están diseñados para confinar el patrón de interferencia al plano de la fibra, la luz láser se divide en dos haces con intensidades iguales que viajan a lo largo del interferómetro por caminos diferentes para incidir en el mismo lugar, en este caso, en el núcleo de la fibra óptica. En estas técnicas, el período de Bragg (λ_b) depende de la longitud de onda del láser y el ángulo entre los haces que interfieren:

$$\lambda_b = \frac{n_{eff} \lambda_{uv}}{n_{uv} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}, \quad (3)$$

donde n_{uv} es el índice de refracción del silicio en un haz ultravioleta, λ_{uv} es la longitud de onda de grabado y θ es el ángulo mutuo entre los dos haces incidentes en el núcleo. El esquema de fabricación se puede observar en la Figura 8(a). Como ejemplos de técnicas de fabricación interferométricas tenemos el método original de Meltz, por división de amplitud y por división de frente de onda.¹

¹ Para mayor referencia de las técnicas de fabricación véase (Kashyap, 1999).

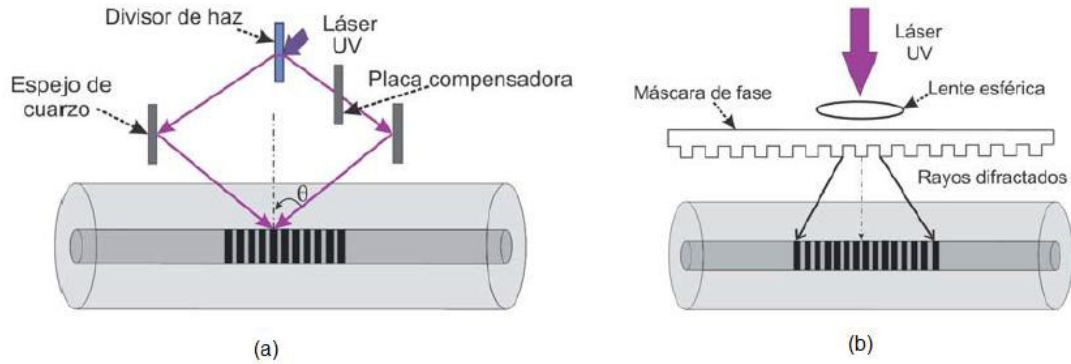


Figura 8. Técnicas para fabricar rejillas de Bragg (a) utilizando en interferometría y (b) utilizando en una mascarilla de fase (Puente R., Romero C., Rodríguez M., & Hinojosa R., 2012).

Entre las técnicas no interferométricas, tenemos como ejemplos la mascarilla de fase, grabado punto por punto y grabado ultra largo. La mascarilla de fase es utilizada para grabar un patrón de luz en el núcleo de una fibra fotosensible. El principio de operación se basa en la difracción de la luz, que a su vez produce un patrón de interferencia que incide el núcleo de la fibra, alternando regiones de alta y baja intensidad. En las regiones de alta intensidad de luz ultravioleta es donde se modifica el índice de refracción. El esquema de fabricación lo podemos observar en la Figura 8(b). El grabado punto por punto ilumina un solo punto a la vez y es adecuado para una rejilla corta. El grabado ultra largo está basado en deslizar lentamente la fibra para ir grabando una rejilla con mayor cantidad de modulaciones.¹

En este trabajo, no se realizará la fabricación de rejillas en guías de onda. El enfoque será a partir de dos métodos (que en capítulos posteriores se expondrán) para realizar un análisis numérico que permita modificar el espectro de luz a partir de inducir geometrías periódicas, cuasi-periódicas y aleatorias en el núcleo.

¹ Para mayor referencia de las técnicas de fabricación véase (Kashyap, 1999).

2.4.3 Propiedades de rejillas de Bragg

La luz que se propaga a través de una rejilla tiene un efecto similar a un espejo en cierta longitud de onda. Esta luz reflejada debe cumplir con la condición de Bragg (Hill & Meltz, 1997):

$$\lambda_b = 2n_{eff} \Lambda, \quad (4)$$

donde λ_b es la longitud de onda donde está ubicada la máxima reflexión, n_{eff} es el índice de refracción efectivo del núcleo de la fibra óptica y Λ es el período de la rejilla. La condición de Bragg es un parámetro importante para el diseño de filtros de luz y sensores en fibras ópticas.

Para entender gráficamente los parámetros de la condición de Bragg considere la geometría sugerida en la Figura 9(a) y el cambio de índices de refracción como se muestra en la Figura 9(b). Los cambios de índices de refracción se pueden simplificar utilizando el n_{eff} de la fibra óptica, n_{eff} se define como el promedio de los índices de refracción presentes en el núcleo (Jülich & Roths, 2009) y en este caso:

$$n_{eff} = \frac{n + \Delta n}{2}. \quad (5)$$

Finalmente, se calcula la ubicación de la longitud de Bragg (4) en el espectro reflejado y transmitido a partir de Λ y n_{eff} , como se muestra en la Figura 9(c).

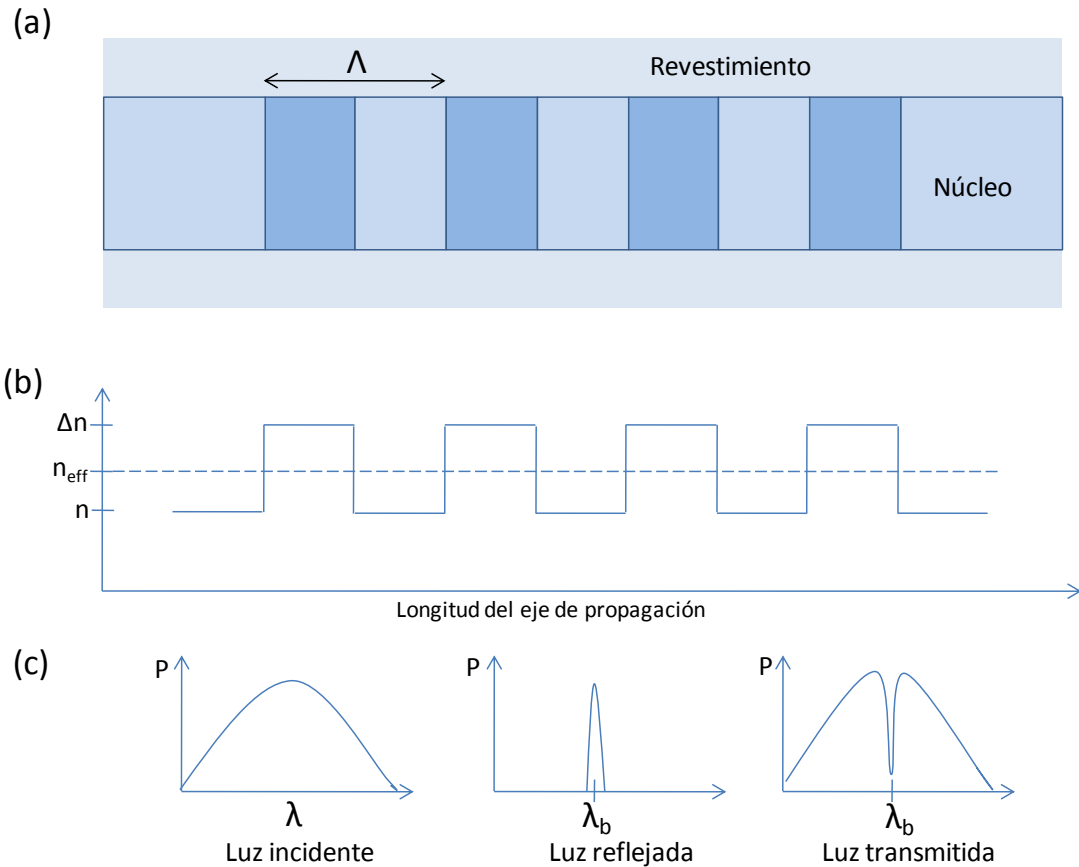


Figura 9. (a) Sección longitudinal de una fibra óptica con grabado de rejilla de Bragg. (b) Modulación del índice de refracción, Δn representa el índice grabado, n el índice del núcleo y n_{eff} es el índice de refracción efectiva. (c) Espectro resultante, donde λ es la longitud de onda incidente y λ_b es la longitud de Bragg.

2.5 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se explicaron los antecedentes de una guía de onda dieléctrica, las características que poseen y los principios físicos básicos para que exista la transmisión de luz a través del núcleo o medio transmisor. Posteriormente, se expusieron las propiedades que tienen las guías de onda al colocar modulaciones periódicas a lo largo del núcleo, llamadas rejillas de Bragg. Esto servirá como preparación a las estructuras propuestas en este trabajo de tesis y que en próximos capítulos se analizarán.

CAPÍTULO 3

MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFERENCIA

3.1 Introducción

En este capítulo se presentarán los principios físicos del Método de la Matriz de Transferencia (MMT) utilizando como base las ecuaciones de Maxwell. El MMT es uno de los métodos más empleados en la literatura para describir numéricamente el comportamiento de una rejilla de Bragg.

Los antecedentes de este método comienzan en 1950 cuando se da a conocer el concepto de impedancia óptica y se da a conocer una teoría de capas con variación lenta para medios estratificados (Abeles, 1950). En 1980, se toma en cuenta que las capas en el medio de transmisión no son perfectamente lisas, esta prueba fue hecha en el pulido de algunos vidrios de silicato (Névoit & Corce, 1980). En el año de 1989, se utiliza el MMT para la propagación en capas de medios acústicos (Adler, 1989). Más recientemente, en el 2002, el método está integrado por el uso de modelos de profundidad de índice de refracción, la utilidad del método se ilustra con varias estructuras multicapa formadas por implantación de iones en Silicio (Charalambos & Dimitrios, 2002). Para estudios actuales y como ejemplo, el método ha modificado sus ecuaciones para guías de onda multicapa complejas (Kwon, 2009) y para estimar los niveles de energía confinados con su función de onda respectiva de heteroestructuras complejas (Santos & Alves, 2009).

Para encaminar el estudio del trabajo de tesis, en esta sección se expondrán los elementos necesarios para que un haz de luz pueda propagarse por varias

capas, viendo el haz como una onda electromagnética. Además se analizará con las ecuaciones de Maxwell la propagación de una onda en un medio homogéneo y en una interfase. Posteriormente, se presentará el cálculo de los coeficientes de reflexión y transmisión llamados ecuaciones de Fresnel.

En este trabajo, el análisis será capa por capa a lo largo del eje de propagación, que siempre será el eje z. El análisis matemático se hace suponiendo cambios de interfase como si fueran placas infinitas, por lo que el método no toma en cuenta las dimensiones de la sección transversal de la guía de onda. Cabe aclarar que los casos de estudio se acotaran al análisis de medios dieléctricos.

3.2 Bases físicas del método de la matriz de transferencia.

3.2.1 Ondas planas que inciden en ángulos oblicuos y polarización.

Para que la luz se transmita a través de cada una de las capas con diferentes índices de refracción, el ángulo de incidencia debe ser menor al ángulo crítico (1) , véase Figura 10(a). Lo cual da como resultado una onda transmitida y una onda reflejada. La Figura 10(b) muestra la reflexión total de luz donde no se produce una onda transmitida.

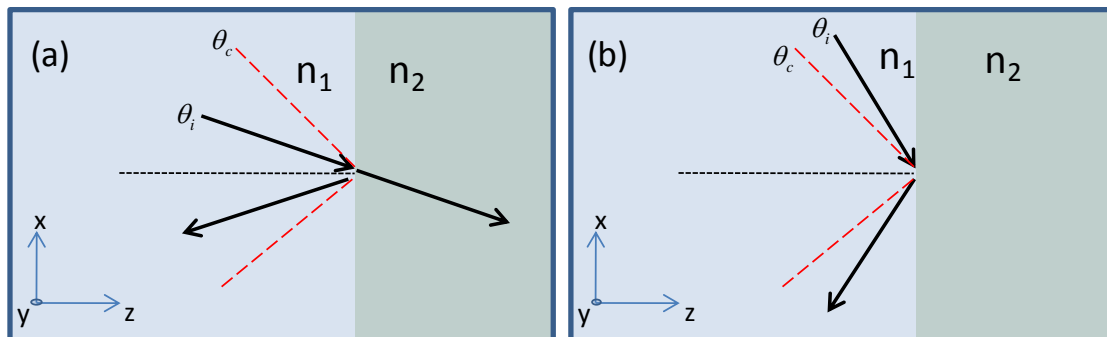


Figura 10. (a) Onda reflejada y transmitida para un $\theta_i < \theta_c$; (b) Reflexión total de luz.

La luz es una onda electromagnética que consta de una amplitud de campo eléctrico (\mathbf{E}), una amplitud de campo magnético (\mathbf{H}) y una dirección de propagación de onda plana (\mathbf{K}), donde los tres vectores son ortogonales entre sí, véase Figura 11. Dependiendo de la posición en la que incidan dichos campos con respecto al plano incidente se dice que están polarizados de

manera paralela (\mathbf{p}) o perpendicular (\mathbf{s}). El plano incidente se forma entre el vector \mathbf{K} y el vector normal a la interfase (\hat{n}). Se le llama polarización \mathbf{p} cuando \mathbf{E} es paralelo al plano de incidencia. Nótese que mientras \mathbf{H} es perpendicular al plano de incidencia, \mathbf{E} es transverso a la interfase por lo cual también se conoce como transversal magnético o polarización TM. Por otro lado, la polarización \mathbf{s} se forma cuando \mathbf{E} es perpendicular al plano de incidencia y \mathbf{H} esta sobre el plano de incidencia. A la polarización \mathbf{s} también se le conoce como transversal eléctrico o polarización TE.

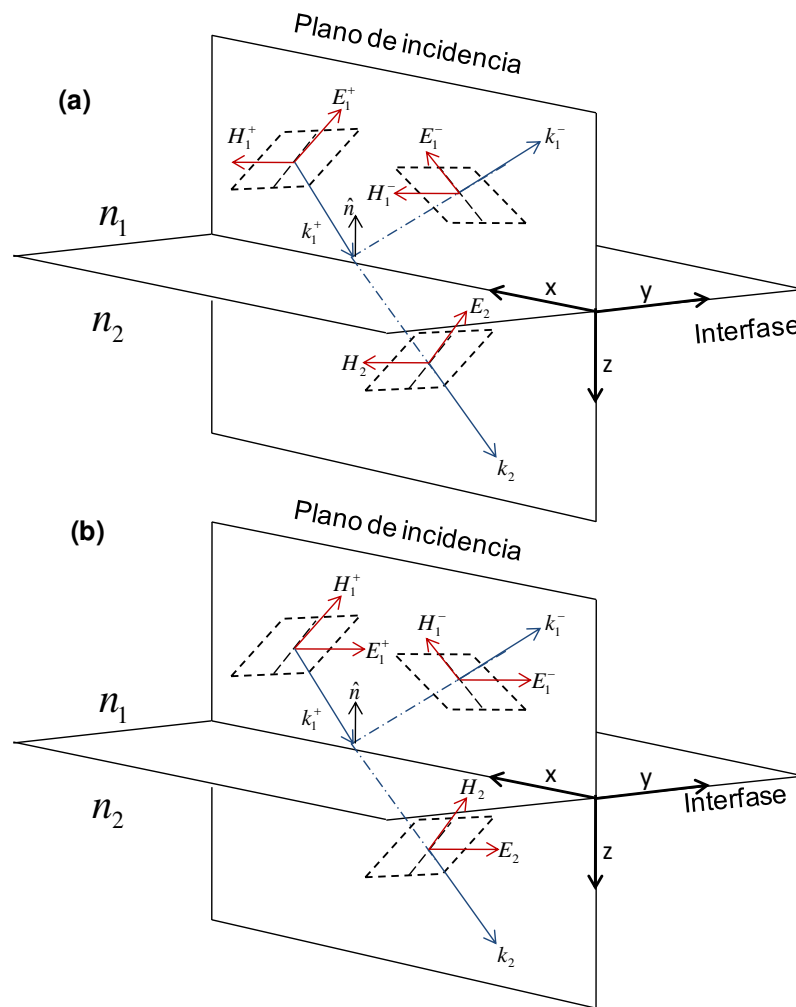


Figura 11 . Geometrías de ondas planas incidentes con: (a) polarización \mathbf{p} (o TM) y (b) polarización \mathbf{s} (o TE).

3.2.2 Ecuaciones de Maxwell para el estudio de propagación de una onda plana uniforme.

Una vez que se tienen los conceptos de luz incidente y polarización, las ecuaciones de Maxwell en forma puntual dan información detallada de la propagación de una onda electromagnética. En este estudio, se supone un medio homogéneo, es decir, sin cambios en la magnitud de la permitividad, permeabilidad y conductividad hacia cualquier dirección. También se asume que el medio es isotrópico, donde la onda electromagnética tendrá las mismas propiedades físicas a lo largo del eje de propagación. Así que tenemos las ecuaciones de Maxwell de la siguiente forma (Born & Wolf, 1978):

$$\nabla \times H = \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\nabla \times E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot E = 0, \quad (8)$$

$$\nabla \cdot H = 0, \quad (9)$$

donde c es la velocidad de la luz, H es el campo magnético, E es el campo eléctrico, D y B son la densidad de flujo eléctrico y magnético. Respectivamente $D = \varepsilon E$ y $B = \mu H$, donde ε es la permitividad eléctrica y μ es la permeabilidad magnética. Si sustituimos D y B en la ecuación (6) y (7); y además tomamos en cuenta que calcular la derivada parcial de cualquier campo con respecto al tiempo equivale a multiplicar el fasor correspondiente por $i\omega$, obtenemos entonces:

$$\nabla \times H = \frac{i\omega\varepsilon}{c} E, \quad (10)$$

$$\nabla \times E = -\frac{i\omega\mu}{c} H, \quad (11)$$

donde $\omega = 2\pi f$.

Las ecuaciones (9) y (10) pueden utilizarse para obtener la forma vectorial sinusoidal en estado estable de la ecuación de onda en el espacio libre. Se comienza calculando el rotacional en ambos lados de la ecuación (10):

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla \times H &= \frac{i\omega\epsilon}{c}(\nabla \times E), \\ \nabla \times \nabla \times H &= \frac{i\omega\epsilon}{c} \left(-\frac{i\omega\mu}{c} H \right), \\ \nabla \times \nabla \times H &= \left(\frac{\omega^2 \epsilon\mu}{c^2} H \right),\end{aligned}$$

y por último se usa la identidad que define un vector laplaciano¹:

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla \times H &= -\nabla^2 \cdot H, \\ \nabla^2 \cdot H &= -\frac{\omega^2 \epsilon\mu}{c^2} H.\end{aligned}\tag{12}$$

La ecuación (12) es conocida como la ecuación vectorial de Helmholtz (Hayt & Buck, 2006), y se puede escribir de la siguiente manera:

$$(\nabla^2 + k_c^2)U = 0,\tag{13}$$

donde U es la amplitud de campo y $k_c = \frac{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}{c}$ representa la constante de propagación (Born & Wolf, 1978).

Debido a que solo se tomará en cuenta la propagación a lo largo del eje z, el rotacional de la ecuación (10) y (11) se reduce a un solo término:

$$\nabla \times H = \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{i\omega\epsilon}{c} E_x,\tag{14}$$

$$\nabla \times E = \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{i\omega\epsilon}{c} H_y,\tag{15}$$

¹ $\nabla \times \nabla \times F = \nabla(\nabla \cdot F) - \nabla^2 \cdot F$

que corresponde a la polarización \mathbf{p} .

Es fácil ver que las ecuaciones (14) y (15) se simplificaron, por lo tanto la ecuación de Helmholtz (13) se simplifica también de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k_c^2 U(z) = 0. \quad (16)$$

La solución general (16) es bien conocida y tiene la forma:

$$U(z) = Ae^{ik_c z} + Be^{-ik_c z}, \quad (17)$$

donde A y B son las amplitudes transmitida y reflejada del campo electromagnético (Born & Wolf, 1978). Utilizando la solución general unidimensional expuesta en la ecuación (17), podemos representar el campo magnético de la siguiente manera:

$$H_y(z) = Ae^{ik_c z} + Be^{-ik_c z}. \quad (18)$$

Para representar el campo eléctrico, sustituimos la ecuación (18) en la (14) y se despeja el campo eléctrico (Lizárraga N. , 2010):

$$E_x(z) = \frac{\partial H_y}{\partial z} \left(\frac{c}{i\omega\epsilon} \right),$$

$$E_x(z) = \left(\frac{c}{i\omega\epsilon} \right) \left\{ \frac{d}{dz} (Ae^{ik_c z} + Be^{-ik_c z}) \right\},$$

$$E_x(z) = \left(\frac{k_c c}{\omega\epsilon} \right) (Ae^{ik_c z} - Be^{-ik_c z}),$$

$$E_x(z) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} [Ae^{ik_c z} - Be^{-ik_c z}]. \quad (19)$$

3.2.3 Matriz de propagación en un medio homogéneo.

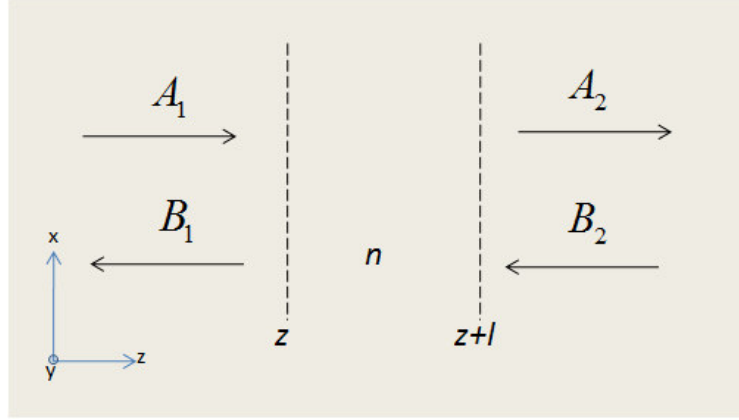


Figura 12. Representación de la propagación de una onda plana uniforme en un medio homogéneo.¹

Si se considera un medio homogéneo de z a $z+l$ y con índice de refracción n como se observa en la figura Figura 12. Las amplitudes de campo en $z+l$ se pueden representar de la siguiente manera:

$$A_{z+l} = A_z e^{ik_c l}, \quad (20)$$

$$B_{z+l} = B_z e^{-ik_c l}, \quad (21)$$

utilizando (20) y (21), las ecuaciones (18) y (19) se pueden escribir de la siguiente manera (Lizárraga N. , 2010):

$$H_y(z+l) = A_{z+l} e^{ik_c z} + B_{z+l} e^{-ik_c z}, \quad (22)$$

$$E_x(z+l) = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} [A_{z+l} e^{ik_c z} - B_{z+l} e^{-ik_c z}]. \quad (23)$$

Si lo escribimos de manera matricial (20) y (21), queda de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} A_{z+l} \\ B_{z+l} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{ik_c l} & 0 \\ 0 & e^{-ik_c l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_z \\ B_z \end{pmatrix} \quad (24)$$

¹ Imagen basada en la tesis doctoral (Lizárraga N. , 2010).

A la matriz (24) de 2 x 2 generada se llama matriz de propagación en medio homogéneo (Charalambos & Dimitrios, 2002) y se representa de la siguiente manera:

$$P_l = \begin{pmatrix} e^{ik_c l} & 0 \\ 0 & e^{-ik_c l} \end{pmatrix}. \quad (25)$$

3.2.4 Matriz de propagación en una interfase.

Si se analizan dos medios homogéneos apilados en dirección de z positivo y su frontera está localizada en $z=0$. El primer medio tiene un índice de refracción n_1 y el segundo tiene un índice de refracción n_2 , tal como se muestra en la Figura 13.

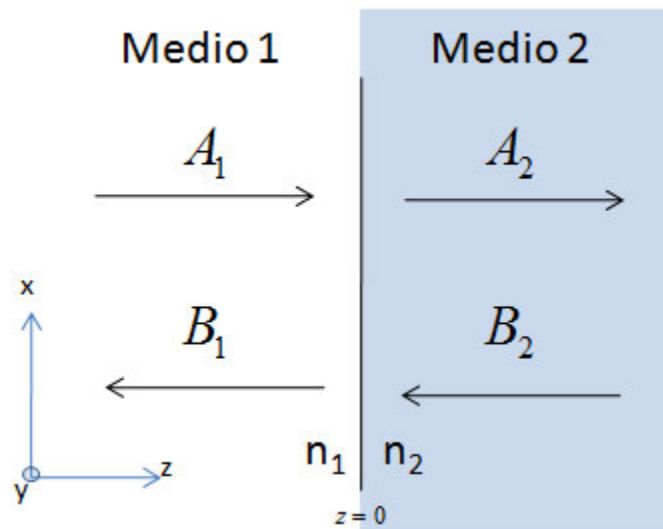


Figura 13. Propagación de una onda plana a través de una frontera de dos medios diferentes.

Los campos eléctrico y magnético pueden representarse con las ecuaciones (18) y (19) para cada medio respectivamente. Si se asume $z=0$ y haciendo el seguimiento similar realizado en un medio homogéneo. Su representación matricial tendría la siguiente forma (Bahtiar & Dharmawan, 2007):

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} \\ m_{2,1} & m_{2,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}, \quad (26)$$

donde los subíndices de A y B representan el medio analizado. En el caso de la matriz de 2×2 se llama matriz de propagación en una interfase:

$$M_{12} = \begin{pmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} \\ m_{2,1} & m_{2,2} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

donde los subíndices de la matriz M indican el cambio de interfase de un medio 1 a un medio 2. Los elementos de la matriz (27) están dados por:

$$m_{1,1} = m_{2,2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_{c2}}{k_{c1}} \right), \quad (28)$$

$$m_{1,2} = m_{2,1} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_{c2}}{k_{c1}} \right). \quad (29)$$

Tomando en cuenta que ambos medios son dieléctricos ($\mu = 0$) y que $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, (28) y (29) podrían representarse como:

$$m_{1,1} = m_{2,2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right), \quad (30)$$

$$m_{1,2} = m_{2,1} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{n_2}{n_1} \right). \quad (31)$$

3.2.5 Deducción de las ecuaciones de Fresnel a partir de la matriz de propagación.

Partiendo de la ecuación (26) y considerando solo las reflexiones por el medio 1, es decir $B_2 = 0$, se puede obtener los coeficientes de reflexión y transmisión:

$$r = \frac{B_1}{A_1} = -\frac{m_{2,1}}{m_{2,2}} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \quad (32)$$

y

$$t = \frac{B_2}{A_1} = \frac{\det(M_{12})}{m_{2,2}} = \frac{2n_2}{n_2 + n_1}. \quad (33)$$

3.2.6 Transmitancia y Reflectancia

La reflectancia (R) y transmitancia (T) son la razón de flujo (o potencia) reflejado y transmitido. Si el ángulo de incidencia del haz de luz $\theta_i = 0$, T y R pueden representarse con los coeficientes de transmisión y reflexión de la siguiente forma (Hecht & Zajac, 1974):

$$R = |r|^2, \quad (34)$$

$$T = |t|^2. \quad (35)$$

3.2.7 Funcionamiento del método de matriz de transferencia

El método de la matriz de transferencia funciona a partir de multiplicaciones matriciales. Los productos se generan a partir de la matriz de propagación en un medio homogéneo (25) y la matriz de propagación en una interfase (27) según corresponda. Cada multiplicación indica un cambio en las magnitudes reflejadas y transmitidas. Al final se obtiene una matriz resultante:

$$M_R = \prod_{k=1}^N [M]_k [P_l]_k, \quad (36)$$

donde N es el total de interfases con medios homogéneos analizados de una geometría dada. De esta matriz se calcula la reflectancia y transmitancia. Para comprobar que las operaciones fueron realizadas correctamente, la matriz resultante debe cumplir con la conservación de energía (Hecht & Zajac, 1974)

$$R + T = 1. \quad (37)$$

3.3 Matriz de transferencia en rejillas de Bragg

La propagación de un haz de luz que viaja a través de una rejilla de Bragg puede ser estudiada con el MMT. Los resultados que expresa este método pueden ser utilizados en guías de onda plana y en fibras ópticas.

3.3.1 Matriz de transferencia en un período de Bragg

La manipulación matricial (36) puede ser modificada al cambio de interfases característica de una Rejilla de Bragg. Si se parte de la geometría de la Figura 14, la multiplicación matricial quedaría de la siguiente forma:

$$M_{\Lambda} = [M_{12}][P_{12}][M_{21}][P_{11}], \quad (38)$$

donde M_{Λ} es la matriz de propagación en un período de Bragg.

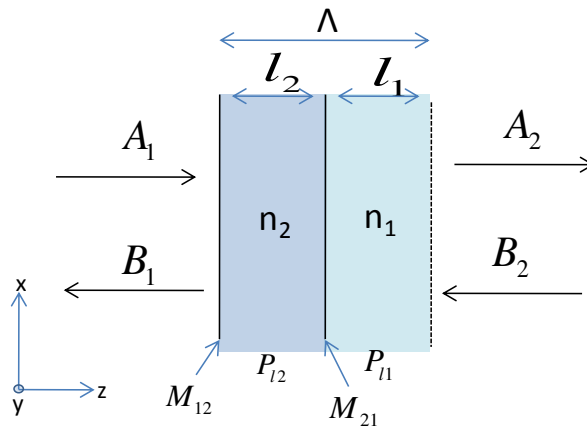


Figura 14. Propagación de onda electromagnética a través de un período de Bragg.

3.3.2 Matriz de transferencia en una rejilla de Bragg.

Dependiendo la cantidad de períodos de Bragg que se coloquen en una guía de onda o fibra óptica, la matriz resultante puede expresarse así:

$$M_R = (M_{\Lambda})^N, \quad (39)$$

donde N representa la cantidad de períodos en la rejilla de Bragg.

Como ejemplo, si este análisis se realizara para diferentes longitudes de onda, el comportamiento espectral de reflexión para una longitud de Bragg $\lambda_b = 1500.5$

nm y $N = 10000$ estaría representado por la Figura 15. Es importante mencionar que para llegar a esta figura es necesario definir valores numéricos para cada parámetro de las ecuaciones (25) y (27). La intención de este ejemplo es resaltar que la ecuación (39) es el último paso antes de generar el espectro de una rejilla de Bragg.

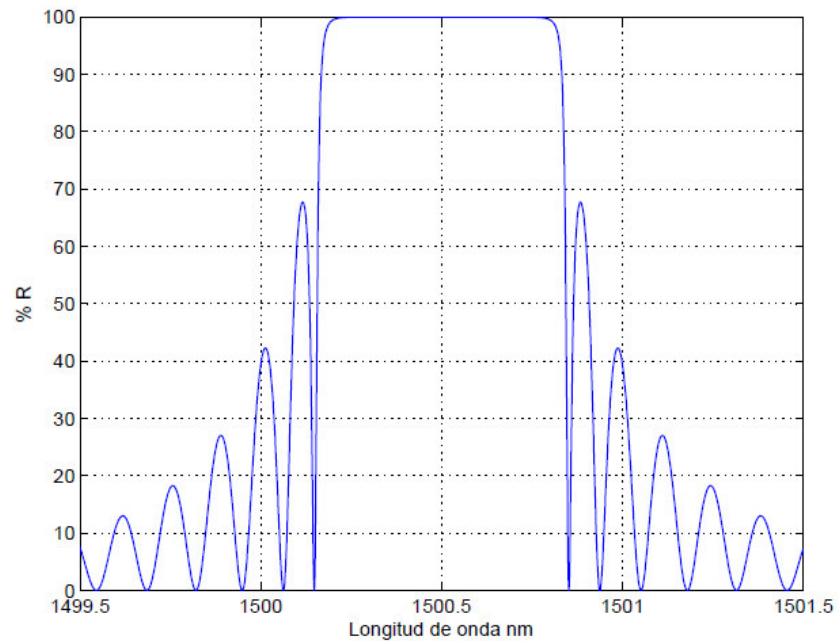


Figura 15. Espectro de reflexión ubicado en una longitud de Bragg de 1500.5.

3.4 Conclusiones del capítulo

En este capítulo, se presentan las bases para el estudio de cambios de interfases en el núcleo de una guía de onda dieléctrica. Uno de los métodos más implementados para este propósito es el Método de la Matriz de Transferencia (MMT). El MMT utiliza la respuesta óptica de capas delgadas a lo largo del eje de propagación y está representado por productos de matrices de 2×2 . Cuando se resuelve el producto matricial se calculan los parámetros de Fresnel de transmisión y reflexión. Estos parámetros pueden ser utilizados para el estudio de una rejilla de Bragg.

CAPÍTULO 4

MÉTODO DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN

4.1 Introducción

En el presente capítulo se estudiarán los principios físicos del Método de la Matriz de Dispersión conocida como Matriz S (por su abreviatura en inglés de Scattering Matrix). El método de la Matriz S describe las ecuaciones de Maxwell para un comportamiento real de multicapas y acoplamiento en una guía de onda tomando en cuenta el número de modos de dicha guía (Whittaker & Culshaw, 1999).

Básicamente el método de la matriz S trabaja bajo los mismos principios que el MMT. El MMT transfiere un número infinito de amplitudes de campo a través de la estructura analizada. En realidad, cuando se realiza el cálculo numérico, el valor del vector de este conjunto de amplitudes es truncado para un número determinado de interfases (Whittaker & Culshaw, 1999). Entonces, se puede decir que para un número elevado de cambio de interfases y profundidad (en el orden de centímetros) el MMT genera cálculos de amplitud erróneos. Porque al no guardar la información necesaria de este conjunto infinito de amplitudes no cumple la conservación de energía. Conforme se incrementan las interfases en el punto donde se empieza a truncar el valor de las amplitudes, se puede afirmar que los cálculos de transmisión o reflexión presentan inestabilidades numéricas.¹

¹ Se define inestabilidad numérica (en inglés numerical instability) como error de procesamiento en los datos de un algoritmo que se magnifica en el resultado (Cotter, Preist, & Sambles, 1995).

La matriz S permite el estudio de las amplitudes para cada modo de manera separada, esto evita las inestabilidades numéricas presentes por el MMT. La matriz S realiza un producto de manera iterativa de tal manera que solo realiza el producto conociendo el valor de amplitud anterior.

4.2 Bases físicas del método de la Matriz S

4.2.1 Amplitudes de campo electromagnético para la Matriz S .

En el capítulo anterior se realizó el análisis matemático para un medio isotrópico, homogéneo y dieléctrico. Partiendo de las ecuaciones de Maxwell se llegó a la ecuación de Helmholtz considerando un campo armónico en el tiempo, representado en la ecuación (13). Se resolvía la ecuación de Helmholtz para encontrar las amplitudes de campo. Al final quedaban dos casos: la propagación de un medio homogéneo y la propagación en una interfase. En el método de la Matriz S , se utilizará el mismo principio, pero también se tomará en cuenta los estrechamientos o aberturas que sufra la guía de onda a lo largo del eje de propagación. Ahora si se inicia con una geometría como se muestra en la Figura 16, se puede observar que las guías de onda no tienen la misma magnitud en su sección transversal. Por consiguiente, se puede concluir que propagan una cantidad diferente de modos.

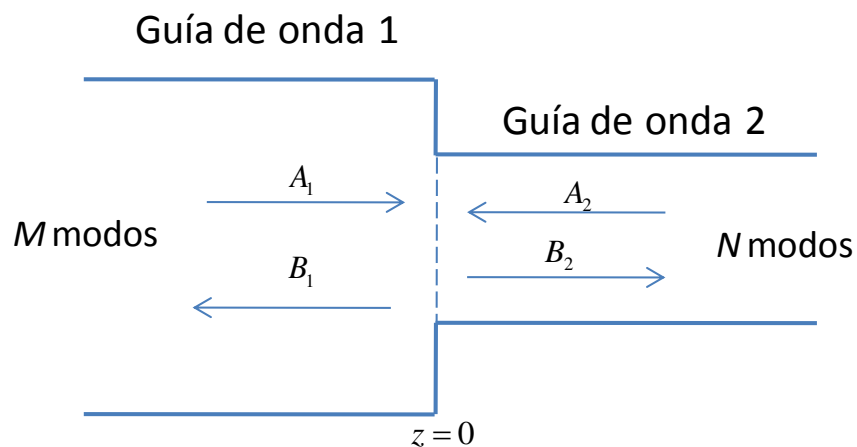


Figura 16. Definición de amplitudes de modo en la formulación de la matriz de dispersión.

Si se inicia de la solución general de la ecuación de Helmholtz:

$$U(z) = Ae^{ik_c z} + Be^{-ik_c z},$$

y se hace $z=0$ en el punto donde se juntan dos guías de onda diferentes (como se ve en la Figura 16) y se toma como base el campo eléctrico:

$$E_1 = A_1 + B_1, \quad (40)$$

donde el subíndice 1, indica la guía de onda analizada(en este caso la guía de onda 1). El campo magnético entonces será:

$$H_1 = \frac{A_1 - B_1}{Z_1}, \quad (41)$$

donde $Z_1 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$, y es la impedancia característica de la guía de onda 1. Si se asume una expansión de E y H en términos de eigenmodos \vec{e}_i y \vec{h}_i de la guía de onda 1 (Neilson & Latham, 1989):

$$\vec{E}_1 = \sum_{i=1}^M (A_{i1} + B_{i1}) \vec{e}_{i1}, \quad (42)$$

$$\vec{H}_1 = \sum_{i=1}^M \left(\frac{A_{i1} - B_{i1}}{Z_{i1}} \right) \vec{h}_{i1}, \quad (43)$$

donde M es el total de modos, A_{i1} y B_{i1} son las amplitudes del i -ésimo eigenmodo visto desde la guía de onda 1. El cálculo de Z_{i1} dependerá de cada eigenmodo y la sección transversal de la guía que se esté analizando. De una manera similar también se pueden calcular los campos vistos desde la guía de onda 2:

$$\vec{E}_2 = \sum_{j=1}^N (A_{j2} + B_{j2}) \vec{e}_{j2}, \quad (44)$$

$$\vec{H}_2 = \sum_{j=1}^N \left(\frac{A_{j2} - B_{j2}}{Z_{j2}} \right) \vec{h}_{j2}, \quad (45)$$

donde N es el total de modos vistos desde la guía de onda 2.

4.2.2 Cálculo de los elementos de la matriz S

Aplicando condiciones de continuidad para los campos eléctrico y magnético, se obtienen las siguientes relaciones entre las amplitudes hacia adelante (A) y hacia atrás (B) en una guía de onda:

$$P[\underline{A}_1 + \underline{B}_1] = I[\underline{A}_2 + \underline{B}_2], \quad (46)$$

$$Z_1 P Y_2 [\underline{A}_2 - \underline{B}_2] = I[\underline{A}_1 - \underline{B}_1], \quad (47)$$

donde I es la matriz identidad, \underline{A} y \underline{B} son los vectores que contienen los coeficientes de las amplitudes, Z_1 es una matriz diagonal de $M \times M$ que contiene la impedancia en la guía de onda 1 y Y_2 es una matriz diagonal de $N \times N$ que contiene la admitancia en la guía de onda 2. La admitancia se puede definir como $Y = Z^{-1}$. El valor de P representa el coeficiente de acoplamiento y se define como:

$$P_{ji} = \int_{CA} \vec{e}_{j2} \cdot \vec{e}_{i1}^* dA, \quad (48)$$

donde la integral es realizada entre el área de apertura común entre las dos guías de onda.¹

Si las ecuaciones (46) y (47) son resueltas para las amplitudes de campo de B_1 y B_2 :

¹ Para más detalle sobre el cálculo de Z , Y y P véase el Apéndice del artículo (Neilson & Latham, 1989) y el artículo (Graeme, 1981).

$$\underline{B} = S\underline{A}, \quad (49)$$

donde:

$$\underline{B} = \begin{pmatrix} \underline{B}_1 \\ \underline{B}_2 \end{pmatrix}, \quad \underline{A} = \begin{pmatrix} \underline{A}_1 \\ \underline{A}_2 \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}. \quad (50)$$

De la ecuación (50) los elementos S_{11} y S_{21} son matrices que representan las magnitudes reflejada y transmitida visto desde la guía de onda 1. Los elementos S_{12} y S_{22} son matrices que representan las magnitudes transmitida y reflejada visto desde la guía de onda 2.

A partir de las ecuaciones (46) y (47) se pueden reagrupar en los elementos de la matriz S (50):

$$S_{11} = [I + Z_1 P^T Y_2 P]^{-1} [I - Z_1 P^T Y_2 P],$$

$$S_{12} = 2[I + Z_1 P^T Y_2 P]^{-1} Z_1 P^T Y_2,$$

$$S_{21} = 2[I + P Z_1 P^T Y_2]^{-1} P,$$

$$S_{22} = [I + P Z_1 P^T Y_2]^{-1} [I - P Z_1 P^T Y_2]. \quad (51)$$

Dado que la Matriz S contiene la información de las magnitudes de campo electromagnético y un cambio en la forma de una guía de onda a otra, los elementos de la ecuación (50) presentan una analogía con lo expuesto en el MMT para un cambio de interfase. De hecho se puede cambiar el índice de refracción de ambas guías de onda y se puede analizar el caso visto en la sección 3.2.4.

4.2.3 Propagación por un medio homogéneo y sin cambios en el área de sección transversal.

Si se supone un medio homogéneo con índice de refracción n con un punto de inicio de z a $z+l$ donde el área de la sección transversal de la guía no cambia a lo largo del eje z , tal como se muestra en la Figura 17.

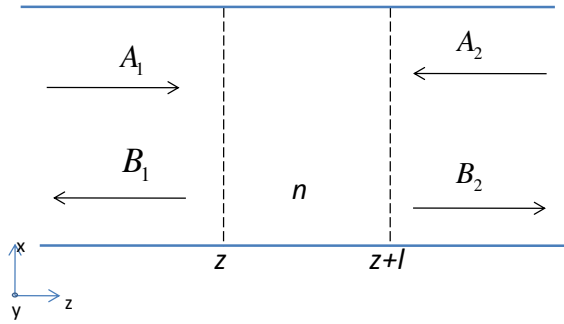


Figura 17. Representación de la propagación de una onda uniforme en un medio homogéneo y sin cambios en el área de sección transversal.

La matriz de propagación en un medio homogéneo quedaría de la siguiente manera (Graeme, 1981):

$$S_L = \begin{bmatrix} 0 & S_{L1} \\ S_{L1} & 0 \end{bmatrix}, \quad (52)$$

donde $S_{L1} = \exp(-\gamma_i l)$. El valor de γ_i indica la magnitud de la constante de propagación compleja del i -ésimo eigenmodo y se calcula de la siguiente forma:

$$\gamma = \sqrt{k_c^2 - k_0^2} \quad (53)$$

y

$$k_0 = \frac{2\pi n}{\lambda_0}, \quad (54)$$

donde n es el índice de refracción del medio analizado, λ_0 es la longitud de onda de luz incidente. Dependiendo el tipo de guía de onda, el valor de k_c está dado por (Carmona M, 2009):

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad \text{para guía de onda rectangular,} \quad (55)$$

$$k_c^2 = \left(\frac{q'_{nm}}{a}\right)^2 \quad \text{para guía de onda circular,} \quad (56)$$

donde a y b son las dimensiones largo-ancho para una guía de onda rectangular y a es el radio para la guía de onda circular. En la ecuación (56) q' lo definiremos como el m -ésimo derivativo de la función de Bessel de orden n . Es importante aclarar qué m y n es el modo de propagación TM_{mn} y TE_{mn} .

4.2.4 Estructuras en cascada con la matriz S

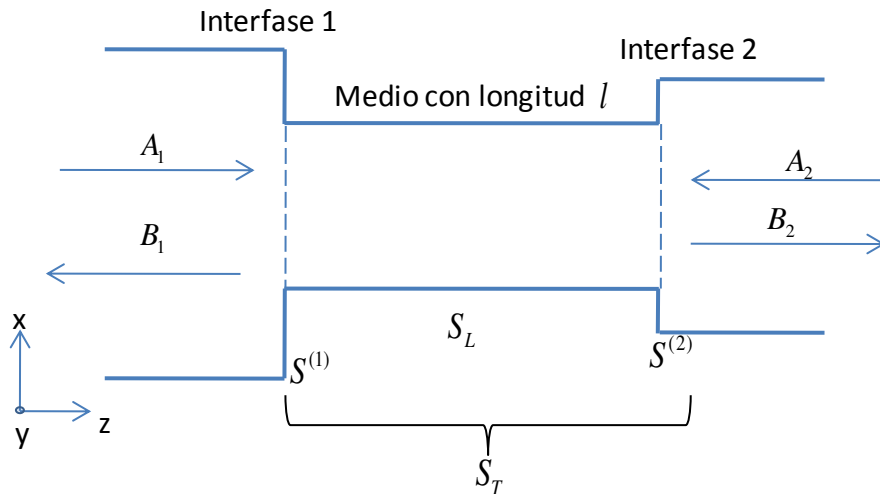


Figura 18. Representación de dos cambios en la guía de onda y una longitud l entre las dos interfaces.

A partir de las matrices (50) y (52) se pueden representar cambios hechos de una guía de onda a otra tal como se presentó en la Figura 16 y también tomar en cuenta la parte homogénea de cada guía de onda, como se explico en la sección anterior. Esta representación consiste en añadir S_{Ll} a las ecuaciones expuestas en (51). Para comenzar supondremos dos cambios en el área de la sección transversal de una guía de onda y una longitud intermedia tal como se muestra en la Figura 18. Donde $S^{(1)}$ representa la matriz del primer cambio de interfase, $S^{(2)}$ representa la matriz del segundo cambio de interfase y S_L es la

matriz de longitud l . La representación en cascada de estos cambios puede ser representada por las siguientes ecuaciones (Graeme, 1981):

$$\begin{aligned}
 S_{T11} &= S_{11}^{(1)} + S_{12}^{(1)} S_{L1} \Delta_1 S_{11}^{(2)} S_{L1} S_{21}^{(1)} , \\
 S_{T12} &= S_{12}^{(1)} S_{L1} \Delta_1 S_{12}^{(2)} , \\
 S_{T21} &= S_{21}^{(2)} S_{L1} \Delta_2 S_{21}^{(1)} , \\
 S_{T22} &= S_{22}^{(2)} + S_{21}^{(2)} S_{L1} \Delta_2 S_{22}^{(1)} S_{L1} S_{12}^{(2)} , \\
 \Delta_1 &= \left(I - S_{11}^{(2)} S_{L1} S_{22}^{(1)} S_{L1} \right)^{-1} , \\
 \Delta_2 &= \left(I - S_{22}^{(1)} S_{L1} S_{11}^{(2)} S_{L1} \right)^{-1} .
 \end{aligned} \tag{57}$$

Donde S_T es la matriz resultante de colocar en cascada los cambios en la guía $S^{(1)}, S_L$ y $S^{(2)}$. Para analizar un número de N cambios a lo largo del eje z , la solución se vuelve iterativa y puede ser representada mediante un diagrama de bloques tal como se observa en la Figura 19.

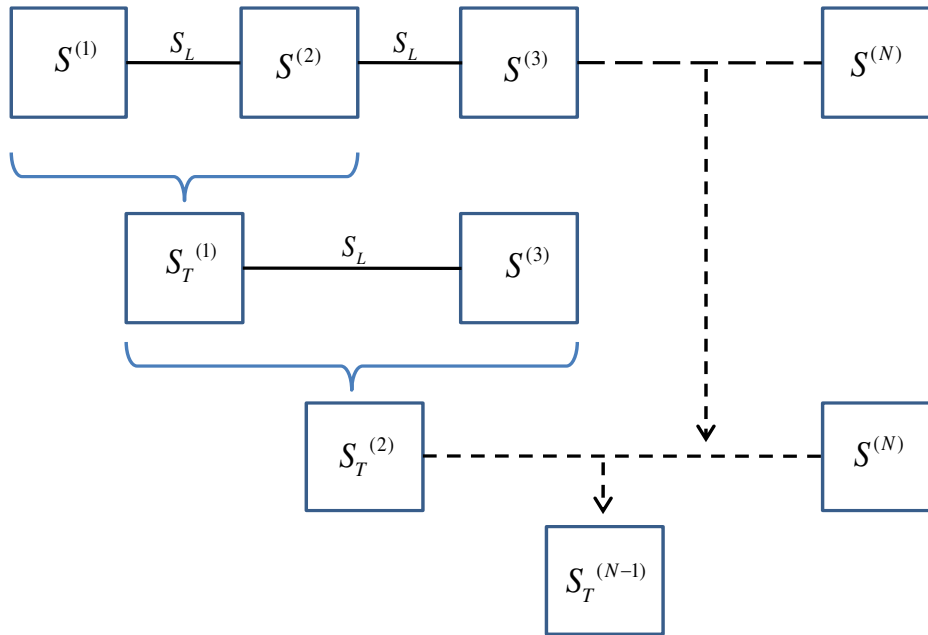


Figura 19. Resolución iterativa de matrices de dispersión en cascada.

4.2.5 Balance de energía en la Matriz S

Para verificar que las operaciones matriciales estén correctas es necesario calcular la conservación de energía. La conservación de energía o balance de energía esta dado por la siguiente igualdad (Fujishiro, 2010):

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1. \quad (58)$$

Esto solo sucede cuando la guía de onda es simétrica y sin perdidas, es decir $S_{11} = S_{22}$ y $S_{21} = S_{12}$. Cuando esto no ocurre, quiere decir que existen perdidas y que parte de la energía ha sido disipada. La condición (58) para una guía con pérdidas se puede representar como una desigualdad:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 < 1. \quad (59)$$

4.3 Matriz S en rejillas de Bragg

4.3.1 Matriz S en un período de Bragg

Para la implementación del método en un período de Bragg se puede utilizar las ecuaciones (50) y (52). Para las estructuras que se analizaran en esta tesis, no hay un acoplamiento entre guías de onda con diversos tamaños en su sección transversal. Esto implica que P sea una matriz diagonal con elementos igual a 1. En lugar de hacer un cambio en el área de la sección transversal de la guía, con la ecuación (50), se analizará el cambio de un medio con un índice de refracción a otro. La ecuación (52) se empleará para el análisis de un medio homogéneo, tal como se realizo en el MMT. La Figura 20 muestra la adaptación que se le dio a la Matriz S para el análisis capa por capa de una rejilla. A diferencia del MMT (que toma los cambios de interfase como laminas infinitas), en esta figura si se colocan los límites de la guía de onda con una distancia d entre ellas. Dado que en las Matriz S utiliza la magnitud de la sección transversal, es posible caracterizar de manera separada la propagación de una onda electromagnética en cada uno de sus modos.

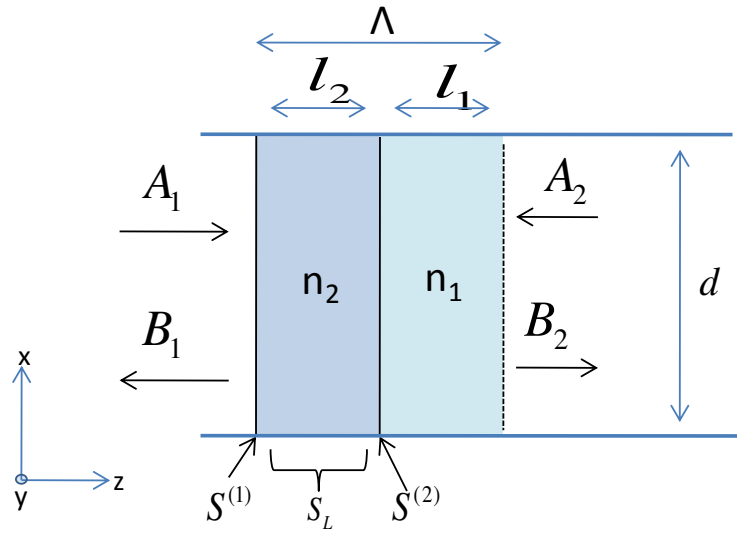


Figura 20. Propagación de onda electromagnética a través de un período de Bragg utilizando la Matriz S.

4.3.2 Implementación de una rejilla de Bragg con el Método de la Matriz S

Para realizar el cálculo numérico de una rejilla de Bragg es necesario utilizar las ecuaciones (57) y calcular de manera iterativa cada capa de una rejilla de Bragg. Como ejemplo, la Figura 21 muestra el espectro de reflexión (modo fundamental TE_{11}) de una rejilla con 10,000 modulaciones. Estas rejillas colocadas en el núcleo de una guía de onda con sección transversal circular. Es importante destacar que es necesario definir valores para cada parámetro, pero en esta figura el objetivo de la imagen es ilustrar la representación típica del parámetro S_{11} (o parámetro de reflexión).

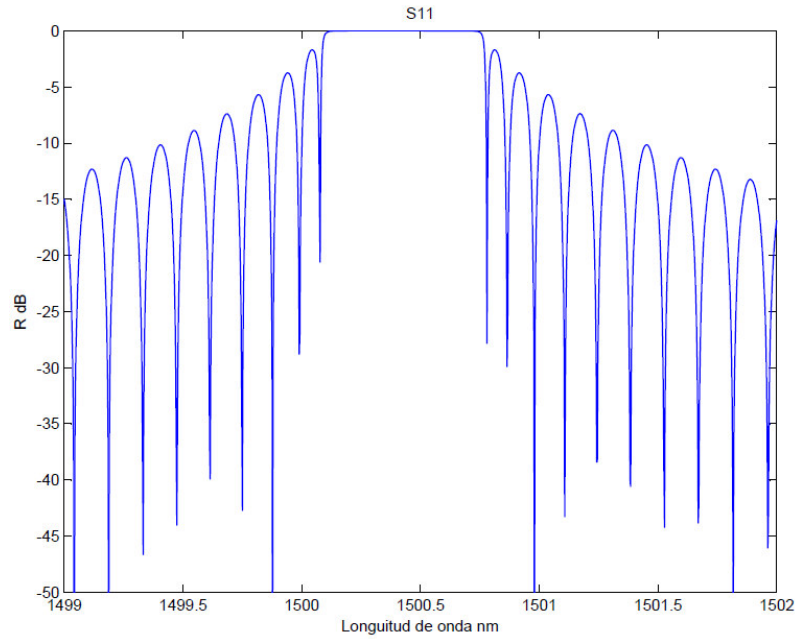


Figura 21. Espectro de reflexión del modo fundamental de una guía con 10,000 rejillas utilizando la Matriz S.

4.4 Conclusiones del capítulo

En este capítulo, se presentaron las bases para el estudio de cambios de interfase utilizando el Método de la Matriz de Dispersión (Matriz S). En principio la matriz S estudia el acoplamiento entre guías de onda con sección transversal diferente. En este trabajo la matriz S se utiliza para realizar el análisis numérico de una Rejilla de Bragg. Dado que el método de la matriz S define cada modo de propagación por separado y utiliza la sección transversal de la guía de onda, permite calcular una cantidad finita de amplitudes de campo. Esta característica es deseable cuando el número de interfases y profundidad es muy elevado, donde el MMT puede tener inestabilidades en los cálculos numéricos de las amplitudes de campo.

CAPÍTULO 5

ESTRUCTURAS PERIÓDICAS, CUASI-PERIÓDICAS, Y CON ALEATORIEDAD

5.1 Introducción

En este capítulo se da a conocer el problema de investigación que se está abordando en esta tesis. Esto fue tratado de manera general en la Introducción de la tesis. Ahora lo que se pretende, es desglosar de manera más profunda el planteamiento y encaminar las posibles soluciones. Hasta este momento se han expuesto las bases físicas de la propagación de la luz en una guía de onda y después, a grandes rasgos, la manera (métodos) en que se puede analizar dicha propagación. Es por esto, que antes de especificar el planteamiento del problema, era necesario que se tuviera en claro los conceptos vistos en capítulos anteriores. El objetivo de este capítulo es generar a partir del problema analizado, las posibles geometrías o estructuras físicas que han sido expuestas en la literatura. El enfoque siempre será en realizar modificaciones físicas y acomodo de rejillas en el núcleo de una guía de onda. Lo tratado en este trabajo será con una orientación a sensores ópticos, aunque pudiera servir en otras áreas de aplicación.

5.2 Planteamiento del problema

Recordando a lo tratado en la introducción, el planteamiento del problema es el siguiente:

- En la literatura se cuentan con dispositivos de medición que utilizan estructuras periódicas en la fibra óptica (Luo, 2012), (Xiaohua Lei, 2012).

También se cuenta con el empleo de estructuras cuasi-periódicas (Ali & Kanzari, 2011) y aleatorias (Lizárraga, Puente, Chaikina, Leskova, & Méndez, 2009) para filtros y láseres. En la actualidad no se encuentra el estudio de estructuras cuasi-periódicas y aleatorias para aplicaciones en sensores ópticos con mayor precisión.

Con la frase “mayor precisión”, se refiere a generar un espectro relativamente delgado con valores de reflexión que sean adecuados para realizar una lectura específica. En la literatura definen los rangos de frecuencia en la que la luz no puede propagarse a través de una estructura como Bandas Prohibidas Fotónicas (Ali & Kanzari, 2011), o PBG’s por sus siglas en inglés: Photonic Band Gaps. En el presente escrito se requiere hacer los PBG’s lo más delgado posible o que contenga características que ayuden mejorar la exactitud en un sensor. Para otras implementaciones los Bandas Prohibidas Fotónicas funcionan como micro filtros o láseres. La aplicación que se le dará en la presente tesis será orientada hacia sensores de tensión y cambios de temperatura. Las estructuras serán intrínsecas al núcleo, apoyado en la teoría expuesta en rejillas de Bragg. El objetivo en este escrito es como modificar la geometría de rejillas en el núcleo a lo largo del eje de propagación, utilizando los estudios realizados para filtros y láseres. Como ejemplos de trabajos que se han implementado en sensores utilizando estructuras periódicas, se tienen los expuestos en la Figura 22.

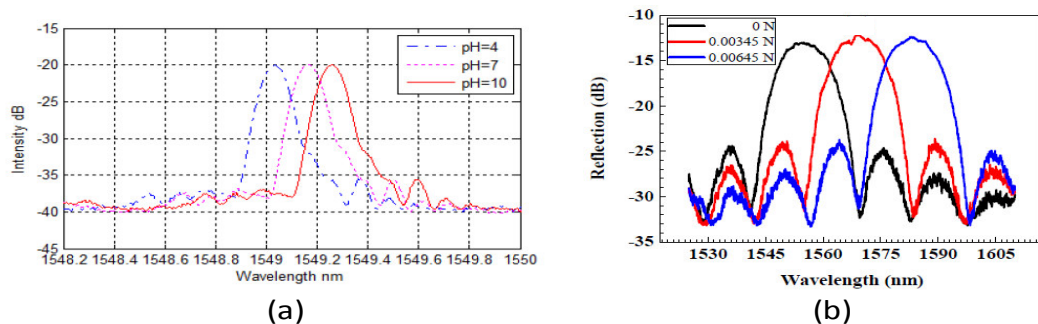


Figura 22. (a) Medición de pH basado en dilatación de fibra óptica para un pH de 4, 7 y 10 (Xiaohua Lei, 2012). (b) Medición de tensión utilizando rejillas de Bragg con modulaciones periódicas. Implementación para 0 Newton, 0.00345 Newtons y 0.00645 Newtons (Luo, 2012).

Como se analizó en el capítulo 2, si se conoce el período de Bragg (Λ), es posible calcular la zona de máxima reflexión (λ_b). El funcionamiento de un sensor óptico es por la acción de energía mecánica o térmica que modifica la magnitud de Λ . Este cambio se traduce en un desplazamiento en el espectro de reflexión, que puede ser observado en un analizador de espectro óptico. El tener un espectro de reflexión (o transmisión) delgado genera como resultado una mayor resolución del cambio de temperatura o tensión que ocurre en el núcleo de la guía de onda o fibra óptica.

Acotando el alcance del problema, no se analiza el tipo de luz incidente (laser, LED, etc.), ni el tratamiento que haya sufrido la señal al llegar a las estructuras analizadas. Las estructuras que se explicarán, no se tomará en cuenta si tienen algún dopaje en el núcleo que amplifique la señal. Las imperfecciones en la guía de onda que pudiera afectar la propagación de una onda electromagnética son despreciadas.

Para comprender mejor lo que se desea obtener, se puede observar la Figura 23, el bloque de la izquierda sería la estructura que se busca obtener, para obtener un espectro más delgado y por lo tanto que sea más sensible la medición.

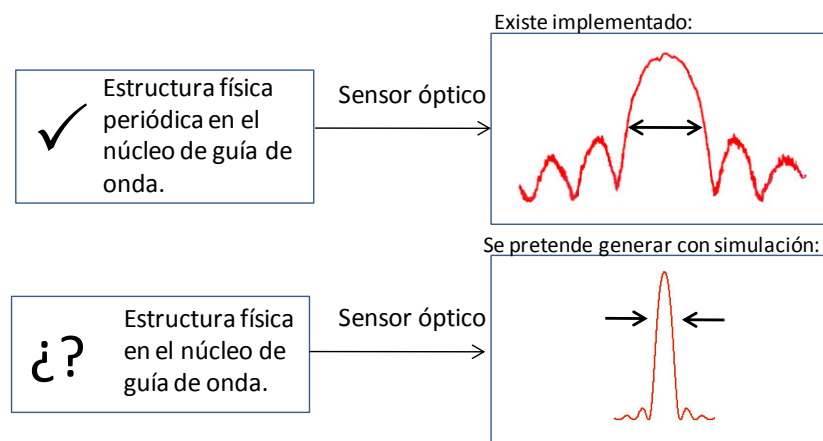


Figura 23. Descripción general del planteamiento del problema, de lado izquierdo se representan los bloques de estructura física para generar un espectro de reflexión de los bloques de la derecha. Los signos de interrogación indica la estructura que pudiera resolver el problema.

Entonces es necesario revisar en la literatura las diferentes geometrías que permitan generar Bandas Prohibidas Fotónicas y, además, documentar características especiales. En las siguientes secciones, se mostrarán las principales estructuras que existen publicadas y que podrían ser las adecuadas para el planteamiento del problema.

5.3 Estructuras propuestas

En este trabajo se define una estructura como el acomodo de rejillas de Bragg a lo largo de una guía de onda óptica. La palabra geometría la utilizaremos cuando se refiera el resultado físico de aplicar un tipo de estructura. Recordando que una rejilla de Bragg es un conjunto de modulaciones en el índice de refracción, rejillas (en plural) indica la presencia de dos conjuntos de modulaciones separadas por un medio homogéneo con una magnitud mucho mayor a Λ . Para evitar una posible confusión, se llamará “región A” al medio homogéneo y “región B” a una rejilla, donde en magnitud $A \gg \Lambda$. El apilar longitudinalmente ambas regiones (región A + región B), se llamará NN , véase Figura 24. Este parámetro no tendrá un valor numérico de longitud, solo servirá para indicar cuantas veces se repite una geometría a lo largo de una guía de onda.¹

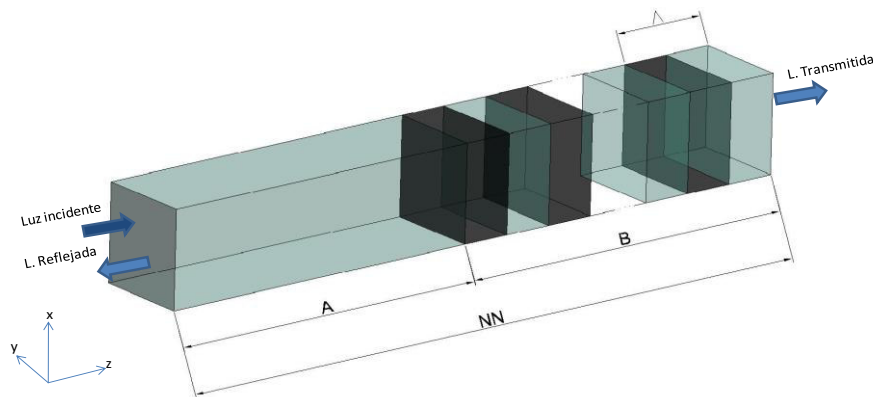


Figura 24. Estructura fundamental NN . El color oscuro indica un índice de refracción mayor que el color claro. El espacio vacío con la línea punteada en la región B indica que las rejillas se repiten.

¹ Cuando se esté hablando de regiones A y B no hay que confundirlos con las amplitudes de campo transmitidos y reflejados vistos en el MMT y Matriz-S.

Por la manera en ordenar longitudinalmente las rejillas de Bragg, las estructuras se pueden dividir en tres grupos:

- Periódicas.
- Cuasi-periódicas.
- Aleatorios.

Cada grupo tiene un conjunto de características favorables en la modificación de las Bandas Prohibidas Fotónicas y su localización. Las estructuras periódicas han sido extensamente utilizadas para la implementación de sensores ópticos. En los últimos años las estructuras cuasi-periódicas han tenido un gran auge por poseer características de estructuras periódicas y aleatorias (Ali & Kanzari, 2011), que pueden resultar interesantes para este estudio. Las estructuras aleatorias han sido utilizadas para generar láseres, debido a que generan varias cavidades con líneas de emisión a diferentes longitudes de onda (Lizárraga, Puente, Chaikina, Leskova, & Méndez, 2009).

Debido a estas características favorables, se describirán a detalle cada uno de los tipos de estructuras. La forma de la estructura en que se pretende implementar será siempre acorde a la estructura fundamental expuesta en la Figura 24. Cada aplicación en la literatura pudiera utilizar la distribución de cada estructura en otro parámetro que no sea el acomodo de las rejillas, pero el fundamento es el mismo. El fundamento es entonces: los elementos necesarios que debe tener una estructura para que sea periódica, cuasi-periódica y aleatoria. En los siguientes subtemas se explicarán los elementos de cada tipo de estructura y la estructura propuesta.

5.4 Estructuras periódicas

Las estructuras periódicas, son aquellas en donde el período de Bragg, la cantidad de modulaciones de la rejilla, los cambios de índice de refracción y la magnitud de la sección transversal permanecen constantes. Es prácticamente copiar la estructura y apilarla una sobre otra a lo largo del eje de propagación. Estas estructuras son las que se utilizan en sensores ópticos.

La estructura periódica será un punto de partida para las demás estructuras. La intención de definirla es tener la base de comparación o patrón con la que se estará evaluando cada una de las demás estructuras. La Figura 25 muestra la estructura que se propone con un valor $NN = 2$, esto indica que la estructura fundamental se apilo dos veces a lo largo del eje z . En la estructura periódica la región A y la región B siempre medirán lo mismo a lo largo del eje z .

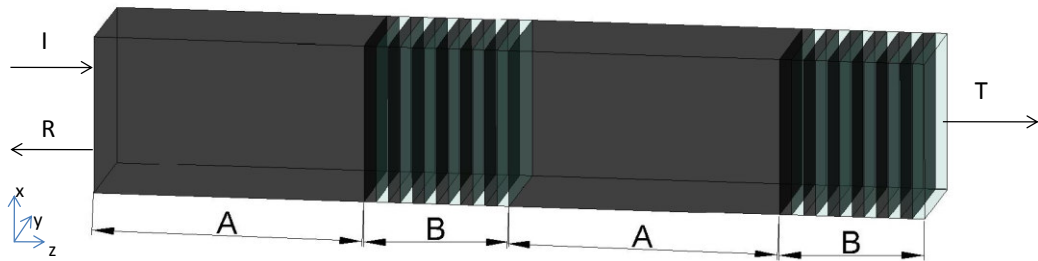


Figura 25. Geometría periódica para $NN=2$.

Las flechas de lado izquierdo y derecho de la estructura de la Figura 25 representan los campos incidentes (I), transmitidos (T) y reflejados (R). Además, en la figura se observa una sección transversal cuadrada, pero eso no indica que así lo sea, solo es para representar los cambios de un medio a otro a lo largo del eje z . Cabe aclarar que el tomar en cuenta la sección transversal, sería una cuestión de que método se utilice para analizar la propagación, concepto abordado en los capítulos 3 y 4. El cambio de colores en la estructura siempre representara un cambio en los índices de refracción. Es importante generalizar esta “nomenclatura” para las demás estructuras.

5.5 Estructuras cuasi-periódicas

Las estructuras cuasi-periódicas son aquellas que tienen propiedades físicas importantes e interesantes, no son estructuras que se comportan igual que estructuras aleatorias, sino que están construidos de acuerdo con un procedimiento determinístico. Estos poseen las propiedades tanto como estructuras periódicas y estructuras aleatorias, y tienen algunas características distintivas que no se encuentran en los medios tradicionales (Ali & Kanzari,

2011). Los sistemas cuasi-periódicos pueden verse como la transición perfecta entre estructuras periódicas y estructuras aleatorias. El cuasi-cristal se construye mediante la aplicación de un proceso iterativo, llamada regla generacional, a un conjunto de "bloques de construcción" formado por capas con espesor e índice de refracción bien definidos (Aissaoui, Zaghoudi, Kanzari, & Rezig, 2006). Las estructuras reportadas, en su mayoría, implementan bloques de construcción para un espectro considerablemente amplio que está en el orden de los micrómetros. Recordemos que nuestro análisis se concentra en un par de nanómetros y es por eso que se tienen que diseñar bloques de construcción adecuados al planteamiento del problema. Podemos concluir que el diseño de una estructura cuasi-periódica debe estar basado en la estructura fundamental, tal como se mostró en la Figura 24.

Lo que se encuentra reportado en el estudio de este tipo de estructuras son las series:

- Thue-Morse.
- Fibonacci.

Estas no son las únicas series recursivas que existen, pero son las más representativas en el estudio de cristales unidimensionales.¹ Es por eso que se propone una estructura para cada serie en las secciones 5.5.1 y 5.5.2.

5.5.1 Estructuras con serie Thue-Morse

La serie Thue-Morse puede ser representada con la siguiente expresión recursiva:

$$S_{k+1} = S_k \overline{S_k}, \quad (60)$$

¹ Para mayor información véase (Aissaoui, Zaghoudi, Kanzari, & Rezig, 2006), (Agarwal & Mora-Ramos, 2007), (Ali & Kanzari, 2011) y (Wu & Gao, 2012).

donde S representa la región que se estará apilando longitudinalmente, k representa la generación del bloque de construcción. Los valores iniciales son $S_0 = B$, $S_1 = A$ y \bar{S} representa la región “negada”, como ejemplo $\bar{S}_1 = B$.

Si se quiere que la serie sea S_3 , la serie recursiva podría representarse de la siguiente forma: $ABBA$. Tomando en cuenta la distribución de cada región, la Figura 26 representa una geometría de ejemplo para S_3 .

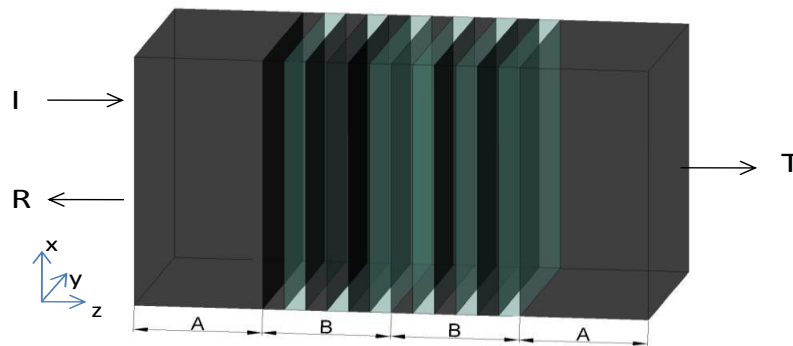


Figura 26. Geometría Thue-Morse para S_3 .

5.5.2 Estructuras con serie Fibonacci

La serie de Fibonacci puede ser representada con la siguiente expresión recursiva:

$$S_{l+1} = S_l S_{l-1}, \quad (61)$$

donde S representa la región que se estará apilando longitudinalmente, l representa la generación del bloque de construcción. Los valores iniciales son $S_0 = B$ y $S_1 = A$.

Si queremos que la serie sea S_4 , la serie recursiva podría representarse de la siguiente forma: $ABAAB$. Tomando en cuenta la distribución de cada región, la Figura 26 representa una geometría de ejemplo para S_4 .

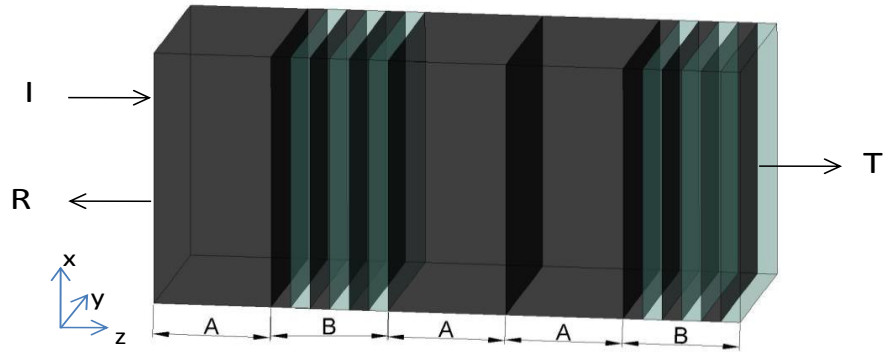


Figura 27. Geometría Fibonacci para S_4 .

5.6 Estructuras con aleatoriedad

Cuando una estructura tiene un acomodo que no puede ser definido de manera determinística, se dice que es aleatoria. El colocar una estructura con cierto grado de aleatoriedad indica una cierta incertidumbre en el comportamiento de su espectro de reflexión (o transmisión). Pero al tener una muestra específica es posible ubicar los puntos con máxima reflexión. Las Bandas Prohibidas Fotónicas disminuyen considerablemente en este tipo de geometrías. Esto indica la existencia de puntos en el espectro con gran energía. Si estas áreas de alta energía son localizadas, se ha reportado que tienen un espectro estrecho que ayuda a la implementación de láseres. La manera de generar el espectro delgado se puede lograr con rejillas de Bragg separadas por un medio homogéneo con longitud aleatoria y con una distribución Gaussiana (Lizárraga, Puente, Chaikina, Leskova, & Méndez, 2009).

Para el planteamiento del problema se proponen dos cambios aleatorios en la estructura fundamental:

- Hacer aleatorio el índice de refracción de la región A y la longitud constante.
- Hacer aleatorio la longitud de la región A y el índice de refracción constante.

Es importante destacar que no se realizarán modificaciones en la región B . Si se hacen modificaciones aleatorias en Λ de la región B , la tarea de localizar la zona de máxima reflexión tendrá mayor dificultad. La principal ventaja de no

modificar B es que la zona de máxima reflexión podrá ser comparada con los demás tipos de estructuras (periódicas y cuasi-periódicas). El cambio del índice de reflexión se decidió hacer para tener otra opción en la generación de bandas delgadas en el espectro.

En las estructuras aleatorias es importante definir los conceptos de la distribución de probabilidad que se está utilizando¹:

- La distribución Normal o normalizada es una función de probabilidad continua. Es utilizada para modelar fenómenos estadísticos, donde el número de muestras es conocida. El área bajo la curva siempre es igual a 1. Su función de densidad de probabilidad tiene forma de campana.
- La media (μ), es donde se encuentra centrada la campana de Gauss, y está localizado en el máximo de la función de densidad de probabilidad.
- La desviación estándar (σ), es el grado de dispersión que presentan los datos con respecto a la media. En otras palabras la desviación estándar es un valor que dice que tan alejado pueden estar los datos obtenidos de la media.

5.6.1 Estructura con índice de refracción aleatoria y longitud constante en la región A.

En este caso se propone colocar un índice de refracción aleatorio en cada región A. La media sería el índice de refracción efectivo ($\mu_n = n_{eff}$). La desviación estándar tendrá un valor de 0.0005 ($\sigma_n = 0.0005$). Los parámetros μ_n y σ_n son los elementos necesarios para la distribución normal. Dependiendo el número de apilaciones (NN) es el número de valores de índice de refracción aleatorios que se tienen que generar. La Figura 28 muestra la estructura propuesta para este caso. De manera ilustrativa se represento de diferente color cada región A, esto indica que tienen un valor distinto en el índice de refracción. La longitud es constante para cada región.

¹ Para más información consultar (Bertsekas & Tsitsiklis, 2008).

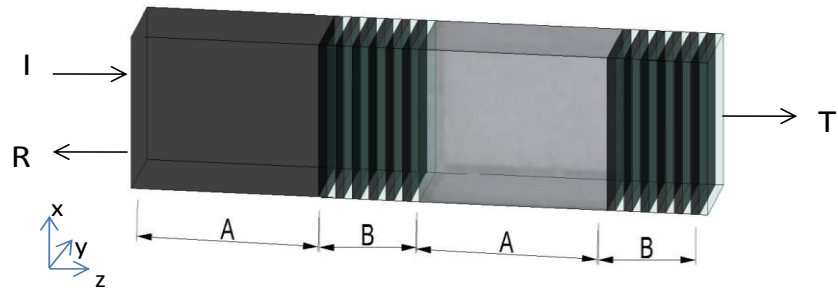


Figura 28. Geometría con n aleatoria en la región A para $NN=2$.

5.6.2 Estructura con índice de refracción constante y longitud aleatoria en la región A .

En este caso se propone colocar una longitud aleatoria en cada región A . La media sería igual a 7.5 mm ($\mu_l = 7.5 \text{ mm}$). La desviación estándar tendrá un valor de 2.5 mm ($\sigma_l = 2.5 \text{ mm}$). Los parámetros μ_l y σ_l son los elementos necesarios para la distribución normal. Dependiendo el número de apilaciones (NN) es el número de valores en la longitud aleatoria que se tienen que generar. La Figura 29 muestra la estructura propuesta para este caso. De manera ilustrativa se hizo mayor la longitud de una región comparada con la otra, el A' representa que la longitud es diferente a la primera región A . El índice de refracción para cada región A es constante.

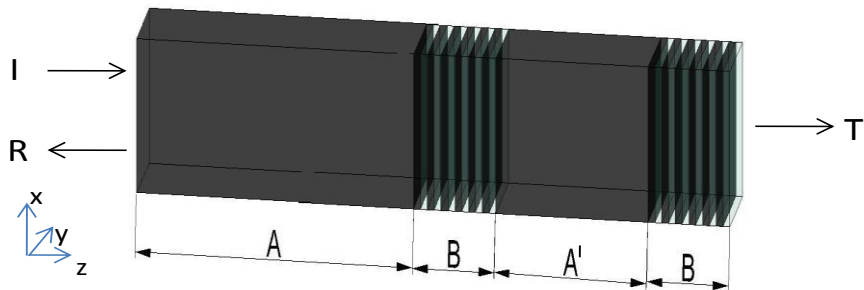
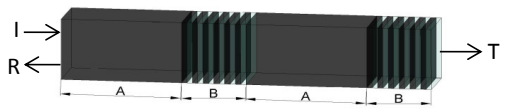
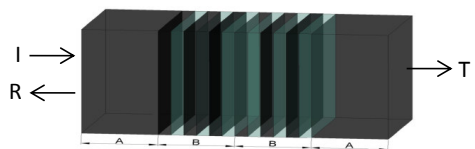
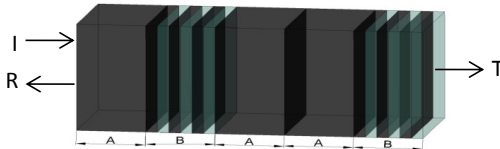
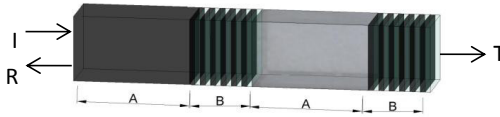
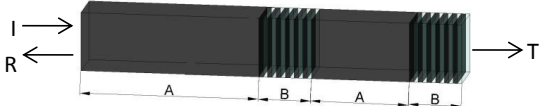


Figura 29. Geometría con longitud aleatoria en la región A para $NN=2$.

5.7 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presento el planteamiento del problema a detalle y las estructuras propuestas para dar una posible solución. La TABLA 1 expresa de manera breve las geometrías que se estarán utilizando para realizar los cálculos numéricos en el siguiente capítulo.

TABLA 1. Resumen de las estructuras propuestas: (a) periódicas, (b) cuasi-periódicas y (c) aleatorias.

Tipo de estructura		Geometría
(a) Estructuras Periódicas		
(b) Estructuras Cuasi-Periódicas	Thue-Morse (Geometría de ejemplo para S_3) $S_{k+1} = S_k \overline{S_k}$ donde: $S_0 = B$ $S_1 = A$ $\overline{S_i} = B$.	
	Fibonacci (Geometría de ejemplo para S_4) $S_{l+1} = S_l S_{l-1}$ donde: $S_0 = B$ $S_1 = A$.	
(c) Estructuras aleatorias.	Aleatorio índice de refracción en la región A. Distribución Gaussiana con : $\mu = n_{\text{eff}}$ y $\sigma = 0.0005$	
	Aleatorio la longitud en la región A. Distribución Gaussiana con: $\mu = 7.5\text{mm}$ y $\sigma = 2.5\text{mm}$	

CAPÍTULO 6

RESULTADOS DE ESTRUCTURAS PROPUESTAS

6.1 Introducción

En este capítulo se presentarán los cálculos numéricos de la reflexión y transmisión en las estructuras propuestas en el capítulo anterior, el análisis se realizará utilizando el MMT y la Matriz S. Los resultados serán expuestos en dos vertientes o perspectivas: comparación entre estructuras y comparación entre métodos. Aunque el enfoque principal será dirigido hacia las estructuras, no hay que dejar de lado las características que pueda aportar cada método. Esto complementa la comparación de las estructuras y proporciona un panorama más amplio de lo que sucede físicamente en cada estructura.

6.2 Parámetros iniciales

Los parámetros iniciales se eligieron de tal manera que se cumplan las condiciones de guiado. El valor de los índices de refracción, para cada estructura, fue tomado de tal manera que cumpliera aproximadamente con los materiales que se emplean para la fabricación de guías de onda dieléctricas. Por cuestiones prácticas, se tomó que el núcleo de la guía de onda podría tener 1.5 (redondeando el valor real) en su índice de refracción, debido a que comúnmente se emplea Oxido de Silicio (Sílice) para su fabricación (tomando que su índice de refracción es 1.48). Para las rejillas de Bragg se empleó un cambio en los índices de refracción (n_1 y n_2) y un período de Bragg (Λ) de tal manera que la longitud de Bragg estuviera localizada muy cerca de los 1500 nm. Recordando que el índice de refracción efectiva (n_{eff}) es un promedio del

cambio de índices de refracción de las modulaciones. La cantidad de modulaciones en una sola rejilla de Bragg serán un total de 10000, y corresponde a la región *B*. Este principio genera que la estructura pueda alcanzar su máxima reflexión con un valor casi del 100 % aunque sea una sola estructura fundamental ($NN=1$). Los valores de longitud las regiones *A* y *B*, tendrán la misma magnitud para facilitar su estudio y hacer comparaciones entre una estructura y otra. Solo en un caso de estructura aleatoria no se cumpliría el principio de longitud, porque es lo que desea variar en dicho caso. La TABLA 2, muestra a detalle los parámetros en común que tendrá cada estructura con su respectivo valor numérico.

TABLA 2. Valores iniciales utilizados en la simulación de las estructuras propuestas.

Descripción	Símbolo	Valor numérico
Diferencia entre índices de refracción.	Δn	1.5E-4
Índice de refracción del medio 1 de región B.	n_1	1.5
Índice de refracción del medio 2 de región B.	$n_2=\Delta n+n_1$	1.50015
Índice de refracción en la Región A.	n_1	1.5*
Período de la rejilla.	Λ	500E-9 m
Número de interfases de rejilla.	N	10000
Índice de refracción efectiva.	n_{eff}	1.500075
Región que contiene un medio homogéneo.	<i>A</i>	5mm**
Región que contiene un medio con 10000 modulaciones.	<i>B</i>	5mm
Angulo de incidencia para todas las estructuras.	θ_i	0°
Radio de la guía de onda	<i>a</i>	30um
Unión de la región A y B (número de apilaciones).	NN	2, 5 y 8

*En uno de los casos es aleatorio la longitud de la región A. **En uno de los casos es aleatorio la longitud de la región A.

El motivo de enfocarse solo en las estructuras con una $NN=2, 5$ y 8 , radica en el hecho que en estructuras con mayor número de apilamientos longitudinales generan una gran cantidad de picos de reflexión en su espectro y resultan inadecuados para un sensor óptico (para el planteamiento de problema propuesto en esta tesis). El objetivo en este trabajo siempre se buscará el

utilizar un ancho espectral lo más estrecho posible. La Figura 30 muestra un ejemplo de esta gran cantidad de picos de reflexión que se generan para una estructura periódica con $NN=25$. La información que proporciona este tipo de estructuras (en el orden de un par de centímetros) servirá para evaluar el desempeño del método de la MMT, lo cual se expondrá en la sección comparativa de los métodos.

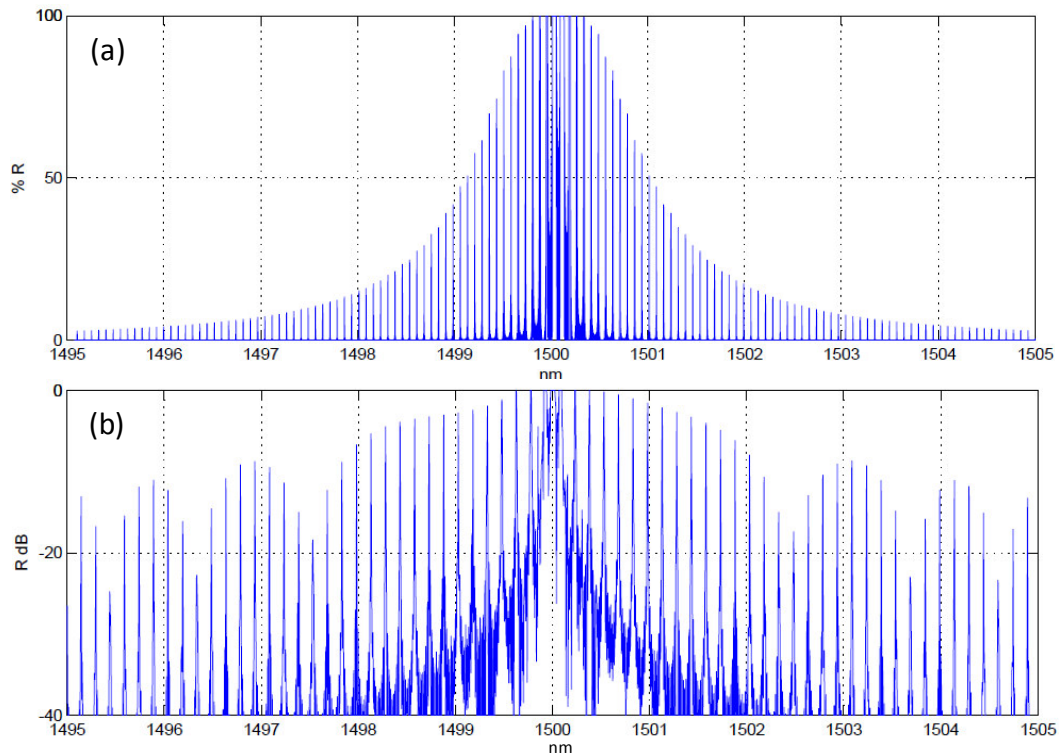


Figura 30. Espectro de reflexión para una estructura periódica con $NN=25$ con el (a) MMT y la (b) Matriz S.

Los resultados que se expondrán están simulados en MATLAB[®]. Los comandos que se utilizaron son parte de las librerías que contiene el software. Para la simulación se siguieron las bases matemáticas de cada método (MMT y Matriz S).

El MMT emplea en sus cálculos los parámetros necesarios como si la luz viajará de manera unidimensional, es decir, no toma en cuenta la sección transversal de la estructura. La matriz S describe la propagación de la luz

tomando en cuenta su sección transversal. Para el método de la matriz S se eligió una guía de onda circular. Es por eso que la TABLA 2 también está presente una magnitud de radio de la guía de onda. El radio se eligió de tal manera que cumpliera con la localización cercana a 1500 nm con el fin de comparar cuantitativamente y cualitativamente con el MMT. Con la Matriz S se utiliza el modo fundamental de la guía de onda.

6.3 Reflexión en estructuras propuestas

En esta tesis se analizará en el espectro de reflexión, aunque también puede ser de transmisión (sin pérdida de generalidad). El motivo de analizar solo el espectro de reflexión es porque este trabajo está orientado a sensores ópticos. Por lo general, en un sensor óptico como dispositivo, la luz enviada y la que se recibe está localizada en el mismo lugar. Además, que el planteamiento de problema surge de estudios realizados utilizando el espectro de reflexión (Xiaohua Lei, 2012).

Debido a que la MMT toma en cuenta un número infinito de amplitudes (Whittaker & Culshaw, 1999), el comportamiento general de la estructura con respecto a la reflexión de luz será tomado a partir de este método. El MMT maneja la magnitud de reflexión en porcentaje, debido a que toma como base las ecuaciones de Fresnel (Charalambos & Dimitrios, 2002). Los cálculos numéricos realizados por el método de la matriz S generan el análisis dependiendo de los modos que se utilicen (Neilson & Latham, 1989), en este trabajo de tesis solo se considera la propagación de un modo. Entonces el método de la matriz S servirá para ver características complementarias de cada estructura. Las características complementarias a estudiar serán la dispersión en decibeles, la localización de bandas laterales y la posible magnitud de potencia del espectro de reflexión. El equivalente de un 100 % de reflexión con el MMT, será de 0 dB para la Matriz S. Mientras las magnitudes de campo no sean truncadas, el MMT describirá el comportamiento más aproximado e ideal.

La Figura 31, muestra de manera esquemática la nomenclatura de cada parte del espectro con las cuales se estarán describiendo los resultados.

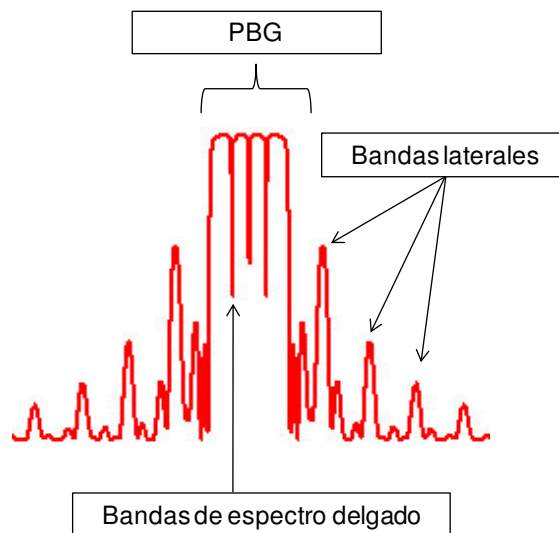


Figura 31. Ejemplo del espectro de reflexión que muestra la nomenclatura que se utiliza en los resultados de cada estructura.

Las siguientes secciones se estarán enumerando cada una de las características obtenidas de cada estructura. Es importante también aclarar que todos los datos utilizados en la simulación, se colocaron de tal manera que se lograra comparar las estructuras. Las series Thue-Morse y Fibonacci no tienen bloques de construcción completos (S_k y S_l), se tomó la serie hasta que cumpliera con cierta longitud y cantidad de regiones (A y B). Por ejemplo, para un bloque de construcción Fibonacci S_4 las regiones quedarían distribuidas como $ABAAB$, para que la estructura sea equivalente a $NN=2$ se puede dejar los primeros 4 regiones de la serie ($ABAA$). Esto permite que puedan ser comparadas con las estructuras periódicas y aleatorias.

En todos los resultados se tiene como resolución una distancia de 0.0001 nm entre cada punto para el MMT y de 0.0025 nm entre cada punto para Matriz S.

Para la matriz S se optó esta resolución porque el tiempo computacional es mayor que el MMT, debido a la resolución iterativa de matrices.

6.4 Estructuras periódicas

En la Figura 32 se presenta la geometría ejemplo y los cálculos de la reflexión de la luz a través de una estructura periódica. Para el MMT, la región de máxima reflexión (longitud de Bragg) se encuentra localizada exactamente en 1500.075 nm. Con la Matriz S la región de máxima reflexión está ubicada aproximadamente en 1500 nm.

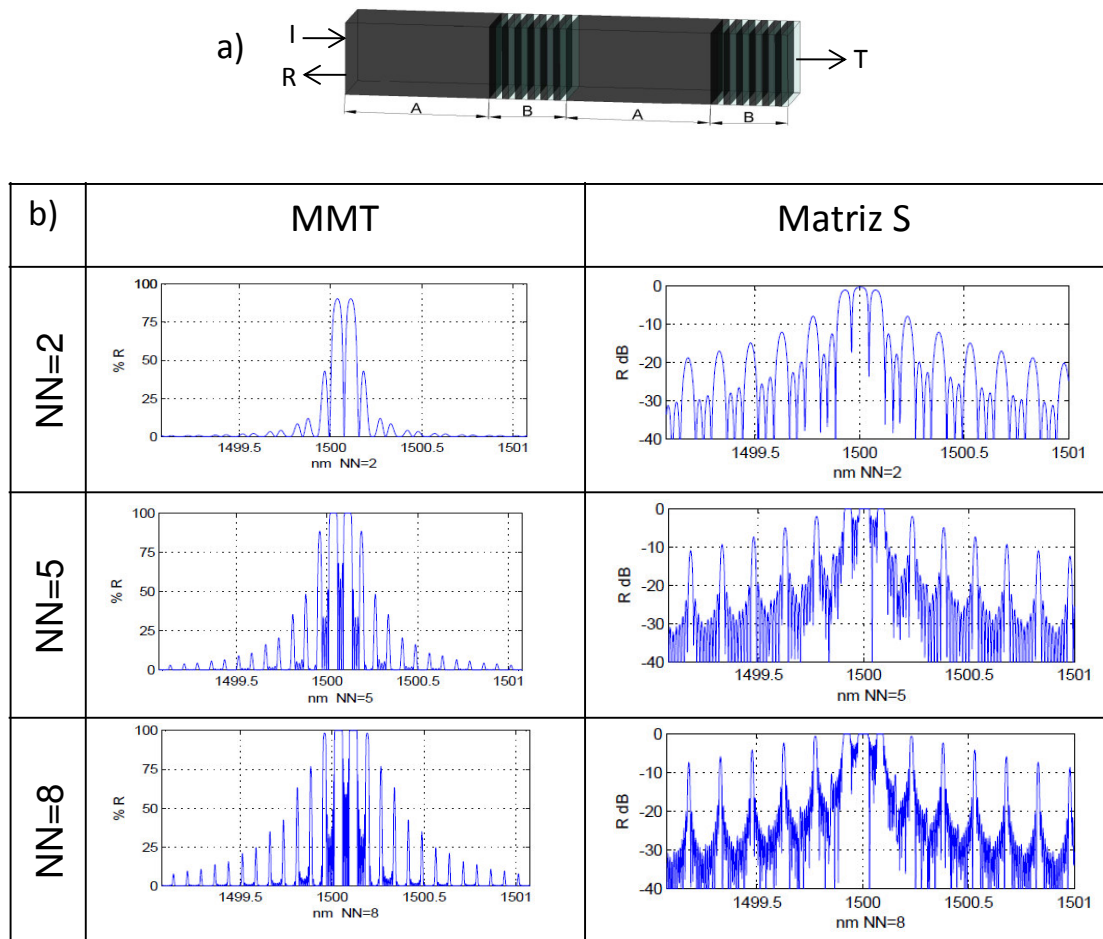


Figura 32. (a) Geometría periódica, las flechas indican las amplitudes incidente (I), transmitida (T) y reflejada (R). (b) Reflectancia de luz de estructuras periódicas con MMT y Matriz S para NN= 2, 5 y 8.

Para una estructura periódica con $NN=2$:

- La magnitud de reflexión no alcanza su máximo valor para ambos métodos (no llega a un 100 % de reflexión o 0 dB).
- Con el MMT se presentan 2 Bandas Prohibidas Fotónicas (PBG's) centrados en la longitud de Bragg (λ_b). Con la Matriz S se presentan 3 PBG's de reflexión centrados en la longitud de Bragg. Es importante que con este método solo se tomó en cuenta un modo, lo que justifica la cantidad de picos.
- Las bandas laterales formadas alrededor decrecen en magnitud hasta tender a cero después de 1499.5 nm y 1500.5 nm (MMT). Con la Matriz S se aprecia una dispersión diferente entre cada banda lateral en comparación del MMT, pero conserva las característica decreciente de su magnitud de reflexión.

Para una estructura periódica con $NN=5$:

- La magnitud de reflexión alcanza su máximo valor para ambos métodos (llega a un 100 % de reflexión y 0 dB).
- Se forman bandas con espectro delgado entre las PBG's (en ambos métodos).
- Crecen los valores de las bandas laterales localizadas a los lados de la longitud de Bragg en comparación de la estructura con $NN=2$.

Para una estructura periódica con $NN=8$:

- Las bandas laterales más próximas a la longitud de Bragg llegan a una magnitud muy cercana a 100 % (MMT) y 0 dB (Matriz S).
- Las bandas de espectro delgado localizadas entre las PBG's, aparecen de manera "más densa" o en mayor cantidad que en la estructura con $NN=5$.

6.5 Estructuras cuasi-periódicas

6.5.1 Estructuras Thue-Morse

En la Figura 33 se presenta la geometría ejemplo y los cálculos de la reflexión de la luz a través de una estructura Thue-Morse. Para el MMT, la región de máxima reflexión (longitud de Bragg) se encuentra localizada exactamente en 1500.075 nm. Con la Matriz S la región de máxima reflexión está ubicada aproximadamente en 1500 nm.

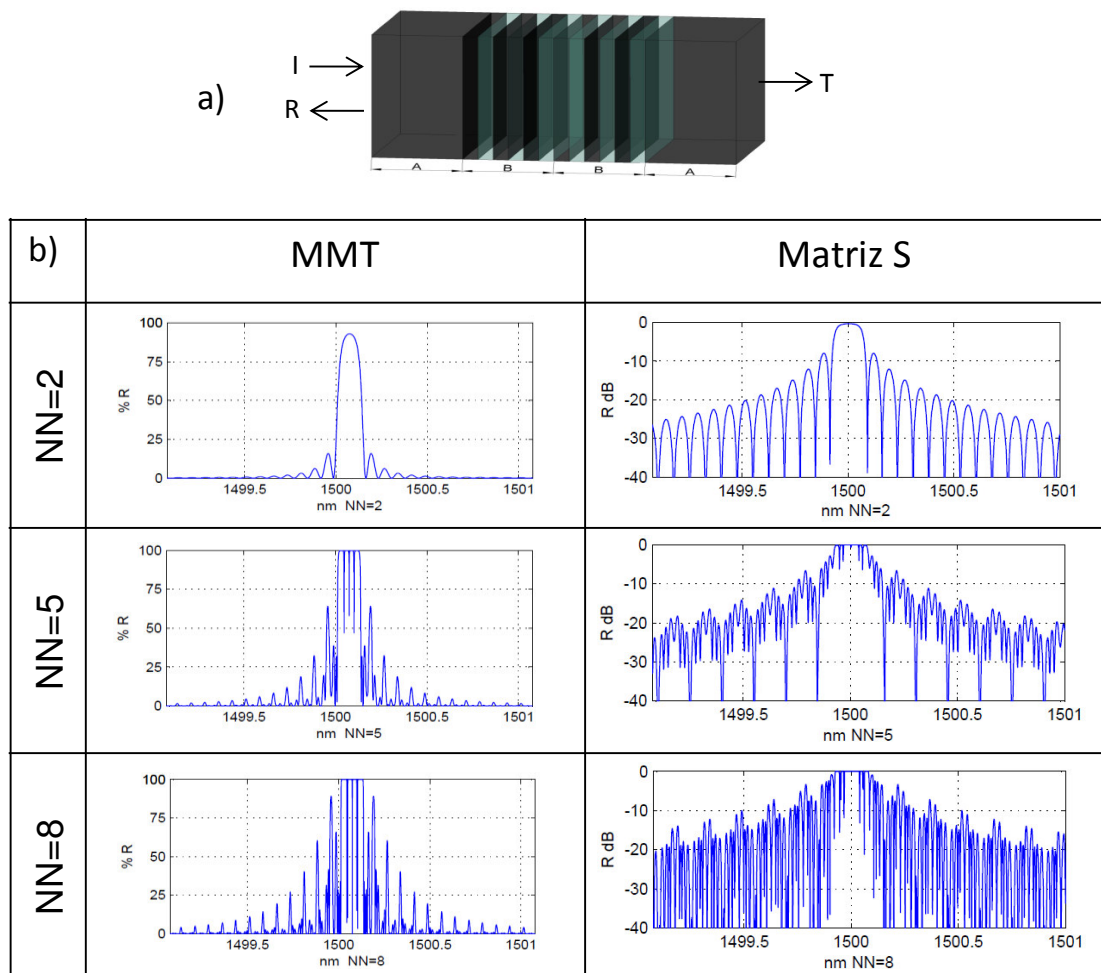


Figura 33. (a) Geometría Thue-Morse, las flechas indican las amplitudes incidente (I), transmitida (T) y reflejada (R). (b) Reflectancia de luz de estructuras Thue-Morse con MMT y Matriz S para NN= 2, 5 y 8.

Para una estructura Thue-Morse con $NN=2$:

- La magnitud de reflexión no alcanza su máximo valor para el MMT y con la Matriz S si alcanza el máximo valor.
- Con el MMT y la Matriz S se presenta 1 PBG centrada en la longitud de Bragg (λ_b).
- Las bandas laterales formadas alrededor decrecen en magnitud hasta tender a cero después de 1499.5 nm y 1500.5 nm (MMT). Con la Matriz S se aprecia una dispersión diferente entre cada banda lateral en comparación del MMT, pero conserva las características decrecientes de las magnitudes de reflexión. Es importante señalar que las bandas laterales formadas, son de menor magnitud que la estructura periódica.

Para una estructura Thue-Morse con $NN=5$:

- La magnitud de reflexión alcanza su máximo valor para ambos métodos (llega a un 100 % de reflexión y 0 dB).
- Se forman bandas con espectro delgado dentro de la PBG (para ambos métodos). Estas bandas con espectro delgado son menos densas que en el caso periódico. Esto lo podemos ver como una característica distintiva de la serie Thue-Morse.
- Hasta cierto punto, la estructura elimina el exceso de bandas laterales creadas por estructuras periódicas.

Para una estructura Thue-Morse con $NN=8$:

- Las bandas laterales más próximas a la longitud de Bragg llegan a una magnitud aproximada de 60 % para el MMT y -5 dB aproximadamente para la Matriz S.
- Las bandas de espectro delgado localizadas en la PBG, aparecen en mayor cantidad que en la estructura con $NN=5$.

6.5.2 Estructuras Fibonacci

En la Figura 34 se presenta la geometría ejemplo y los cálculos de la reflexión de la luz a través de una estructura Fibonacci. Para el MMT, la región de máxima reflexión (longitud de Bragg) se encuentra localizada exactamente en 1500.075 nm. Con la Matriz S la región de máxima reflexión está ubicada aproximadamente en 1500 nm.

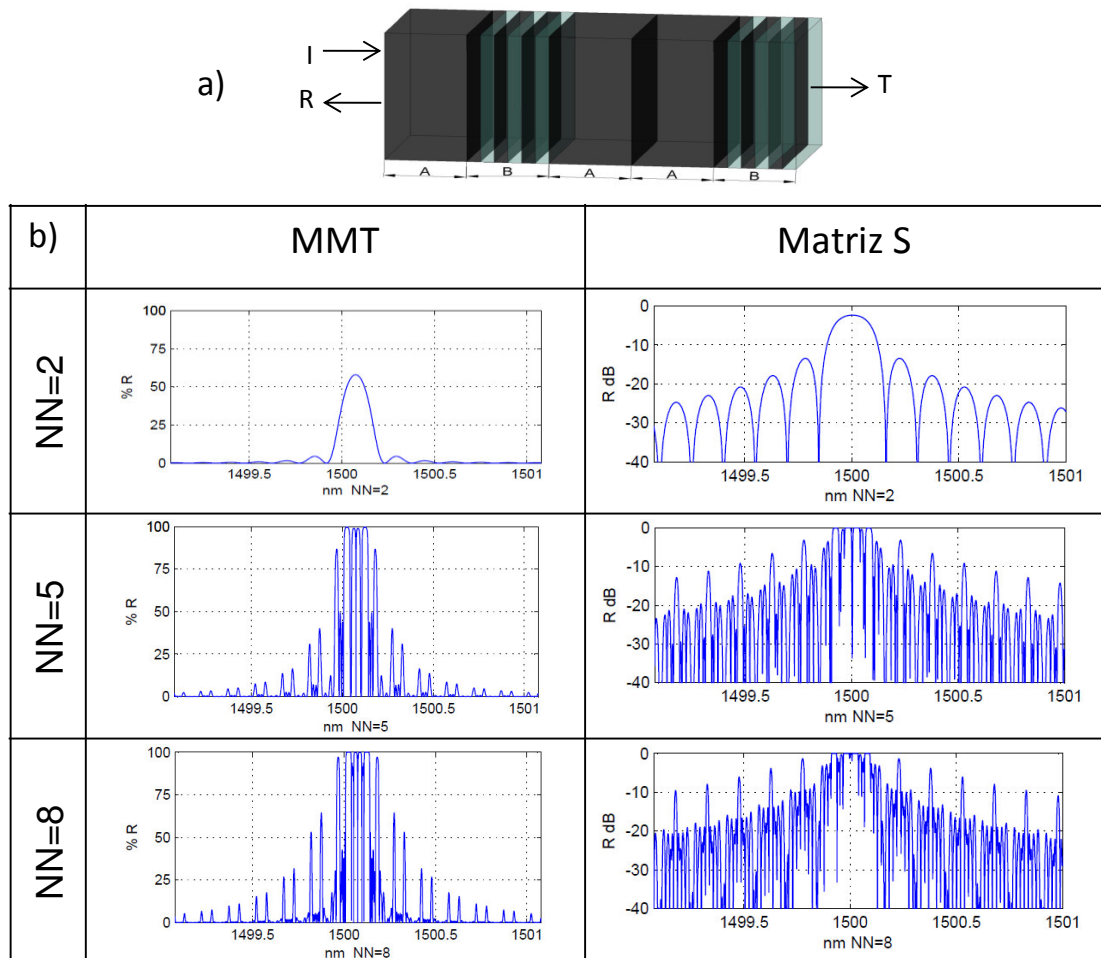


Figura 34. (a) Geometría Fibonacci, las flechas indican las amplitudes incidente (I), transmitida (T) y reflejada (R). (b) Reflectancia de luz de estructuras Fibonacci con MMT y Matriz S para NN= 2, 5 y 8.

Para una estructura Fibonacci con $NN = 2$:

- La magnitud de reflexión no alcanza su máximo valor para ambos métodos.

- Con el MMT y la Matriz S se presenta 1 PBG centrada en la longitud de Bragg (λ_b).
- Debido a que esta estructura presenta 3 medios homogéneos (o regiones A) al principio de su serie, aún no genera características que pueda distinguirla de las estructuras periódicas y Thue-Morse. Solo presenta la respuesta de una sola rejilla de Bragg.

Para una estructura Fibonacci con $NN = 5$:

- La magnitud de reflexión alcanza su máximo valor para ambos métodos (llega a un 100 % de reflexión y 0 dB).
- Se forman bandas con espectro delgado dentro de la PBG (para ambos métodos) que logran llegar a una magnitud de 0 % reflexión (MMT) y -30 dB (Matriz S). Estas bandas con espectro delgado son menos densas que en el caso periódico, pero en mayor cantidad que las Thue-Morse. Esto lo podemos ver como una característica distintiva de la serie Fibonacci.
- Se tienen bandas laterales muy similares a las observadas en estructuras periódicas.

Para una estructura Fibonacci con $NN = 8$:

- Se repiten las características observadas con $NN = 5$.
- Las bandas de espectro delgado localizadas en la PBG, aparecen en mayor cantidad que en la estructura con $NN = 5$.

6.6 Estructuras aleatorias

6.6.1 Estructura con índice de refracción aleatoria y longitud constante en la región A.

En la Figura 35 se presenta la geometría ejemplo y los cálculos de la reflexión de la luz a través de una estructura con índice aleatorio en la región A. Para el MMT, la región de máxima reflexión (longitud de Bragg) se encuentra localizada exactamente en 1500.075 nm. Con la Matriz S no se logra observar una zona de máxima reflexión en común para $NV=2, 5$ y 8 . Cabe recordar que los valores aleatorios del índice de refracción están dados por una distribución Gaussiana con media igual al índice de refracción efectivo ($\mu_n = n_{eff}$) y con una desviación estándar con valor de 0.0005 ($\sigma_n = 0.0005$). Los valores generados utilizando el comando *normrnd* de MATLAB son: 1.5003, 1.5010, 1.4989, 1.5005, 1.5002, 1.4994, 1.4999 y 1.5002 (en este orden).

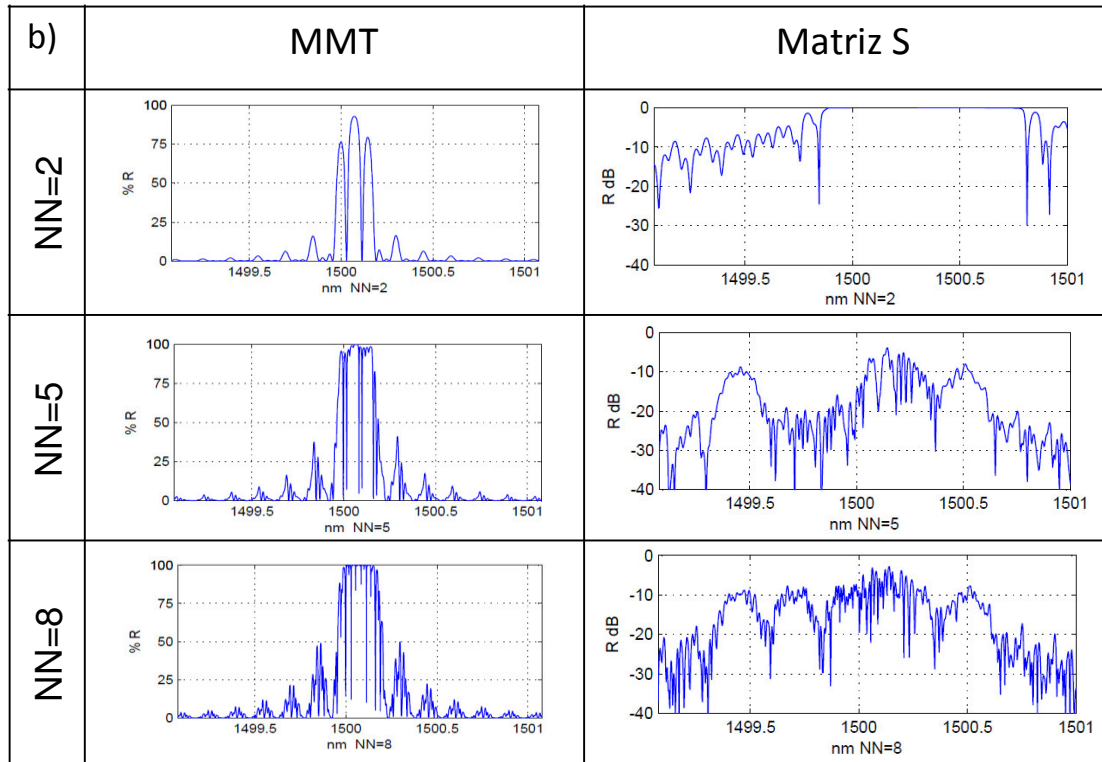
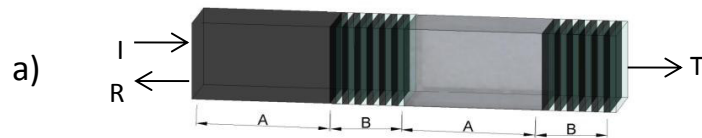


Figura 35. (a) Geometría n aleatoria, las flechas indican las amplitudes incidente (I), transmitida (T) y reflejada (R). (b) Reflectancia de luz de estructuras n aleatoria con MMT y Matriz S para NN= 2, 5 y 8. Con una desviación estándar con valor de 0.0005.

Los resultados expuestos en la Figura 35 muestran que no hay un comportamiento similar a los resultados anteriores en estructuras periódicas y cuasi-periódicas, tomando en cuenta solo la matriz S. Esto se debe al cambio de índice de refracción, en uno de los casos el cambio de índice de refracción de un medio a otro es de 0.00125 (de 1.4989 a 1.50015), relativamente, es un valor elevado con respecto a lo abordado en la fabricación de rejillas en el capítulo 2. Dado que los resultados con el método de la Matriz S no se observa una zona de máxima reflexión bien definida para todos los casos, los cambios de índice de refracción propuestos han sido modificados. La Figura 36 muestra los nuevos resultados. El cambio se realizó en la desviación estándar, de tal manera que los cambios fueran más suaves entre una rejilla de Bragg (región

B) y la región A. El valor de la desviación estándar para los cálculos numéricos de la Figura 36 tiene un valor de 0.00001 ($\sigma_n = 0.00001$). Los valores generados utilizando el comando *normrnd* de MATLAB son: 1.5001107, 1.5001026, 1.5000615, 1.5001054, 1.5000823, 1.5000744, 1.5000821 y 1.5000730 (en este orden).

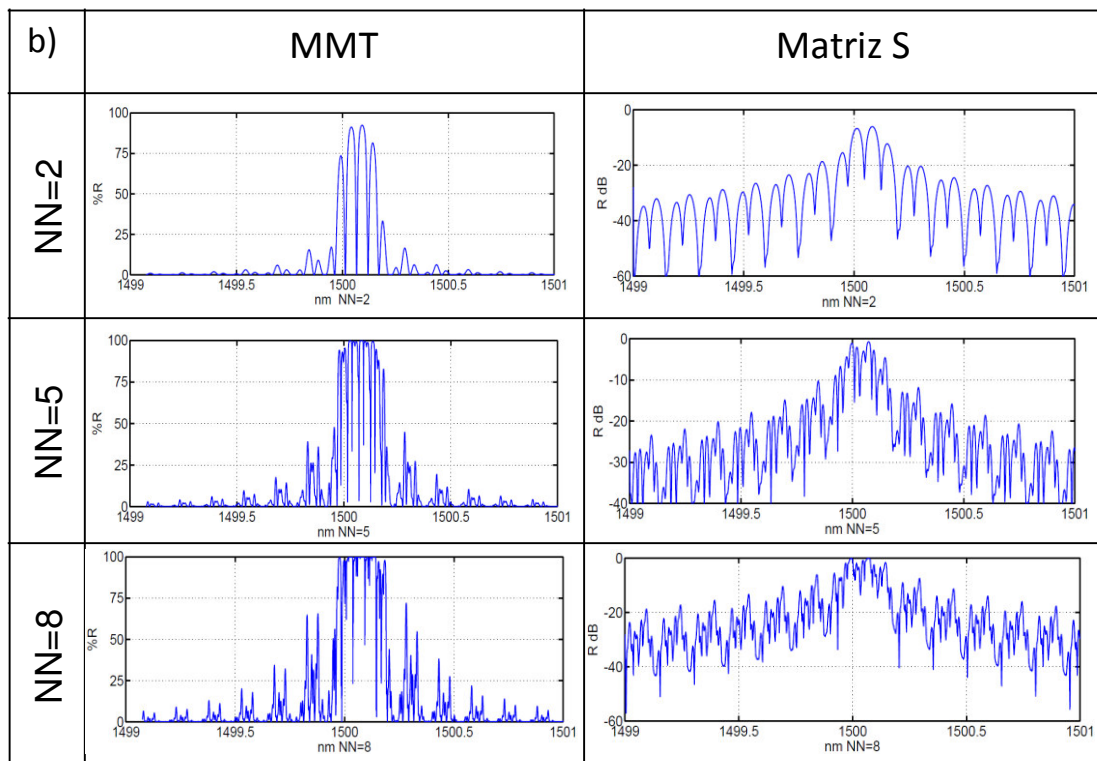
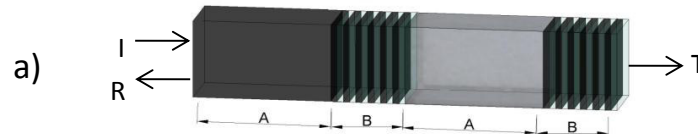


Figura 36. (a) Geometría n aleatoria, las flechas indican las amplitudes incidente (I), transmitida (T) y reflejada (R). (b) Reflectancia de luz de estructuras n aleatoria con MMT y Matriz S para NN= 2, 5 y 8. Con una desviación estándar con valor de 0.00001.

Para una estructura con índice aleatorio en la región A con $NN = 2$:

- La magnitud de reflexión no alcanza su máximo valor para ambos métodos.

- Con el MMT se presentan 5 bandas prohibidas centradas en la longitud de Bragg (λ_b). Con la Matriz S se puede observar 4 PBG's.
- Las bandas laterales formadas alrededor decrecen en magnitud hasta tender a cero antes de 1499.5 nm y 1500.5 nm (MMT). Con la Matriz S se aprecian bandas laterales que decrecen con características similares al MMT, pero con un espectro más ancho.

Para una estructura con índice aleatorio en la región A con $NN=5$:

- La magnitud de reflexión alcanza su máximo valor para ambos métodos (llega a un 100 % de reflexión y 0 dB para la matriz S).
- Se forman bandas con espectro delgado entre las PBG's. La distancia entre estos espectros delgados, no están espaciadas de manera uniforme como se manifestó en las estructuras periódicas y casi-periódicas.
- Los valores de las bandas laterales localizadas a los lados de la longitud de Bragg no superan el 40 % de reflexión (MMT).
- Con la Matriz S no se llega a la máxima reflexión (0 dB), en comparación al MMT.

Para una estructura con índice aleatorio en la región A con $NN=8$:

- Las bandas laterales no superan el 50 % de reflexión (MMT).
- Las bandas de espectro delgado localizadas entre las PBG's, aparecen de manera aleatoria y en mayor cantidad que la estructura con $NN=5$ (para ambos métodos).
- Con la matriz S no se aprecian tantas bandas delgadas cerca de la zona de máxima reflexión como se observan en el espectro con el MMT.

6.6.2 Estructura con índice de refracción constante y longitud aleatoria en la región A.

En la Figura 37 se presenta la geometría ejemplo y los cálculos de la reflexión de la luz a través una estructura con longitud aleatoria en la región A. Para el

MMT, la región de máxima reflexión (longitud de Bragg) se encuentra localizada exactamente en 1500.075 nm. Con la Matriz S la región de máxima reflexión está ubicada aproximadamente en 1500 nm. Cabe recordar que los valores aleatorios en la longitud de la región A están dados por una distribución Gaussiana con media igual a 7.5 mm ($\mu_l = 7.5mm$) y con desviación estándar igual 2.5 mm ($\sigma_l = 2.5mm$). Los valores generados utilizando el comando normrnd de MATLAB son: 0.0091, 0.0095, 0.0056, 0.0096, 0.0082, 0.0055, 0.0064 y 0.0077 m (en este orden).

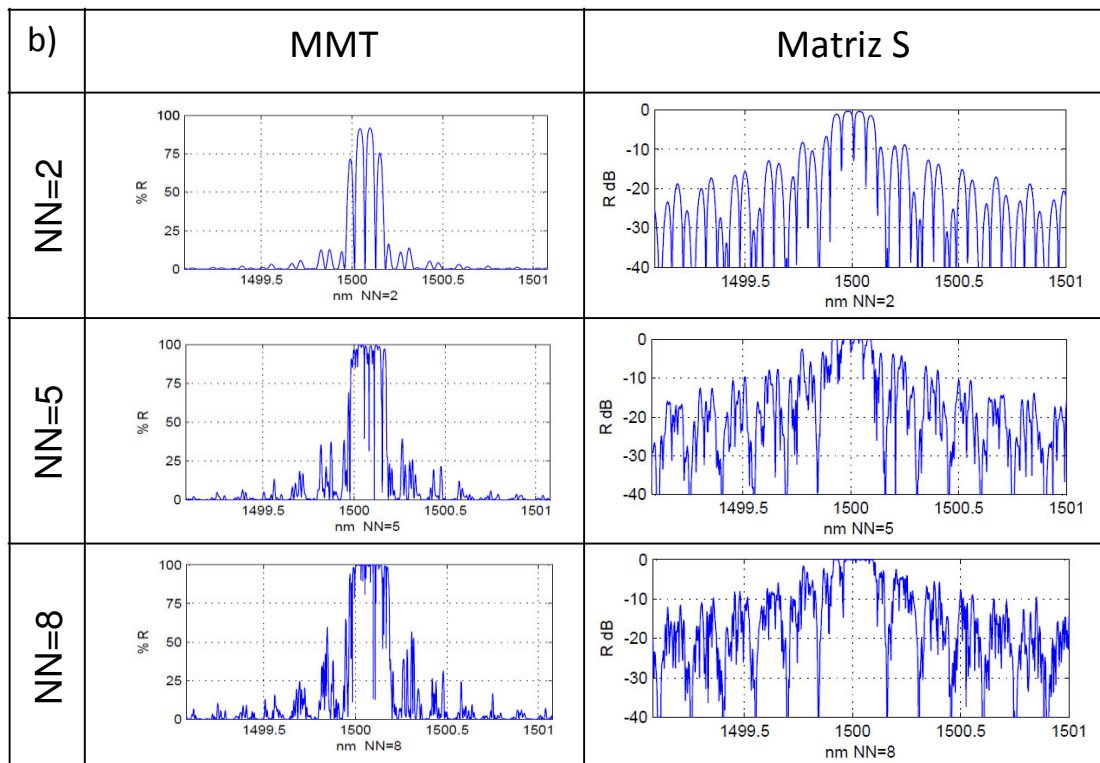
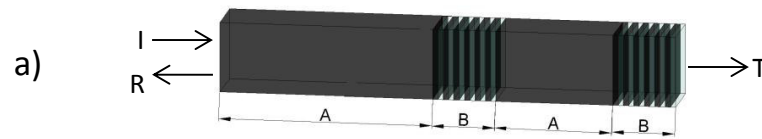


Figura 37. (a) Geometría con l aleatoria, las flechas indican las amplitudes incidente (I), transmitida (T) y reflejada (R). (b) Reflectancia de luz de estructuras con l aleatoria con MMT y Matriz S para NN= 2, 5 y 8.

Para una estructura con longitud aleatoria en la región A con $NN = 2$:

- La magnitud de reflexión no alcanza su máximo valor (100 %) para el MMT y para la Matriz S si se aprecia su máximo valor (0 dB).
- Con el MMT se presentan 4 Bandas Prohibidas Fotónicas (PBG's) centrados en la longitud de Bragg (λ_b). Con la Matriz S se presentan 4 PBG's de reflexión centrados en 1500 nm. Las bandas laterales formadas alrededor decrecen en magnitud hasta tender a cero antes de 1499.5 nm y 1500.5 nm (MMT). Con la Matriz S se aprecia una dispersión diferente entre cada banda lateral en comparación del MMT, pero conserva las características decrecientes de las magnitudes de reflexión.

Para una estructura con longitud aleatoria en la región A con $NN = 5$:

- La magnitud de reflexión alcanza su máximo valor para ambos métodos (llega a un 100 % de reflexión o 0 dB).
- Se forman bandas con espectro delgado entre las PBG's (en ambos métodos). La distancia entre estos espectros delgados, no están espaciadas de manera uniforme como se manifestó en las estructuras periódicas y casi-periódicas.
- Crecen los valores de las bandas laterales localizadas a los lados de la longitud de Bragg en comparación de la estructura con $NN = 2$.

Para una estructura con longitud aleatoria en la región A con $NN = 8$:

- Las bandas laterales no superan el 70 % de reflexión (MMT). Con la Matriz S las bandas laterales están muy cerca de la máxima magnitud (0 dB)
- Las bandas de espectro delgado localizadas entre las PBG's, aparecen de manera "más densa" o en mayor cantidad que en la estructura con $NN = 5$ (MMT). Por otra parte, las bandas delgadas con la Matriz S empiezan a desaparecer formando una zona de máxima reflexión con una magnitud de 0dB.

6.7 Comparación entre los métodos de análisis

Esta sección se presenta las características observadas durante la implementación del MMT y la Matriz S. El objetivo de esta parte es presentar dos características significativas:

- Inestabilidades numéricas en la magnitud de la transmitancia de la luz (T) con el Método de la Matriz de Transferencia.
- Localización de la máxima Reflectancia de la luz con el Método de la Matriz de Dispersión.

6.7.1 Inestabilidades numéricas en la magnitud de T con el MMT

Aunque este tipo de inestabilidades ya han sido reportadas (Cotter, Preist, & Sambles, 1995), es importante señalar hasta qué punto es viable utilizar el MMT para las estructuras propuestas en este escrito. Durante la implementación del método se logró detectar zonas del espectro de transmisión donde no se cumplía con la conservación de la energía, concepto abordado en la ecuación (37).

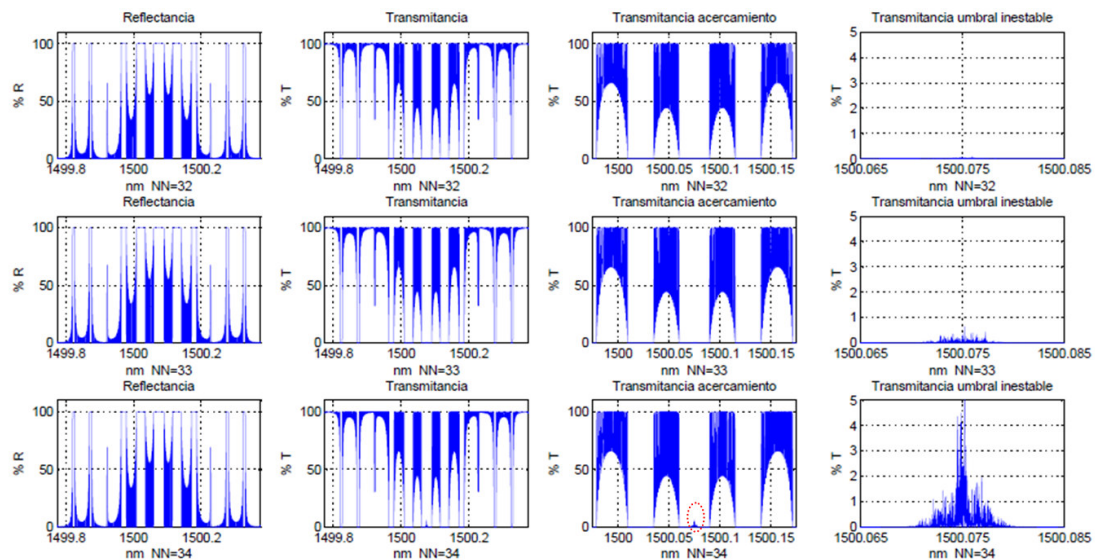


Figura 38. Gráfica que muestra la R y T para $NN=32, 33$ y 34 , un acercamiento a T y un acercamiento en el umbral donde se hace inestable el valor de T . El círculo punteado señala el crecimiento de la magnitud de T donde ya es notoria su magnitud de 5 % para $NN=34$.

La Figura 38 muestra los resultados con estructuras periódicas de la Transmitancia y Reflectancia de luz, donde se aprecian magnitudes de

inestabilidad. El umbral donde se localizan estos picos es en la parte más próxima a la longitud de Bragg(1500.075nm) donde T debería ser cero. Se observa que para un valor de $NN=32$ no se presentan picos, pero al apilar otro segmento (es decir $NN=33$) se alcanzan a ver valores que llegan casi a 0.5 % de T . De la misma manera si se apila otro segmento ($NN=34$) existen valores de T que casi llegan al 5 %.

La magnitud de las inestabilidades siguen creciendo, estos picos empiezan aparecer en los espacios del lado izquierdo (1500.02 nm) y derecho (1500.12 nm) donde antes T era 0 para $NN= 39, 40$ y 41 , tal como se muestra en la Figura 39. Además, en el umbral cercano a la longitud de Bragg, la magnitud de T es muy superior al 100 %. El valor de R no sufre cambios significativos en comparación a T .

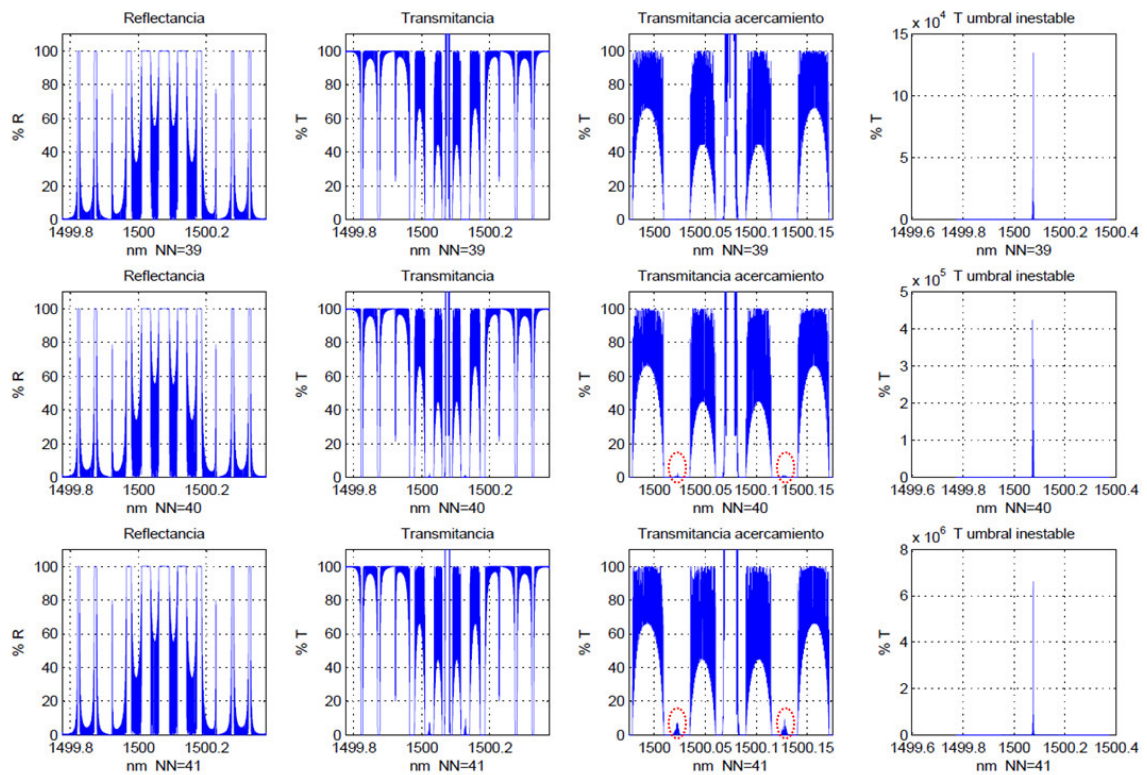


Figura 39. Gráfica que muestra la R y T para $NN=39, 40$ y 41 , un acercamiento a la T y un acercamiento en el umbral donde se dispara el valor de T mayor al 100 %. Los círculos punteados muestran nuevos umbrales donde la magnitud de T crece.

Debido que el proceso de localizar las inestabilidades en T se vuelve complejo de visualizar, se propuso analizar el área bajo la curva del espectro de transmisión y reflexión. Esto permite ver con mayor claridad el comportamiento para cada estructura conforme se aumenta el valor de NN . La Figura 40 muestra la magnitud del área para diferentes NN , la suma entre los valores transmitidos y reflejados debe ser la unidad ($R+T=1$). Se puede observar que el método se comporta de manera inestable para las estructuras periódicas, luego le siguen las estructuras cuasi-periódicas y al final se encuentran las aleatorias.

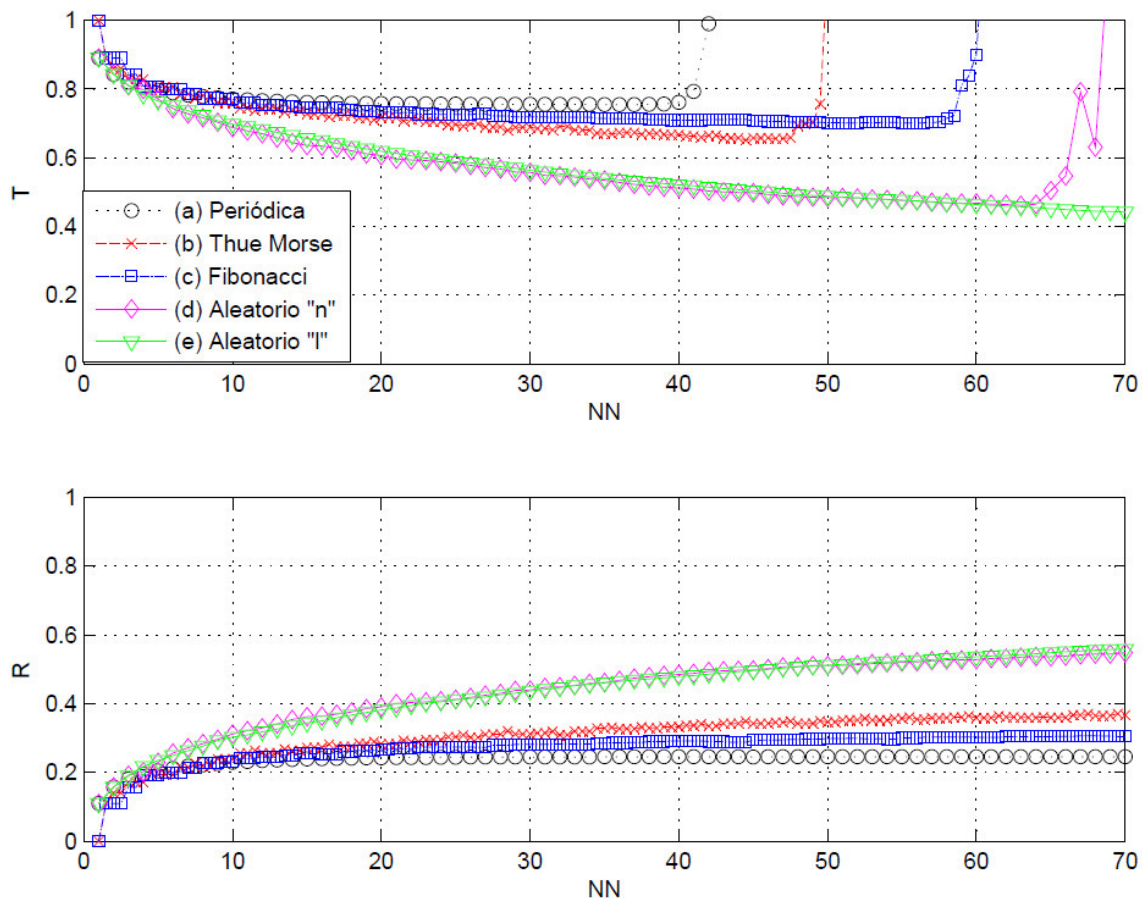


Figura 40. Área bajo la curva para varias profundidades medidas en NN para estructuras (a) periódicas, (b) Thue-Morse, (c) Fibonacci, (d) Región A con n aleatorio y (e) Región A con longitud aleatoria.¹

¹ Conforme aumenta la profundidad, el MMT presenta inestabilidades (Cotter, Preist, & Sambles, 1995).

6.7.2 Localización de la máxima reflectancia de la luz con la Matriz S.

Cuando se implemento la Matriz S, se observó que la localización de su máxima reflexión estaba estrechamente relacionada con el modo y la magnitud del área transversal de la guía de onda. Al utilizar diferentes parámetros que el MMT y tomar solamente un modo de propagación, la zona de máxima reflexión tiende a localizarse muy cerca de la longitud de Bragg (1500.075 nm) para un radio de sección transversal específico (tomando una guía con sección transversal circular). La Figura 41 muestra esta relación de radio de la guía y localización de la máxima reflexión para $NN=1$.

En el MMT, se asumen interfases con sección transversal infinita, es por eso que la longitud de Bragg se cumple de manera exacta. Con la Matriz S, la sección transversal finita hace que el comportamiento de la longitud de Bragg (longitud de onda con máxima reflexión) no tenga un valor exacto. Como un trabajo a futuro, se recomienda verificar que para una cantidad elevada de modos en la Matriz S se cumpla de manera casi exacta la condición de Bragg.

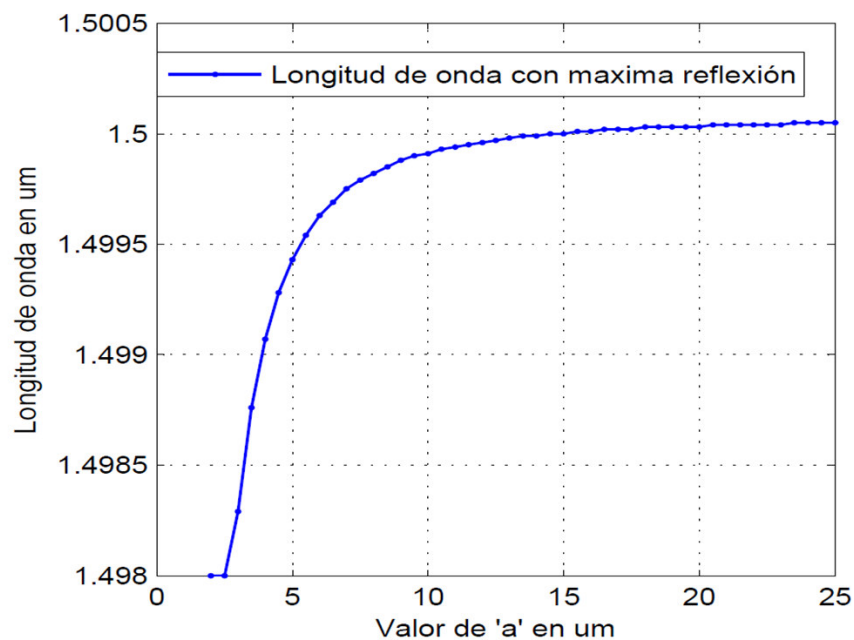


Figura 41. Ubicación de la longitud de onda con máxima reflexión (eje y) para diferentes magnitudes de radio "a" en una guía de onda circular (eje x) utilizando el método de la Matriz-S con $NN=1$ de una estructura periódica.

6.9 Conclusiones de capítulo

A continuación se presentan las conclusiones de este capítulo:

- Las estructuras cuasi-periódicas y aleatorias permiten modificar el espectro de la luz reflejada para aplicaciones específicas.
- La estructura Fibonacci se observa como una transición entre la estructura periódica y Thue-Morse.
- Las estructuras cuasi-periódicas son mejores que las aleatorias en base a la distribución de las PBG's y eliminan las bandas laterales producidas por las periódicas.
- La matriz S, en el caso del índice aleatorio en la región A, presentaba un comportamiento diferente al MMT para una desviación estándar del índice de refracción de 0.0005. Pero con una desviación estándar de 0.00001 (cambios más suaves en el índice de refracción) se comporta de manera similar al MMT.
- Las inestabilidades vistas en la magnitud de la Transmitancia, muestran el alcance y las limitaciones que tiene el MMT para las estructuras propuestas.
- El desplazamiento en la región de máxima reflexión para la matriz S, es causada porque el método toma en cuenta la sección transversal de la guía de onda. El MMT presenta un comportamiento ideal, cumpliendo exactamente la condición de Bragg.

La Figura 42 y Figura 43, muestran de manera breve los resultados de todas las estructuras con el MMT y la Matriz S.

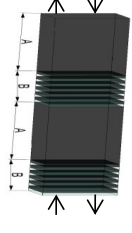
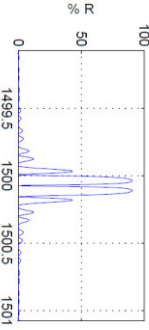
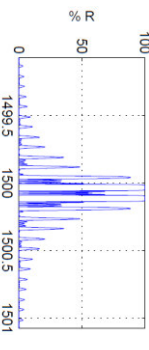
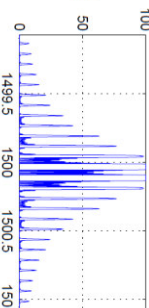
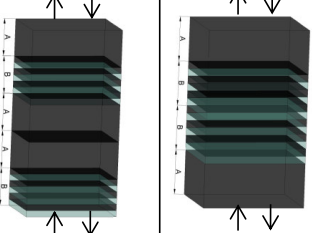
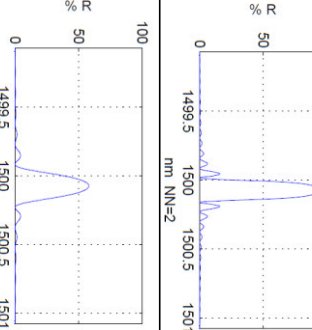
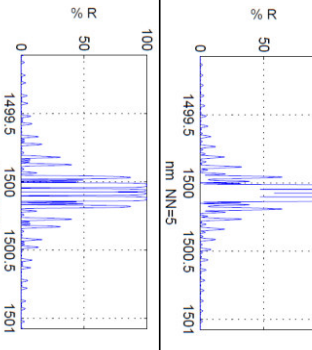
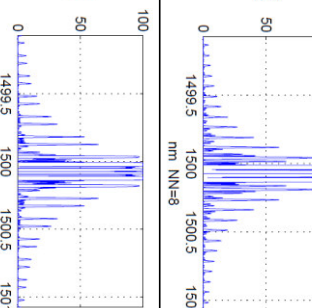
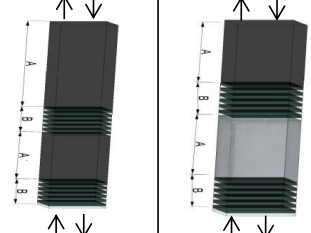
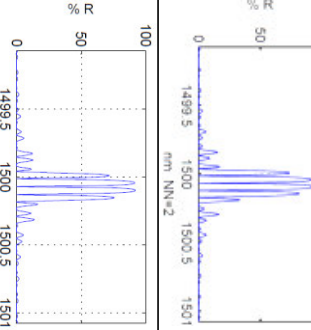
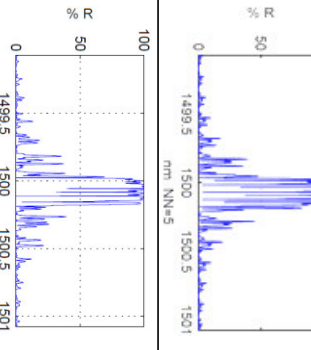
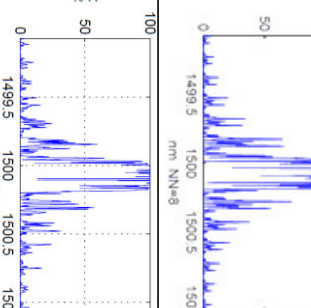
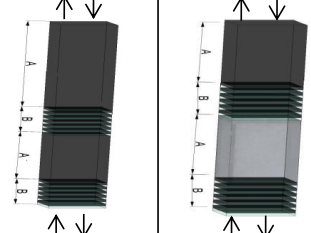
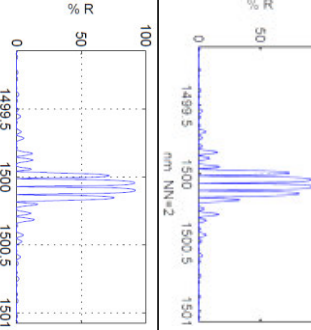
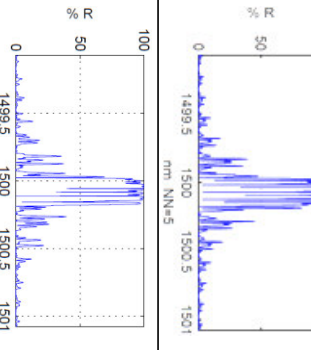
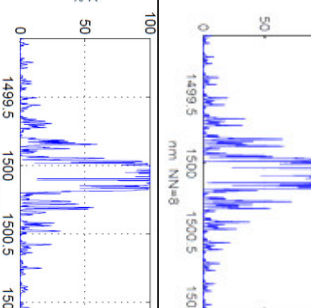
Tipo de estructura	Geometría	Gráfica de R para NN=2	Gráfica de R para NN=5	Gráfica de R para NN=8
(a) Estructuras Periódicas				
(b) Estructuras Cuasi-Periódicas	<p data-bbox="706 346 1031 472">Fibonacci (Geometría de ejemplo para S₄)</p> 			
(c) Estructuras aleatorias.	<p data-bbox="341 346 665 472">Aleatorio índice de refracción en la región A</p> 			
	<p data-bbox="341 346 665 472">Aleatorio la longitud en la región A</p> 			

Figura 42. Estructuras, geometrías y gráficas de los cálculos numéricos de R con el MMT.

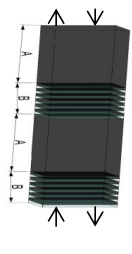
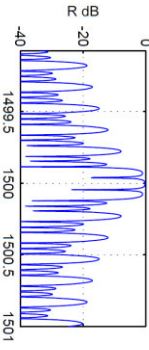
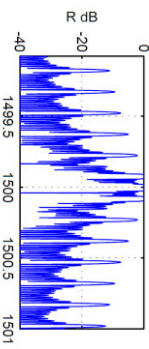
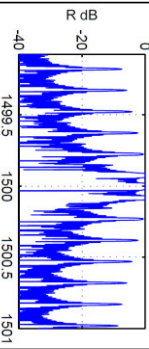
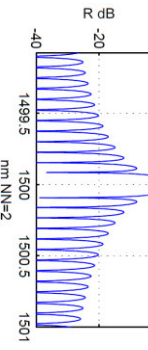
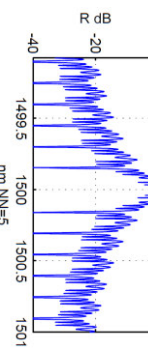
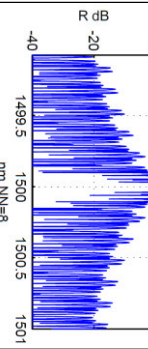
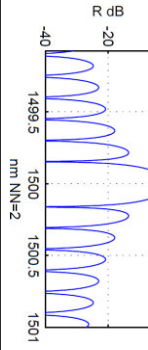
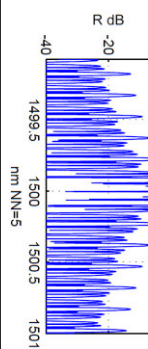
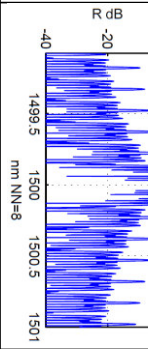
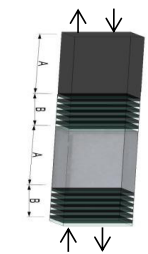
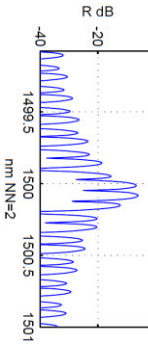
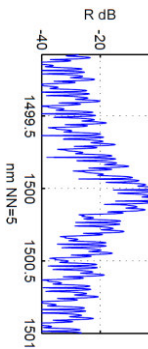
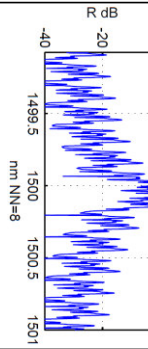
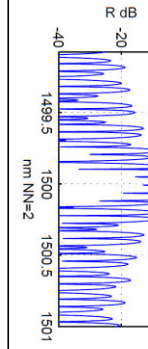
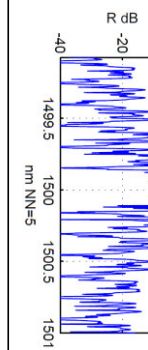
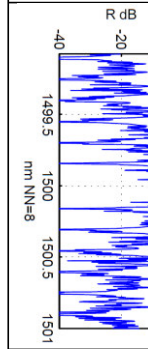
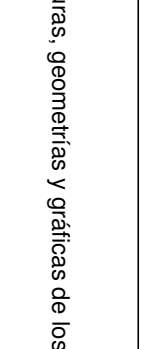
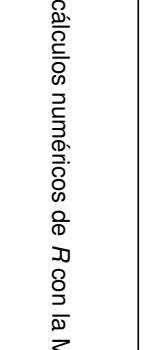
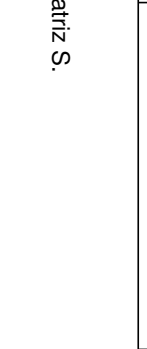
Tipo de estructura	Geometría	Gráfica de R para NN=2			Gráfica de R para NN=5			Gráfica de R para NN=8		
(a) Estructuras Periódicas										
		(b) Estructuras Cuasi-Periódicas	Fibonacci (Geometría de ejemplo para S ₄)	Thue-Morse (Geometría de ejemplo para S ₃)						
(c) Estructuras aleatorias.										
		Aleatorio la longitud en la región A	Aleatorio índice de refracción en la región A							

Figura 43. Estructuras, geometrías y gráficas de los cálculos numéricos de R con la Matriz S.

CAPÍTULO 7

APLICACIONES

7.1 Introducción

En este capítulo se presentarán las aplicaciones de los resultados obtenidos en el capítulo 6. Sin pérdida de generalidad se presenta una aplicación para medición de temperatura. Esto servirá para ilustrar la posible implementación de un sensor con una de las estructuras propuestas. Enseguida se describen algunas aplicaciones complementarias que pudieran ser abordadas con los resultados obtenidos. Este capítulo no refiere todas las aplicaciones posibles, solo da una pauta de cómo pueden ser utilizados los resultados expuestos de manera resumida en la Figura 42 y la Figura 43, presentadas en el capítulo 6.

7.2 Sensores ópticos

Como se menciona en el capítulo 1, un sensor es aquel dispositivo capaz de detectar estímulos externos y responder a ellos. La respuesta a los estímulos externos es como se puede traducir una medición. Para este escrito la respuesta en un sensor óptico, se traduce en la traslación del espectro debido a un cambio de tensión o cambio de temperatura en el núcleo de una guía de onda. Entonces, lo necesario es saber cómo se comportan los materiales de una guía o fibra óptica ante los estímulos descritos. Para esto se debe recordar que la condición de Bragg, es la ecuación que nos indica la localización de la zona de máxima reflexión. Pero si se desea describir un cambio físico en la temperatura o tensión, la traslación de la zona de máxima reflexión se puede escribir de la siguiente manera (Chen & Lu, 2008):

$$\Delta\lambda_b = 2\left(\Lambda \frac{\partial n_{eff}}{\partial T} + n_{eff} \frac{\partial \Lambda}{\partial T}\right)\Delta T + 2\left(\Lambda \frac{\partial n_{eff}}{\partial l} + n_{eff} \frac{\partial \Lambda}{\partial l}\right)\Delta l, \quad (62)$$

donde $\Delta\lambda_b$ representa el cambio de la longitud de Bragg, n_{eff} es el índice de refracción efectivo (5), Λ es el período de Bragg, Δl es el cambio en la longitud de Bragg visto de manera unidimensional y ΔT es el cambio de temperatura medido en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$).

Mediante el cambio, ya sea de tensión o temperatura, se puede realizar la interpretación de medición y ver el comportamiento en un analizador de espectro óptico (OSA, en inglés). En el caso de ser implementado sería necesario caracterizar y calibrar los desplazamientos espectrales realizando cambios conocidos de tensión y temperatura. La Figura 44 (a) muestra los dos parámetros que influyen en el cambio de tensión o temperatura, en la Figura 44 (b) se muestra de manera esquemática un espectro de luz incidente, y la Figura 44 (c) el resultado de espectro de reflexión con la condición de Bragg (λ_b) y el espectro de reflexión ($\Delta\lambda_b$) arrojado por la ecuación (62).

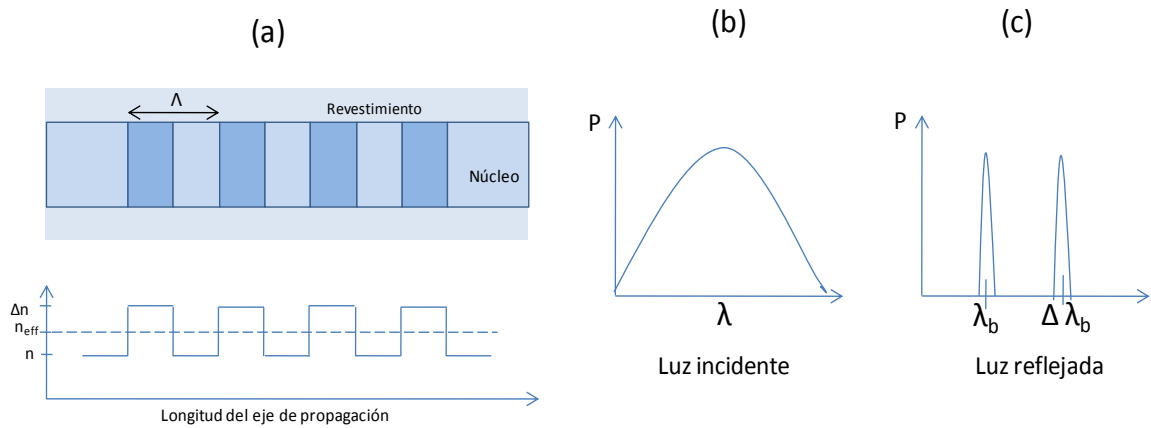


Figura 44. (a) Dos parámetros físicos que influyen en el cambio del espectro de reflexión: período de Bragg (Λ) y el índice de refracción efectivo (n_{eff}). (b) Espectro de luz incidente. (c) Espectro de luz reflejada para dos valores diferentes (λ_b y $\Delta\lambda_b$) dependiendo el cambio de tensión y temperatura.

En esta parte se decide cual será la forma de espectro que se acople a las necesidades de la aplicación para realizar las mediciones. Dados los resultados

expuestos en el capítulo 6, se elige el espectro de reflexión y a su vez el arreglo (o la geometría) que se tiene que implementar para generar la aplicación deseada. Se puede decir que la aportación de este escrito, es dejar una especie “catálogo”¹ con cálculos numéricos para visualizar la forma de espectro que tendrá (de manera ideal) la implementación de una estructura periódica, cuasi-periódica o con distribución aleatoria.

Para conectar el planteamiento del problema con los resultados obtenidos en el capítulo 6, se expone un ejemplo con cálculos numéricos para cambios de temperatura.

7.2.1 Ejemplo de aplicación con un sensor de temperatura

Si se parte de la ecuación del desplazamiento de la longitud de Bragg (62) , y se toman solo los cambios de temperatura, el desplazamiento de la longitud de Bragg se puede expresar de la siguiente manera(Chen & Lu, 2008):

$$\Delta\lambda_{b,T} = \lambda_b(\alpha + \zeta)\Delta T , \quad (63)$$

donde $\alpha = (1/\Lambda)(\partial\Lambda/\partial T)$ es el coeficiente de expansión termal de la guía de onda o fibra óptica (que tiene un valor de $0.55 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ para el sílice). El valor de $\zeta = (1/n)(\partial n/\partial T)$ representa el coeficiente óptico-térmico (que tiene un valor de $8.6 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ para un núcleo de sílice dopado con Germanio). Entonces, a partir de la ecuación (63), la sensibilidad esperada para un cambio de temperatura para una longitud de Bragg ubicada en 1500 nm es de 0.0137 nm/ $^\circ\text{C}$. También se puede observar que el coeficiente ζ contiene el efecto dominante en un cambio de temperatura.

A partir de estos datos podemos representar el cambio de temperatura con cualquier estructura propuesta en el capítulo 6. Para este ejemplo, se eligió la estructura cuasi-periódica Thue-Morse, porque contiene las siguientes características:

¹ Con la palabra catálogo se refiere a una clasificación de geometrías con respecto a su acomodo y su espectro resultante.

- Estrecha el espectro.
- Elimina bandas laterales, creadas por estructuras periódicas.
- Contiene bandas delgadas distribuidas uniformemente, cerca de la zona de máxima reflexión (λ_b).

Cabe aclarar que no se menciona que esta estructura sea la óptima para ser implementada para todas las aplicaciones. Las características de este tipo de estructura contienen las características más favorables buscadas en el planteamiento del problema, de una manera general. En el planteamiento del problema se expuso generar de manera más estrecha el espectro de reflexión y por lo tanto, fuera más exacto realizar la medición.

La Figura 45 muestra como quedarían los cálculos numéricos de una estructura Thue-Morse con $NN=5$, para mediciones de temperatura de 5, 20 y 35 °C, y utilizando el MMT.

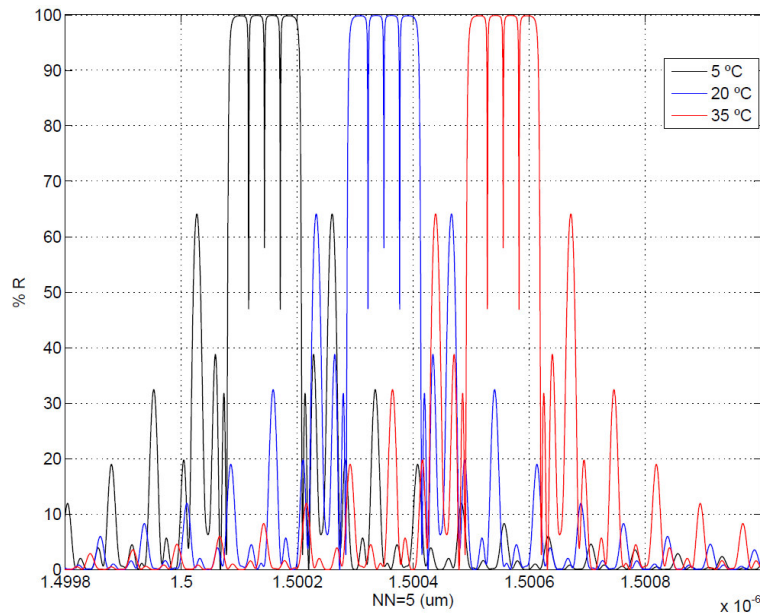


Figura 45. Reflectancia de luz para una estructura Thue-Morse con $NN=5$, el cual cambia su posición de espectro con respecto a temperaturas de 5, 20 y 35 °C. La gráfica expuesta fue realizada con el MMT.

Por la cantidad de bandas delgadas ubicadas en la zona de máxima reflexión se eligió una estructura con $NN=5$ (decisión tomada a partir de la Figura 42 del

capítulo 6). Esta elección se puede fundamentar porque para un valor de $NN=2$ no genera bandas delgadas cercanas a la zona de máxima de reflexión. Estas bandas delgadas en realidad podrían ayudar para generar una especie de regla que puede facilitar la medición. Para $NN=8$, se crean más bandas delgadas cerca de la longitud de Bragg, pero se generan bandas laterales con mayor magnitud. Esto no es deseable, porque prolongarían el espectro de reflexión y el objetivo es que este permanezca estrecho sin bandas laterales.

La Figura 46 muestra como quedarían los cálculos numéricos de una estructura Thue-Morse con $NN=5$, para mediciones de temperatura de 5, 20 y 35 °C, y utilizando la Matriz S.

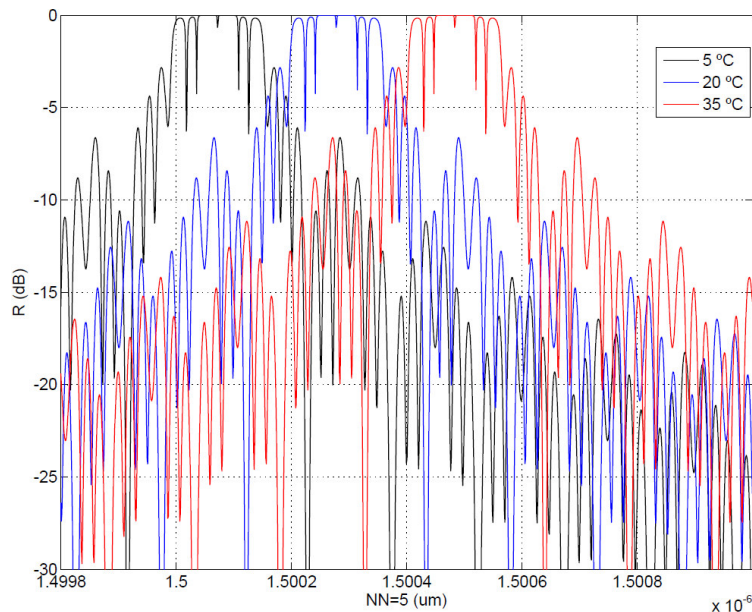


Figura 46. Reflectancia de luz para una estructura Thue-Morse con $NN=5$, el cual cambia su posición de espectro con respecto a temperaturas de 5, 20 y 35 °C. La gráfica expuesta fue realizada con la Matriz S.

El objetivo de este ejemplo es generar los pasos necesarios en la elección de una geometría a partir de las figuras Figura 42 y Figura 43. Esto se puede expresar de manera general (hasta antes de la implementación física) mediante los siguientes puntos:

- Definir la aplicación para implementación de un sensor óptico.

- Revisar las características favorables de cada estructura dependiendo la aplicación (forma de espectro, bandas laterales y bandas delgadas cerca de la longitud de Bragg)
- Observar el comportamiento ideal y la propagación de luz en un medio unidimensional (MMT).
- Observar el comportamiento aproximado al real en decibeles y tomando en cuenta la sección transversal de la guía de onda (Matriz S).
- Definir la longitud de la geometría que contiene el grabado de rejillas (cantidad de NN). Esto adaptándola a la aplicación a estudiar.
- Elegir la estructura.
- Realizar cálculos numéricos con valores de cambio de tensión y/o temperatura. Estos valores están estrechamente relacionados con el material y la fuerza que se le aplica a la guía de onda o fibra óptica.

7.3 Aplicaciones complementarias

Fuera del planteamiento del problema (de este escrito) existen varias áreas donde pudieran ser implementadas las estructuras propuestas en esta tesis. Como ejemplo se describen dos aplicaciones:

- Láseres aleatorios.
- Filtros de luz.

El principio teórico fue descrito en el capítulo 5, pero la descripción de las posibles aplicaciones y aportaciones que pueden tener no fue descrita. Es por eso que se agrega esta sección con algunas de las aportaciones que tienen las estructuras aleatorias y cuasi-periódicas para aplicaciones en láseres aleatorios y filtros de luz.

7.3.1 Láseres aleatorios

Al hablar de láseres aleatorios, aunque pudiera ser evidente, se refiere a las estructuras aleatorias. La aplicación y aportación que tienen estas estructuras y que han sido reportadas (Lizárraga N. , 2010) son las siguientes:

- Se genera un espectro de laser que tiene una especie huella digital, este tipo de laser podría ser utilizado en comunicaciones seguras o en datos encriptados.
- Se crea una configuración que no crea resonancia en la longitud de onda de bombeo.
- La serie de rejillas implementadas formó cavidades a lo largo del núcleo de la fibra, cada una con un alto factor de calidad en una fibra activa codopada en Er/Ge.

En el trabajo de láseres (Lizárraga N. , 2010) los valores aleatorios eran tanto para las regiones homogéneas y también para el período de Bragg. El principio de uso fue cambiado con la finalidad de ser adaptado a un sensor óptico. Para la presente tesis solo fue inducido de manera aleatoria la distancia (del medio homogéneo) y el índice de refracción entre una rejilla y otra. Esto se realizo con la finalidad de obtener un espectro que generara un espectro diferente a las estructuras periódicas y cuasi-periódicas, pero que estuviera localizado cerca en la longitud de Bragg.

7.3.2 Filtros de luz

En cuanto los filtros de luz es importante destacar que lo que se tiene reportado y las aplicaciones están enfocadas en filtros supresores de banda (Ali & Kanzari, 2011). Cabe aclarar que para esta aplicación no se tiene una implementación física. Los resultados fueron expuestos con el MMT. La aportación que se le ha dado para este tipo de estructuras son:

- Crear combinaciones híbridas de estructuras periódicas y cuasi-periódicas.
- Crear combinaciones híbridas entre estructuras cuasi-periódicas (ejemplo, una estructura Thue-Morse y una Fibonacci en la misma geometría).
- Empleo de un espectro amplio para realizar pruebas de Transmitancia y Reflectancia de luz.

Para la presente tesis, las implementaciones existentes fueron adaptadas para que se acoplara a un sensor óptico. El diseño empleado en este escrito, no incluye combinaciones híbridas entre estructuras. También en este escrito no se analiza un espectro amplio de longitudes de onda. El fin de utilizarlas se realizó con la intención que el espectro se estreche y para generar un resultado favorable para el planteamiento del problema.

7.4 Conclusiones de capítulo

En este capítulo se presentó un ejemplo numérico para un sensor de temperatura utilizando los resultados expuestos en el capítulo 6. Se elige una sola geometría y se presenta un conjunto de pasos generales para decidir cual estructura pudiera implementarse. En términos generales la estructura Thue-Morse cumple con el planteamiento del problema. Se exponen, de manera breve, dos aplicaciones a partir de las cuales se modificaron para ser utilizadas en un sensor óptico.

CAPÍTULO 8

CONCLUSIONES

8.1 Conclusiones

En general, se cumplió con el objetivo principal planteado a partir del estudio de estructuras cuasi-periódicas y aleatorias. Se indujeron dichas estructuras y se lograron anchos espectrales diferentes a los logrados con estructuras periódicas, orientado a sensores ópticos. Hasta cierto punto, se logro estrechar el espectro de reflexión. Tomando en cuenta las limitantes que esto conlleva: generación de bandas laterales y espectro de reflexión denso cerca de la longitud de Bragg.

La sensibilidad no puede probarse directamente hasta no realizar una implementación física y realizar mediciones en estructuras reales. Al igual que definir la aplicación adecuada para cada estructura.

Las conclusiones a partir de la comparación de los métodos estudiados son las siguientes:

- El Método de la Matriz de Transferencia (MMT) expone los resultados de cada estructura con un espectro de reflexión centrada exactamente en la longitud de Bragg y en términos de porcentaje de reflexión (a partir de las ecuaciones de Fresnel).
- El MMT presenta inestabilidades numéricas en la amplitud a partir de un valor aproximado $NN=34$ para estructuras periódicas. Las estructuras

cuasi-periódicas y aleatorias contienen amplitudes numéricas inestables después que las periódicas ($NN > 40$).

- El método de la Matriz-S es más robusto, proporciona más detalle y presenta los resultados en parámetros para un diseño real. Los resultados de este método están en términos de potencia de reflexión (dB).
- El desplazamiento en la región de máxima reflexión para la matriz S, es causada porque el método toma en cuenta la sección transversal de la guía de onda.
- Ambos métodos (MMT y Matriz-S) presentan comportamientos similares, excepto en las estructuras con el índice de refracción aleatoria con desviación estándar igual a 0.0005.

Las conclusiones a partir de los resultados de las estructuras propuestas son las siguientes:

- Las estructuras cuasi-periódicas y aleatorias permiten modificar el espectro de la luz reflejada para aplicaciones específicas.
- Las estructuras cuasi-periódicas tienen bandas delgadas bien distribuidas comparadas con las aleatorias, ilustrado en ambos métodos.
- La estructura Thue-Morse es la estructura que más se aproxima a la solución del planteamiento del problema: estrecha el espectro, elimina bandas laterales y contiene bandas delgadas distribuidas uniformemente.
- Las bandas delgadas creadas en la zona de máxima reflexión en cada uno de los espectros de las diferentes estructuras, pueden ser empleados como una “regla para medir” en un sensor óptico.

8.2 Trabajo a futuro

El trabajo a futuro de esta tesis, se tienen las siguientes actividades:

- Implementar experimentalmente al menos una estructura para realizar pruebas de reflexión y transmisión de luz.
- Validar la factibilidad en la sensibilidad de una estructura, para utilizarlo como sensor óptico.
- Realizar un estudio para guías de onda con estrechamientos, utilizando el principio de distribución cuasi-periódica y aleatoria.

BIBLIOGRAFÍA

Abeles, P. F. (1950). La théorie générale des couches minces. *LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM* , 11, 307-309.

Adler, E. L. (1989). Matrix methods applied to acoustic waves in multilayers. *IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Society* , 37, 485 - 490.

Agarwal, V., & Mora-Ramos, M. E. (2007). Optical characterization of polytype Fibonacci and Thue–Morse quasiregular dielectric structures made of porous silicon multilayers. *Journal of Physics D: Applied Physics* , 40 (10), 3203-3211.

Aissaoui, M., Zaghdoudi, J., Kanzari, M., & Rezig, B. (2006). Optical properties of the quasi-periodic one-dimensional generalized multilayer Fibonacci structures. *Progress In Electromagnetics Research* , 59, 69-83.

Ali, N. B., & Kanzari, M. (2011). Designing of stop band filters using hybrid periodic/quasi-periodic one-dimensional photonic crystals in microwave domain. *Physica Status Solidi (a)* , 208 (1), 161-171.

Bahtiar, A., & Dharmawan, I. A. (2007). Matrix Transfer and coupled mode equation for nonlinear photonic bandgap as optical signal processing. *2nd International Conference on Mathematical Sciences 2007 (ICoMS-2007)*, (págs. 1-4).

Bertsekas, D. P., & Tsitsiklis, J. N. (2008). *Introduction to probability* (Segunda Edición ed.). Belmont, Massachusetts: Athena Scientific.

Bilodeau, F., Jhonson, D. C., Vineberg, K. A., Hill, K. O., Morse, T. F., Kilian, A., y otros. (1990). Ultraviolet-light photosensitivity in Er³⁺–Ge-doped optical fiber. *Optics Letters* , 15, 1138-1140.

Born, M., & Wolf, E. (1978). *Principles of optics* (Septima edición ed.). Cambridge University Press.

Carmona M, F. (Mayo de 2009). Análisis y optimización de circuitos de microondas en guías de onda. *Proyecto fin de Carrera*. Madrid, España.

Charalambos, C. K., & Dimitrios, I. S. (2002). General transfer-matrix method for optical multilayer systems with coherent, partially coherent, and incoherent interference. *Applied Optics*, 41, 3978-3987.

Chen, Q. Y., & Lu, P. (2008). Fiber Bragg Grating and Their Applications as Temperature and Humidity Sensors. *Atomic, Molecular and Optical Physics, Nova Science Publishers*, 235-260.

Cotter, N. P., Preist, T. W., & Sambles, J. R. (1995). Scattering-matrix approach to multilayer diffraction. *JOSA A*, 12 (5), 1097-1103.

Douay, M., Xie, W. X., Taunay, T., Bernage, P., Niay, P., Cordier, P., y otros. (1997). Densification Involved in the UV-Based Photosensitivity of Silica Glasses and Optical Fibers. *JOURNAL OF LIGHTWAVE TECHNOLOGY*, 15, 1329-1342.

Fujishiro, Y. (2010). *TDK Corporation*. Recuperado el 02 de 07 de 2013, de <http://www.tdk.co.jp/eseat/tutorial.htm>

Graeme, L. J. (1981). Analysis and Design of TE₁₁-to-HE₁₁. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, MTT-29 (10), 1059-1066.

Hand, D. P., & Russell, P. (1990). Photoinduced refractive-index changes in germanosilicate fibers. *Optics Letters*, 15, 102-104.

Hayt, J. W., & Buck, J. A. (2006). *Teoría electromagnética* (séptima edición ed.). (C. R. Cordero Pedraza, Trad.) México: The Mc Graw Hill, Inc.

Hecht, E., & Zajac, A. (1974). *Optica*. (D. Malacara, Trad.) Addison-Wesley Iberoamericana.

Hill, K. O., & Meltz, G. (1997). Fiber Bragg Grating Technology Fundamentals and Overview. *Journal of Lightwave Technology* , 15, 1263-1276.

Hill, K. O., Fujii, Y., Johnson, D. C., & Kawasaki, B. S. (1978). Photosensitivity in optical fiber waveguides: Application to reflection filter fabrication. *American Institute of Physics* , 647-649.

J. Bates, R. “. (2001). *Optical Switching and Networking Handbook*. McGraw-Hill.

Jülich, F., & Roths, J. (2009). Determination of the Effective Refractive Index of Various Single Mode Fibres for Fibre Bragg Grating Sensor Applications. *Sensor+Test Conference 2009 - OPTO 2009 Proceedings*, (págs. 119-124). Germany.

Kashyap, R. (1999). *Fiber Bragg Gratings*. Academic Press.

Kwon, M.-S. (2009). A Numerically Stable Analysis Method for Complex Multilayer Waveguides Based on Modified Transfer-Matrix Equations. *Journal of Lightwave Technology* , 27, 4407-4414.

L. Nénot, P. C. (1980). Caractérisation des surfaces par réflexion rasante de rayons X. *Revue Phys. Appl.* , 761-779.

Lizárraga, N. (2010). *Láser aleatorio de fibra óptica*. Ensenada, Baja California, México: Tesis de Doctorado, Centro de Investigación y de Educación Superior de Ensenada.

Lizárraga, N., Puente, N. P., Chaikina, E. I., Leskova, T., & Méndez, E. R. (2009). Single-mode Er-doped fiber random laser with distributed Bragg grating feedback. *Optics express* , 17 (2), 395-404.

Luo, W. (2012). Ultra-small microfiber Bragg grating force sensor with greater. *International Society for Optics and Photonics* , 8421, 8421CF-8421CF-4.

Neilson, J. M., & Latham, P. E. (1989). Determination of the resonant frequencies in a complex cavity using the scattering matrix formulation. *IEEE Microwave Theory and Techniques* , 37 (8), 1165-1170.

Nénot, L., & Corce, P. (1980). Caractérisation des surfaces par réflexion rasante de rayons X. *Revue Phys. Appl.* , 15, 761-779.

Onsager, L. (1931). Reciprocal Relations in irreversible processes. I. *Physical Review* , 37, 405-426.

Puente R., N. P., Romero C., A., Rodríguez M., G., & Hinojosa R., M. (2012). Fibras ópticas con inhomogeneidad inducida. *Ingenierías* , XIV (56), 30-37.

Rayleigh, L. (1897). V. On the incidence of aerial and electric waves upon small obstacles in the form of ellipsoids or elliptic cylinders, and on the passage of electric waves through a circular aperture in a conducting screen. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* , 44 (266), 28-52.

Ricardo A. T. Santos, F. D. (2009). Quantum Well Infrared Photodetector design using. *IEEE* .

Saleh, B. E., & Teich, M. C. (1991). *Fundamentals of Photonics* (Segunda edición ed.). (J. W. Goodman, Ed.) John Wiley & Sons, Inc.

Santos, R. A., & Alves, F. D. (2009). Quantum Well Infrared Photodetector design using. *IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference (IMOC)* (págs. 316-320). IEEE.

Snyder, A. W., & Love, J. D. (1983). *Optical Waveguide Theory*. Chapman & Hall.

Thomson, J. J. (1893). *Notes on recent researches in electricity and magnetism: intended as a sequel to Professor Clerk-Maxwell's Treatise on electricity and magnetism*. Clarendon Press.

Wen, C. P. (1969). Coplanar waveguide: A surface strip transmission line suitable for nonreciprocal gyromagnetic device applications. *IEEE Transactions on* , 17, 1087 - 1090.

Whittaker, D. M., & Culshaw, I. S. (1999). Scattering-matrix treatment of patterned multilayer photonic structures. *Physical Review B* , 60 (4), 2610-2618.

Wu, J.-j., & Gao, J.-x. (2012). Transmission properties of Fibonacci quasi-periodic one-dimensional superconducting photonic crystals. *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* , 123 (11), 986-988.

Xiaohua Lei, B. D. (2012). PH Sensor using Fiber Bragg Grating based on Swelling of Hydrogel. *International Society for Optics and Photonics* , 8561, 856111-856111.

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. METODOLOGÍA UTILIZADA EN ESTA TESIS.	4
FIGURA 2. REFLEXIÓN TOTAL INTERNA, DONDE θ_i ES EL ÁNGULO DE INCIDENCIA Y θ_c ES EL ÁNGULO CRÍTICO.	8
FIGURA 3. (A) CONDICIÓN DE AUTO CONSISTENCIA: UNA ONDA SE DUPLICA EN LA SEGUNDA REFLEXIÓN. (B) CUANDO EL ÁNGULO DE AUTO CONSISTENCIA SE SATISFACE, LAS DOS ONDAS INTERFIEREN Y CREAN UN PATRÓN QUE NO CAMBIA EN DIRECCIÓN DEL EJE Z (SALEH & TEICH, 1991).	9
FIGURA 4. TIPOS DE GUÍAS DE ONDA: (A) GUÍA PLANA, (B) GUÍA DE CANAL Y (C) CILÍNDRICA.	9
FIGURA 5. GEOMETRÍA DE UNA FIBRA ÓPTICA. EN ESTA FIGURA A REPRESENTA EL RADIO DEL NÚCLEO Y B EL RADIO DEL REVESTIMIENTO.	10
FIGURA 6. GEOMETRÍA, PERFIL DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN, Y RAYOS EN UNA FIBRA MULTIMODO DE ÍNDICE ESCALONADO, UNA FIBRA MONOMODO Y UNA FIBRA MULTIMODO DE ÍNDICE GRADUAL.	11
FIGURA 7. REJILLA DE BRAGG UNIFORME, Λ REPRESENTA EL PERÍODO DE LA REJILLA.	12
FIGURA 8. TÉCNICAS PARA FABRICAR REJILLAS DE BRAGG (A) UTILIZANDO EN INTERFEROMETRÍA Y (B) UTILIZANDO EN UNA MASCARILLA DE FASE (PUENTE R., ROMERO C., RODRÍGUEZ M., & HINOJOSA R., 2012).....	14
FIGURA 9. (A) SECCIÓN LONGITUDINAL DE UNA FIBRA ÓPTICA CON GRABADO DE REJILLA DE BRAGG. (B) MODULACIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN, Δn REPRESENTA EL ÍNDICE GRABADO, n EL ÍNDICE DEL NÚCLEO Y n_{EFF} ES EL ÍNDICE DE REFRACCIÓN EFECTIVA. (C) ESPECTRO RESULTANTE, DONDE λ ES LA LONGITUD DE ONDA INCIDENTE Y λ_B ES LA LONGITUD DE BRAGG.	16
FIGURA 10. (A) ONDA REFLEJADA Y TRANSMITIDA PARA UN $\theta_i < \theta_c$; (B) REFLEXIÓN TOTAL DE LUZ.....	18

FIGURA 11 . GEOMETRÍAS DE ONDAS PLANAS INCIDENTES CON: (A) POLARIZACIÓN \mathbf{P} (O TM) Y (B) POLARIZACIÓN \mathbf{s} (O TE).	19
FIGURA 12. REPRESENTACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA UNIFORME EN UN MEDIO HOMOGÉNEO.....	23
FIGURA 13. PROPAGACIÓN DE UNA ONDA PLANA A TRAVÉS DE UNA FRONTERA DE DOS MEDIOS DIFERENTES.....	24
FIGURA 14. PROPAGACIÓN DE ONDA ELECTROMAGNÉTICA A TRAVÉS DE UN PERÍODO DE BRAGG.....	27
FIGURA 15. ESPECTRO DE REFLEXIÓN UBICADO EN UNA LONGITUD DE BRAGG DE 1500.5.....	28
FIGURA 16. DEFINICIÓN DE AMPLITUDES DE MODO EN LA FORMULACIÓN DE LA MATRIZ DE DISPERSIÓN.	30
FIGURA 17. REPRESENTACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE UNA ONDA UNIFORME EN UN MEDIO HOMOGÉNEO Y SIN CAMBIOS EN EL ÁREA DE SECCIÓN TRANSVERSAL.	34
FIGURA 18. REPRESENTACIÓN DE DOS CAMBIOS EN LA GUÍA DE ONDA Y UNA LONGITUD l ENTRE LAS DOS INTERFASES.	35
FIGURA 19. RESOLUCIÓN ITERATIVA DE MATRICES DE DISPERSIÓN EN CASCADA.	36
FIGURA 20. PROPAGACIÓN DE ONDA ELECTROMAGNÉTICA A TRAVÉS DE UN PERÍODO DE BRAGG UTILIZANDO LA MATRIZ \mathbf{S}	38
FIGURA 21. ESPECTRO DE REFLEXIÓN DEL MODO FUNDAMENTAL DE UNA GUÍA CON 10,000 REJILLAS UTILIZANDO LA MATRIZ \mathbf{S}	39
FIGURA 22. (A) MEDICIÓN DE PH BASADO EN DILATACIÓN DE FIBRA ÓPTICA PARA UN PH DE 4, 7 Y 10 (XIAOHUA LEI, 2012). (B) MEDICIÓN DE TENSIÓN UTILIZANDO REJILLAS DE BRAGG CON MODULACIONES PERIÓDICAS. IMPLEMENTACIÓN PARA 0 NEWTON, 0.00345 NEWTONS Y 0.00645 NEWTONS (LUO, 2012).....	41
FIGURA 23. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA, DE LADO IZQUIERDO SE REPRESENTAN LOS BLOQUES DE ESTRUCTURA FÍSICA PARA GENERAR UN ESPECTRO DE REFLEXIÓN DE LOS BLOQUES DE LA DERECHA. LOS SIGNOS DE INTERROGACIÓN INDICA LA ESTRUCTURA QUE PUDIERA RESOLVER EL PROBLEMA.	42

FIGURA 24. ESTRUCTURA FUNDAMENTAL NN . EL COLOR OSCURO INDICA UN ÍNDICE DE REFRACCIÓN MAYOR QUE EL COLOR CLARO. EL ESPACIO VACÍO CON LA LÍNEA PUNTEADA EN LA REGIÓN B INDICA QUE LAS REJILLAS SE REPITEN.	43
FIGURA 25. GEOMETRÍA PERIÓDICA PARA $NN=2$	45
FIGURA 26. GEOMETRÍA THUE-MORSE PARA S_3	47
FIGURA 27. GEOMETRÍA FIBONACCI PARA S_4	48
FIGURA 28. GEOMETRÍA CON N ALEATORIA EN LA REGIÓN A PARA $NN=2$	50
FIGURA 29. GEOMETRÍA CON LONGITUD ALEATORIA EN LA REGIÓN A PARA $NN=2$	50
FIGURA 30. ESPECTRO DE REFLEXIÓN PARA UNA ESTRUCTURA PERIÓDICA CON $NN=25$ CON EL (A) MMT Y LA (B) MATRIZ S	54
FIGURA 31. EJEMPLO DEL ESPECTRO DE REFLEXIÓN QUE MUESTRA LA NOMENCLATURA QUE SE UTILIZA EN LOS RESULTADOS DE CADA ESTRUCTURA.	56
FIGURA 32. (A) GEOMETRÍA PERIÓDICA, LAS FLECHAS INDICAN LAS AMPLITUDES INCIDENTE (I), TRANSMITIDA (T) Y REFLEJADA (R). (B) REFLECTANCIA DE LUZ DE ESTRUCTURAS PERIÓDICAS CON MMT Y MATRIZ S PARA $NN= 2, 5$ Y 8	57
FIGURA 33. (A) GEOMETRÍA THUE-MORSE, LAS FLECHAS INDICAN LAS AMPLITUDES INCIDENTE (I), TRANSMITIDA (T) Y REFLEJADA (R). (B) REFLECTANCIA DE LUZ DE ESTRUCTURAS THUE-MORSE CON MMT Y MATRIZ S PARA $NN= 2, 5$ Y 8	59
FIGURA 34. (A) GEOMETRÍA FIBONACCI, LAS FLECHAS INDICAN LAS AMPLITUDES INCIDENTE (I), TRANSMITIDA (T) Y REFLEJADA (R). (B) REFLECTANCIA DE LUZ DE ESTRUCTURAS FIBONACCI CON MMT Y MATRIZ S PARA $NN= 2, 5$ Y 8	61
FIGURA 35. (A) GEOMETRÍA N ALEATORIA, LAS FLECHAS INDICAN LAS AMPLITUDES INCIDENTE (I), TRANSMITIDA (T) Y REFLEJADA (R). (B) REFLECTANCIA DE LUZ DE ESTRUCTURAS N ALEATORIA CON MMT Y MATRIZ S PARA $NN= 2, 5$ Y 8 . CON UNA DESVIACIÓN ESTÁNDAR CON VALOR DE 0.0005	64
FIGURA 36. (A) GEOMETRÍA N ALEATORIA, LAS FLECHAS INDICAN LAS AMPLITUDES INCIDENTE (I), TRANSMITIDA (T) Y REFLEJADA (R). (B) REFLECTANCIA DE LUZ DE ESTRUCTURAS N ALEATORIA CON MMT Y MATRIZ S PARA $NN= 2, 5$ Y 8 . CON UNA DESVIACIÓN ESTÁNDAR CON VALOR DE 0.00001	65

FIGURA 37. (A) GEOMETRÍA CON l ALEATORIA, LAS FLECHAS INDICAN LAS AMPLITUDES INCIDENTE (I), TRANSMITIDA (T) Y REFLEJADA (R). (B) REFLECTANCIA DE LUZ DE ESTRUCTURAS CON l ALEATORIA CON MMT Y MATRIZ S PARA $NN= 2, 5$ Y 8	67
FIGURA 38. GRÁFICA QUE MUESTRA LA R Y T PARA $NN=32, 33$ Y 34 , UN ACERCAMIENTO A T Y UN ACERCAMIENTO EN EL UMBRAL DONDE SE HACE INESTABLE EL VALOR DE T. EL CÍRCULO PUNTEADO SEÑALA EL CRECIMIENTO DE LA MAGNITUD DE T DONDE YA ES NOTORIA SU MAGNITUD DE 5 % PARA $NN=34$	69
FIGURA 39. GRÁFICA QUE MUESTRA LA R Y T PARA $NN=39, 40$ Y 41 , UN ACERCAMIENTO A LA T Y UN ACERCAMIENTO EN EL UMBRAL DONDE SE DISPARA EL VALOR DE T MAYOR AL 100 %. LOS CÍRCULOS PUNTEADOS MUESTRAN NUEVOS UMBRALES DONDE LA MAGNITUD DE T CRECE.....	70
FIGURA 40. ÁREA BAJO LA CURVA PARA VARIAS PROFUNDIDADES MEDIDAS EN NN PARA ESTRUCTURAS (A) PERIÓDICAS, (B) THUE-MORSE, (C) FIBONACCI, (D) REGIÓN A CON N ALEATORIO Y (E) REGIÓN A CON LONGITUD ALEATORIA.	71
FIGURA 41. UBICACIÓN DE LA LONGITUD DE ONDA CON MÁXIMA REFLEXIÓN (EJE Y) PARA DIFERENTES MAGNITUDES DE RADIO "A" EN UNA GUÍA DE ONDA CIRCULAR (EJE X) UTILIZANDO EL MÉTODO DE LA MATRIZ-S CON $NN=1$ DE UNA ESTRUCTURA PERIÓDICA.	72
FIGURA 42. ESTRUCTURAS, GEOMETRÍAS Y GRÁFICAS DE LOS CÁLCULOS NUMÉRICOS DE R CON EL MMT.	74
FIGURA 43. ESTRUCTURAS, GEOMETRÍAS Y GRÁFICAS DE LOS CÁLCULOS NUMÉRICOS DE R CON LA MATRIZ S.	75
FIGURA 44. (A) DOS PARÁMETROS FÍSICOS QUE INFLUYEN EN EL CAMBIO DEL ESPECTRO DE REFLEXIÓN: PERÍODO DE BRAGG (Λ) Y EL ÍNDICE DE REFRACCIÓN EFECTIVO (N_{EFF}). (B) ESPECTRO DE LUZ INCIDENTE. (C) ESPECTRO DE LUZ REFLEJADA PARA DOS VALORES DIFERENTES (Λ_B Y $\Delta\Lambda_B$) DEPENDIENDO EL CAMBIO DE TENSIÓN Y TEMPERATURA.	77
FIGURA 45. REFLECTANCIA DE LUZ PARA UNA ESTRUCTURA THUE-MORSE CON $NN=5$, EL CUAL CAMBIA SU POSICIÓN DE ESPECTRO CON RESPECTO A TEMPERATURAS DE 5, 20 Y 35 °C. LA GRÁFICA EXPUESTA FUE REALIZADA CON EL MMT.	79

FIGURA 46. REFLECTANCIA DE LUZ PARA UNA ESTRUCTURA THUE-MORSE CON $NN=5$, EL CUAL CAMBIA SU POSICIÓN DE ESPECTRO CON RESPECTO A TEMPERATURAS DE 5, 20 Y 35 °C. LA GRÁFICA EXPUESTA FUE REALIZADA CON LA MATRIZ S..... 80

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. RESUMEN DE LAS ESTRUCTURAS PROPUESTAS: (A) PERIÓDICAS, (B) CUASI-PERIÓDICAS Y (C) ALEATORIAS.....	51
TABLA 2. VALORES INICIALES UTILIZADOS EN LA SIMULACIÓN DE LAS ESTRUCTURAS PROPUESTAS.	53